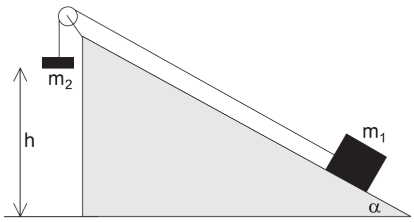
Abgabe bis	Fr, 28. November, 13:15 Uhr im Erdgeschoss von Geb. 30.23 (Physikhochhaus)
Besprechung	Mi, 03. Dezember

1. *Schiefe Ebene* **(3 Punkte)**
Eine Kiste der Masse m_1 soll auf einer schiefen Ebene mit einem Neigungswinkel $\alpha = 30°$ bewegt werden, indem eine um die Strecke h fallende zweite Masse m_2 über eine Seilrolle die Kiste hinaufzieht (siehe Skizze). Zwischen Kiste und schiefer Ebene wirke eine Reibungskraft $\vec{F}_R = \mu \cdot \vec{F}_N$, die durch die Normalkraft $\vec{F}_N$ und einen Reibungskoeffizienten $\mu = 0{,}23$ gegeben ist.



   (a) Welche Masse muss m_2 mindestens haben, damit die Kiste m_1 tatsächlich die Ebene hinaufgezogen wird?
   (b) Welche Strecke und welchen Höhenunterschied legt die Kiste m_1 dabei auf der schiefen Ebene zurück?
   (c) Es sei nun $m_1 = m_2$. Wie groß ist die Beschleunigung a_1, die jetzt auf die Kiste wirkt und welche Zeit t_1 braucht die Kiste, um die Strecke h auf der schiefen Ebene zurückzulegen?

2. *Elastischer Stoß* **(3 Punkte)**
Zeigen Sie, dass bei einem nichtzentralen, elastischen Stoß zwischen einer sich in x-Richtung bewegenden Masse m_1 und einer ruhenden Masse m_2 der Streuwinkel θ_1' der Masse m_1
   (a) für $m_1 < m_2$ jeden Wert zwischen 0 und 180° annehmen kann;
   (b) für $m_1 > m_2$ einen maximalen Winkel ϕ hat, der durch $\cos^2\phi = 1 - (m_2/m_1)^2$ gegeben ist.

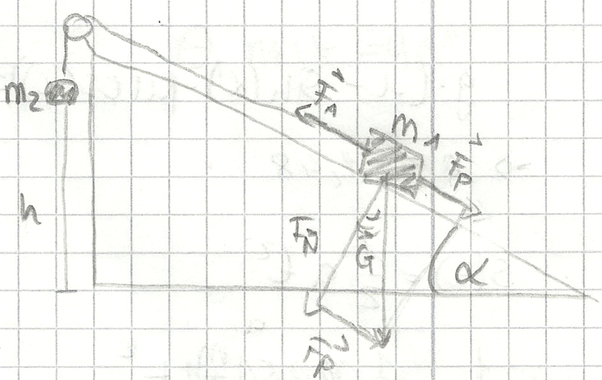
3. *Strömungsreibung* **(2 Punkte)**
Ein Motorboot, das mit einer Geschwindigkeit von $v = 2{,}4$ m/s auf einem See fährt, schaltet seine Maschine bei $t = 0$ s ab. Wie weit fährt es, bevor es zum Stillstand kommt, wenn nach 3 s seine Geschwindigkeit auf den halben Ausgangswert gefallen ist? Nehmen Sie an, dass der Strömungswiderstand des Wassers proportional zu v ist.

4. *Haftreibung* **(2 Punkt)**
   (a) Eine Kurve mit Radius $R = 60$ m soll unter Vernachlässigung der Reibung und des Luftwiderstandes mit $v = 90$ km/h durchfahren werden können. Welchen Neigungswinkel muss die Fahrbahn in der Kurve haben, damit ein Auto sie, ohne ins Schleudern zu geraten, durchfahren kann?
   (b) In welchem Geschwindigkeitsbereich kann ein Auto diese Kurve sicher durchfahren, wenn die Haftreibungszahl $\mu = 0{,}3$ beträgt? Der Luftwiderstand sei zu vernachlässigen.

Viel Spaß und viel Erfolg!

Übungsblatt 6 (7)

1.) $\alpha = 30°$ $\quad m_1 \quad , m_2 \quad , h$



(a) $\vec{F}_p = \sin(\alpha)\cdot(m_1\cdot g)$

$\vec{F}_R = \mu \cdot \vec{F}_N = \mu \cdot \cos(\alpha)(m_1 g)$ ✓

$\vec{F}_A = m_2 \cdot g$ ✓

Ansatz

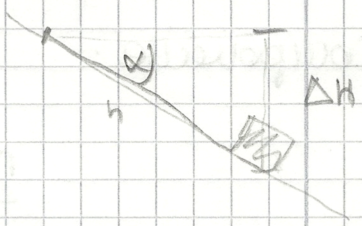
$\vec{F}_A = \vec{F}_p + \vec{F}_R$

$m_2 \cdot g = m_1 g \sin(\alpha) + \mu m_1 g \cos(\alpha) \qquad \text{(GL 1)}$

$m_2 = m_1 (\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)) = \cancel{0{,}69 m_1}\; 0{,}70\, m_1$ ✓

$\cancel{\frac{m_2}{\sin(\alpha)+\mu\cos(\alpha)} = m_1 = 1{,}43\, m_2}$

b) zurückgelegte Strecke $s = h$ ✓



$\Delta H = h \cdot \sin(30°) = \frac{1}{2} h$ ✓

c) $m_1 = m_2 = M$

$\cancel{\text{in GL 1} \quad M\cdot g = M\cdot g\sin(\alpha) + \mu M g \cos(\alpha)}$

$\cancel{1 = \sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)}$

$\vec{F}_G - \vec{F}_p - \vec{F}_R = M\cdot a$

$Mg - Mg\sin(\alpha) - \mu M g\cos(\alpha) = 2M\cdot a$

$g - g\sin(\alpha) - \mu g\cos(\alpha) = 2a$

$g\cdot(1-\sin(\alpha)-\mu\cos(\alpha))=a\cancel{=2{,}98\,\frac{m}{s^2}}$

$\Rightarrow a = 1{,}48$ ✓

$s(t)=\frac{1}{2}a t^2$

$\cancel{h=\frac{1}{2}\cdot 2{,}95\,\frac{m}{s^2}\cdot t_1^2}$

$\cancel{2h = 2{,}95\,\frac{m}{s^2}\cdot t_1^2}$

$\cancel{2\cdot h}$

$h=\frac{1}{2}a t_1^2$

$\frac{2h}{a}=t_1^2$

$\sqrt{\frac{2h}{a}}=t_1$ ✓ $=\sqrt{\frac{2\cdot h}{1{,}48\,\frac{m}{s^2}}}=t_1=1{,}35\,s$ 2 3

$=\sqrt{1{,}35\,\frac{s^2}{m}\cdot h}$

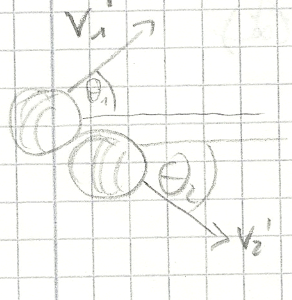
2.

a)

y Komponente: $m_1\cdot 0 = m_1 v_1' \sin\Theta_1 - m_2 v_2' \sin\Theta_2$

$\frac{m_2 v_2' \sin\Theta_2}{m_1 v_1'} = \sin\Theta_1$

$\frac{m_2}{m_1}\cdot\frac{v_2'}{v_1'}\sin\Theta_2 = \sin\Theta_1$ ✓



Θ_2 liegt zwischen $0°-90°$

nicht gezeigt

$\Rightarrow \sin\Theta_2 > 0$

↳ die Gleichung ist größer 0 $\Rightarrow \sin\Theta_1$ größer 0

~~liegt zw.~~ $\Rightarrow \Theta_1$ liegt zw. $0°-180°$

Schätzung: für $m_1 > m_2$ ist $\Theta_1'{}_{max} = 90°$

$$\cos^2 \varnothing = 1 - (m_2/m_1)^2$$

$$\cos^2 \varnothing + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 = 1$$

Wenn $\varnothing$ maximal gegen $90°$ strebt wird $\cos^2 \varnothing \to 0$

$\Rightarrow \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 \to 1$ d.h. Voraussetzung: $m_1 > m_2$

$\Rightarrow$ m_1 minimal größer als m_2 ~~ist~~

noch 1

3.) $v = 2{,}4 \frac{m}{s}$ $\quad t_1 = 0s$

$t_2 = 3s$

$$V(t) = V_0 \cdot e^{\frac{t}{x}}$$

$$\mathrm{I} \quad V_0 = V_0 \cdot e^{\frac{0}{x}}$$

$$\mathrm{II} \quad \frac{V_0}{2} = V_0 \, e^{\frac{3}{x}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{\frac{3}{x}}$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{x}$$

$$x = \frac{3}{\ln(\frac{1}{2})} \Rightarrow v(t) = V_0 \cdot e^{\frac{t \ln(\frac{1}{2})}{3}} = V_0 \cdot e^{-\frac{t \ln(2)}{3}}$$

$$s(t) = \int_0^t v(t)\,dt \qquad \text{Stillstand: } t \to \infty \qquad \int_0^t v(t)\,dt = \left[V_0 \cdot \left(-\frac{3}{\ln(2)}\right) e^{-\frac{t\ln(2)}{3}}\right]_0^t$$

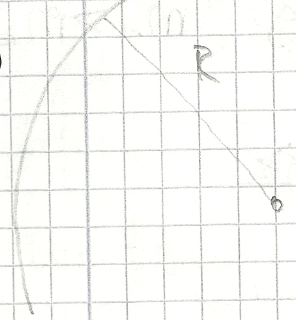
$$V_0 \cdot \left(-\frac{3}{\ln(2)}\right) \cdot e^{-\frac{t\ln(2)}{3}} - \left(V_0 \cdot \left(-\frac{3}{\ln(2)}\right)\right)$$

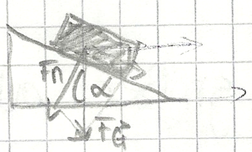
$$\lim_{t \to \infty} V_0 \left(-\frac{3}{\ln(2)}\right) e^{-\frac{t\ln(2)}{3}} + V_0 \cdot \frac{3}{\ln(2)} = V_0 \cdot \frac{3}{\ln(2)} = \underline{\underline{10{,}39\,s}}$$

✓ 2

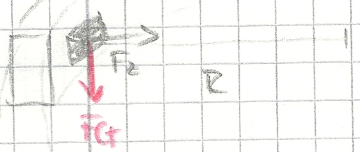
4. $R = 60\,m \qquad v = 90\,\frac{km}{h} = 25\,\frac{m}{s}$

a)





Überlegung: Ohne Reibung und Luftwiderstand müsste der Winkel 90° betragen, da somit Zentripetalkraft senkrecht auf der Bahn steht (stehen muss)

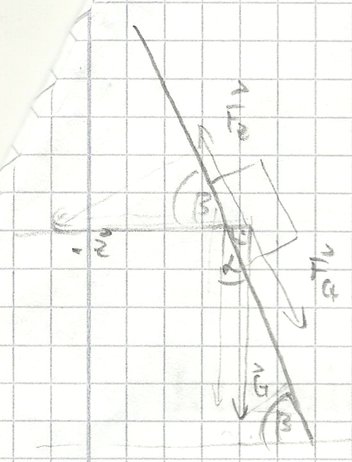


Aber es wirkt noch eine Gewichtskraft

$$\vec{F}_Z = \frac{mv^2}{R} \qquad \vec{F}_G = m \cdot g$$

~~resultierende~~ $\cancel{\vec{F}_G = \sin(\alpha) \cdot m \cdot g}$

~~resultierende~~ $\cancel{\vec{F}_Z = \cos(\alpha) \cdot \frac{mv^2}{R}}$



$$F_z = \cos(\beta) \cdot Z \quad \Rightarrow \text{res. } Z$$

$$F_G = \sin(\beta) \cdot G \quad \Rightarrow \text{res. } G$$

$$\cos(\beta) \cdot \frac{mv^2}{R} = \sin(\beta) \cdot m \cdot g$$

$$\frac{v^2}{R \cdot g} = \frac{\sin(\beta)}{\cos(\beta)} = \tan(\beta)$$

$$\Rightarrow \beta = 46{,}72^\circ \checkmark$$

b)

$\mu = 0{,}3$

Flache Kurve ~~$(\alpha \neq \beta)$~~ $(\beta = 0)$

$$\vec{F_Z} = \vec{F_R}$$

$$\frac{mv^2}{R} = \mu \cdot \vec{G}$$

$$\frac{mv^2}{R} = \mu \cdot m \cdot g$$

$$v^2 = \mu \cdot g \cdot R$$

$$v = \sqrt{\mu \cdot g \cdot R} = 13{,}32 \, \frac{m}{s} \; (\checkmark)$$

Schräge Kurve $\qquad \beta = 46{,}72^\circ$

$$\vec{F_Z} = \vec{F_R}$$

$$\frac{v^2}{R \cdot g} = \tan(\beta) \cdot \mu \qquad 1$$

$$v^2 = \tan(\beta) \cdot R \cdot g \cdot \mu \qquad 5$$

$$v = \sqrt{\tan(\beta) \cdot R \cdot g \cdot \mu} = 13{,}7 \, \frac{m}{s} \quad < 90 \, \frac{km}{h} \quad 6$$

Aufgabe 2 – Musterlösung

a) I x-Richtung: $m_1 v_1 = m_1 v_1' \cos\theta_1 + m_2 v_2' \cos\theta_2$

II y-Richtung: $0 = m_1 v_1' \overset{\sin}{\cancel{\cos}}\, \theta_1 - m_2 v_2' \sin\theta_2$

III $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2$

Ia $(m_1 v_1 - m_1 v_1' \cos\theta_1)^2 = m_2^2 v_2'^2 \cos^2\theta_2$

$m_1^2 v_1^2 - 2 m_1^2 v_1 v_1' \cos\theta_1 + m_1^2 v_1'^2 \cos^2\theta_1 = m_2^2 v_2'^2 \cos\theta_2$

IIa $m_1^2 v_1'^2 \sin^2\theta_1 = m_2^2 v_2'^2 \sin^2\theta_2$

Ia + IIa

$m_1^2 v_1^2 - 2 m_1^2 v_1 v_1' \cos\theta_1 + m_1^2 v_1'^2 = m_2^2 v_2'^2$

IIIa

$m_1 m_2 (v_1^2 - v_1'^2) = m_2^2 v_2'^2$

IIIa = Ia + IIa

$$\cos\theta_1 = \frac{m_1 (v_1^2 + v_1'^2) + m_2 (v_1'^2 - v_1^2)}{2 m_1 v_1 v_1'}$$

$$\cos\theta_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{v_1}{v_1'}\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) + \frac{v_1'}{v_1}\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)\right]$$

a) 1. Fall $v_1' \to v_1$ $\Rightarrow \cos\theta_1 \to 1 \to \theta_1 = 0°$

2. Fall $v_1' \to 0$ $\Rightarrow \cos\theta_1 = -1 \to \theta_1 = 180°$

b) 1. Fall $v_1' = v_1$ $\Rightarrow \theta_1 = 0°$

2. Fall $v_1 \to 0$ $\Rightarrow \cos\theta_1 \to \frac{v_1}{2 v_1'}\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) \to \infty \mathrel{\hat{=}} \theta_1 =$ alle Winkel