Abgabe bis	Fr, 19. Dezember, 13:15 Uhr im Erdgeschoss von Geb. 30.23 (Physikhochhaus)
Besprechung	Mi, 07. Januar 2015

1. *Gravitation* **(3 Punkte)**

   (a) In welcher Höhe muss ein geostationärer (immer über dem selben Punkt auf der Erdoberfläche) Satellit um die Erde (Masse $M_E = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg, Radius $R_E = 6370$ km) kreisen?

   (b) Wie weit ist der Punkt vom Mittelpunkt der Erde entfernt, an dem sich die gegenseitigen Anziehungskräfte von Erde und Mond gerade aufheben? Der Abstand zwischen Erde und Mond (Mittelpunkt zu Mittelpunkt) beträgt etwa $D = 384000$ km; die Masse des Mondes sei $M_M = 7,349 \cdot 10^{22}$ kg.

2. *Gravitationsgesetz* **(3 Punkte)**

   (a) Bestimmen Sie mit der allgemeinen Form des Newtonschen Gravitationsgesetzes die für einen Körper mit $m = 75$ kg erforderliche Energie, um (beginnend von der Erdoberfläche) das Schwerefeld der Erde zu verlassen. Masse und Radius der Erde sind gegeben durch $M_E = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg und $r_E = 6378$ km, die Gravitationskonstante ist $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ m^3/kg $\cdot$ s^2.

   (b) Wieviele elektrische Elementarladungen $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C müssten Sie jeweils auf der Oberfläche von Erde und Venus aufbringen, um die gravitative Anziehung dieser beiden Planeten durch elektrische Abstoßung, wie sie durch das Coulomb-Gesetz

   $$F_C = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

   beschrieben wird, zu kompensieren? Nehmen Sie dazu näherungsweise an, Erde und Venus seien sowohl gleich groß als auch gleich schwer. Hinweis: $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{12}$ F/m.

3. *Keplersche Gesetze* **(4 Punkte)**
   Ein Satellit bewege sich auf einer Kreisbahn in einer Höhe $h = 6000$ km über der Erdoberfläche mit der Geschwindigkeit v_1 um die Erde. Er soll nun auf eine tiefer liegende Kreisbahn überführt werden. Dazu werden zunächst im Punkt A die Bremsdüsen gezündet und der Satellit auf eine Geschwindigkeit von $v_a = 0,9 \cdot v_1$ abgebremst (die Bremsstrecke sei vernachlässigbar). Danach beschreibt er eine Keplerellipse deren Apogäum (erdfernster Punkt) der Punkt A ist und erreicht nach einer halben Ellipse das Perigäum P (erdnächster Punkt). Hier wird erneut ein Bremsvorgang ausgeführt, so dass der Satellit wieder eine Kreisbahn um die Erde, mit dem Radius r_p, beschreibt.

   (a) Zeigen Sie, dass das zweite Keplersche Gesetz im Perigäum und im Apogäum die spezielle Form $r_a v_a = r_p v_p$ annimmt.

   (b) Bestimmen Sie r_a und v_a. Mit Hilfe des zweiten Keplerschen Gesetzes in der unter (a) berechneten Form und der Energieerhaltung können Sie dann r_p und v_p bestimmen. Die Kenntnis von r_p ermöglicht dann die Berechnung der notwendigen Geschwindigkeitsänderung in P.

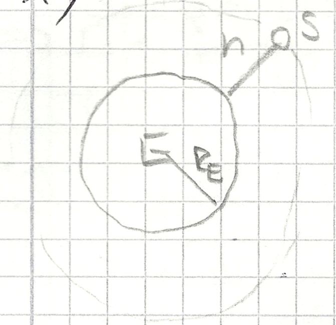
   (c) Benutzen Sie das dritte Keplersche Gesetz, um die Zeit zwischen den beiden Bremsvorgängen zu berechnen.

Viel Spaß und viel Erfolg!

Experimentalphysik Blatt 9

8,5

1.)



a) M_E, R_E

$$m\omega^2 r = m \cdot \frac{MG}{r^2} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r = m\frac{MG}{r^2} \qquad T = 1d$$

$$r^3 = \frac{MGT^2}{4\pi^2}$$

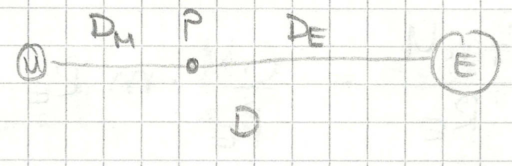
$$r = \sqrt[3]{\frac{MGT^2}{4\pi^2}}$$

$M_e = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ $\quad R_E = 6370$ $\quad T = 1d = 24 \cdot 60 \cdot 60\,s$

$h = r - R_E = 35863240{,}1\,m = 35863{,}3\,km$ ✓

(runden!)

b)



$D_E + D_M = D$

Erde: $m \cdot \frac{M_E G}{D_E^2}$ $\qquad$ Mond: $m \cdot \frac{M_M G}{D_M^2}$

$$\frac{M_E G}{D_E^2} = \frac{M_M G}{D_M^2}$$

$$\frac{D_M^2}{D_E^2} = \frac{M_M}{M_E}$$

$$\frac{(D - D_E)^2}{D_E^2} = \frac{M_M}{M_E} \qquad \frac{D - D_E}{D_E} = \pm\sqrt{\frac{M_M}{M_E}} \quad | \cdot D_E$$

$$D - D_E = D_E \cdot \pm\sqrt{\frac{M_M}{M_E}}$$

$$D = D_E \cdot \pm\sqrt{\frac{M_M}{M_E}} + D_E$$

$$D = D_E \left(\pm\sqrt{\frac{M_M}{M_E}} + 1\right) \qquad \left| : \left(\pm\sqrt{\frac{M_M}{M_E}} + 1\right)\right.$$

$$\frac{D}{\pm\sqrt{\frac{M_M}{M_E}} + 1} = D_E = 345650{,}15 \text{ km}$$

(runden!)

3

2. Lösung irrelevant (Punkt hinter Mond)

2.a) $m = 75\,kg$ $\quad M_E, R_E$

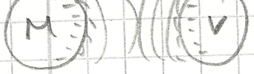
$$W = \int_{R_E}^{R} G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}\, dr = \left[-\frac{GmM}{r}\right]_{R_E}^{R} = -\frac{GmM}{R} + \frac{GmM}{R_E}$$

$$\lim_{R \to \infty} -\frac{GmM}{R} = 0 \qquad W = \frac{GmM}{R_E} = \frac{GM}{R_E^2} \cdot m \cdot R_E$$

$$= g m R_E$$

$$= \cancel{469{,}11\,10}\ 4{,}7 \cdot 10^9 \text{ J}$$

b)



$$F_G = F_C \qquad \frac{M \cdot M}{R^2} \cdot G = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \qquad Q_1 = Q_2$$

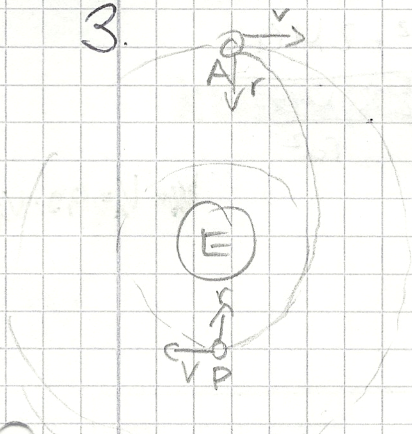
$$M^2 \cdot G = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$M^2 G\, 4\pi\varepsilon_0 = Q^2 \qquad Q = \sqrt{M^2 G\, 4\pi\varepsilon_0}$$

$Q = n \cdot e$

$$\Rightarrow n = \frac{\sqrt{M^2 G 4\pi\varepsilon_0}}{e} = 3{,}21 \cdot 10^{33}$$ ✓ 3

3.



a) 2. Kepplergesetz $\Rightarrow$ Drehimpulserhaltung

$$m(r_a \times v_a) = m(r_p \times v_p)$$

Im Apogäum und Perigäum stehen r_a und v_a (r_p und v_p) senkrecht zueinander

$$\Rightarrow m(r_a v_a) = m(r_p v_p)$$
$$r_a v_a = r_p v_p$$ ✓

b) $h = 6000000\,m$ $\quad r_a = R_E + h$ $\quad R_E = 6370000\,m$
$M_E = 5{,}97 \cdot 10^{24}\,kg$

$$F_Z = F_G = \frac{m v_1^2}{r_a} = \frac{m M_E G}{r_a^2}$$

$$v_1^2 = \frac{M_E G}{R_E + h} \qquad v_1 = \sqrt{\frac{M_E G}{R_E + h}} = 5674{,}96\,\frac{m}{s}$$

$v_a = 0{,}9\, v_1 = 5107{,}5\,\frac{m}{s}$ B ✓

$r_a = h + R_E = 12.370.000\,m$ C ✓

$r_a v_a = r_p v_p$

Energieerhaltung $\frac{1}{2} m v_A^2 + m \cdot \frac{MG}{r_a^2} = \frac{1}{2} m v_p^2 + m \frac{MG}{r_p^2}$ f

$$\frac{r_a v_a}{r_p} = v_p$$

$$\Rightarrow v_A^2 + \frac{2MG}{r_a^2} = \frac{r_a^2 v_a^2}{r_p^2} + \frac{2MG}{r_p^2}$$

$$r_p^2 = \frac{r_a^2 v_a^2 + 2MG}{v_A^2 + \frac{2MG}{r_a^2}} \qquad r_p = \sqrt{\frac{r_a^2 v_a^2 + 2MG}{v_A^2 + \frac{2MG}{r_a^2}}}$$

$v_A = 0{,}9 \cdot v_1$

$= 8.921.000\ m$

$= 11.133.000{,}21\ m$ ↯ D

f

$\left(v_A \frac{2-e^2}{e^2}\right)$

$$\frac{r_a v_a}{r_p} = v_p = 5674{,}96\ \frac{m}{s} \quad 7504\ \frac{m}{s}$$

c) $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$ ✓ Halbachse $a_1 = \frac{(r_a + r_p)}{2}$

$= 11.751.500{,}11\ m$ X

$T_1 \rightarrow$ Umlaufzeit Ellipse

$T_2 \rightarrow$ Umlaufzeit kl. Kreis $= \frac{2\pi r_p}{v_p}$

$a_2 \rightarrow r_p$

$$T_1^2 = \frac{a_1^3}{a_2^3} \cdot T_2^2$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{\left(\frac{r_a + r_p}{2}\right)^3}{r_p^3} \cdot \left(\frac{2\pi r_p}{v_p}\right)^2} = 14852{,}8\ s$$

(✓)

$$\frac{T_1}{2} = 7426\ s \approx 2h \quad = 1{,}47\ h$$

2,5