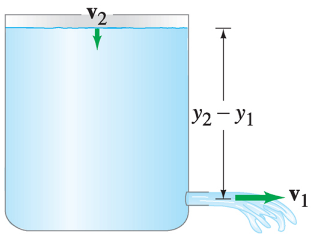
Abgabe bis Fr, 06. Februar, 13:15 Uhr im Erdgeschoss von Geb. 30.23 (Physikhochhaus)
Besprechung Mi, 11. Februar 2015

1. *Kinetische Gastheorie* **(4 Punkte)**
Betrachten Sie ein vereinfachtes Modell von 1 mol Ar-Gas ($M_{mol} = 40$ g/mol) in einem kubischen Kasten der Kantenlänge $d = 28$ cm. Die Gasatome seine massive Kugeln, die elastisch mit den Wänden stoßen. Im Mittel bewegn sich dabei 1/6 der Gasatome auf jede Wand zu. Mit einer Feder wird auf jeder Wand eine Kraft von $F = 7600$ N gemessen. Welche mittlere Geschwindigkeit haben die Gasatome?

2. *Bernoulli-Gleichung* **(3 Punkte)**
Während eines Orkans werden Windgeschwindigkeiten von bis zu $v = 120$ km/h erreicht. Berechnen Sie die Differenz zwischen dem statischen Luftdruck im Inneren eines Gebäudes und dem Druck außerhalb des Hauses bei einem solchen Sturm. Welche Kraft wirkt dabei auf einen (als quadratisch angenommenen) Dachziegel der Kantenlänge $l = 20$ cm und wie schwer muß ein solcher Ziegel sein, damit das Dach keine Sturmschäden davonträgt? Nehmen Sie an, der Ziegel liege auf einem Dach mit einem Neigungswinkel von $\alpha = 35°$. Die Dichte der Luft sei $\rho = 1{,}29$ kg/m^3.

3. *Abfluss* **(3 Punkte)**
Wasser strömt aus einem Kessel wie in der Abbildung gezeigt:



Berücksichtigen Sie die Bewegung der Oberfläche des Behälters beim Auslaufen und zeigen Sie, dass für die Geschwindigkeit v_1 der Flüssigkeit, die durch die Öffnung am Boden ausströmt, gilt:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2g(y_2 - y_1)}{1 - A_1^2/A_2^2}}.$$

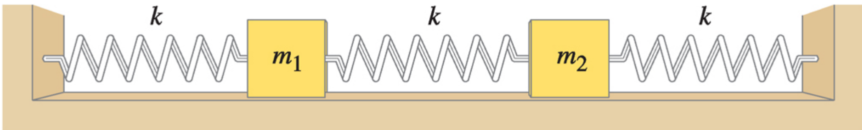
4. *Kontinuitätsgleichung* **(5 Bonuspunkte)**
Bei inkompressiblen Flüssigkeiten muß durch eine Röhre pro Zeiteinheit ein konstantes Flüssigkeitsvolumem transportiert werden, unabhängig vom Querschnitt der Röhre. Dies ist nur möglich, wenn an engeren Stellen die Flüssigkeit schneller strömt, und zwar so, daß das Produkt aus Röhrenquerschnitt A und Geschwindigkeit v an jeder Stelle den gleichen Wert hat (Kontinuitätsgleichung):

$$A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2$$

Aus einem runden Wasserhahn mit Innendurchmesser r_0 ströme nun Wasser mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 senkrecht nach unten. Berechnen Sie mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung die Hüllkurve des Wasserstrahls, d.h. geben Sie den resultierenden Radius r des Wasserstrahls als Funktion der Fallhöhe z an. Vernachlässigen Sie dabei die Viskosität des Wassers, indem Sie eine konstante Geschwidigkeit des Wassers über die Querschnittsfläche annehmen.

Hinweis: Geben Sie den Radius r zunächst als Funktion der Geschwindigkeit v an und benutzen Sie die Energieerhaltung um v zu bestimmen.

5. *Gekoppelte Schwingung* **(5 Bonuspunkte)**
Zwei gleiche Massen m_1 und m_2 sind durch drei gleiche Federn mit der Federkonstanten k, wie in der Abbildung dargestellt, verbunden. Vernachlässigen Sie die Reibung.



(a) Wenden Sie das Hookesche Gesetz auf jede Masse an und finden Sie zwei Differentialgleichungen für die Auslenkungen x_1 und x_2.

(b) Bestimmen Sie die Eigenfrequenzen, indem Sie Lösungen der Form $x_1(t) = A_1\cos(\omega t)$ und $x_2(t) = A_2 \cos(\omega t)$ für die Differentialgleichungen annehmen. Welchen beiden fundamentalen Schwingungen des Systems entsprechen diese Eigenfrequenzen?

Viel Spaß und viel Erfolg!

1) $p = \frac{F}{A}$ $\quad A = d^2 = (0{,}28\,m)^2 = 0{,}0784\,m^2$

$V = d^3 = 0{,}022\,m^2$

$m = 40\,g = 0{,}04\,kg$

$F = 7600\,N$

Mass 1 Atom

aus Vorlesung: $p = \frac{1}{3} m v^2 \frac{N}{V}$ (✓)

$\frac{p \cdot V \cdot 3}{N\, m} = v^2$ $\quad \sqrt{\frac{F \cdot V \cdot 3}{A m \cdot N}} = v = \cancel{\sqrt{\frac{7600N \cdot (0{,}28m)^3 \cdot 3}{0{,}04kg}}}$

$= \sqrt{\frac{7600N \cdot 0{,}28m \cdot 3}{0{,}04kg \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}}} = 111{,}9\,\frac{m}{s}$ f

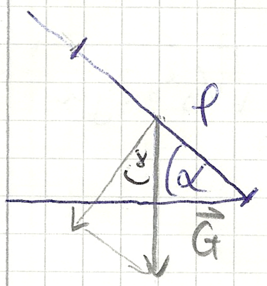
40u

2.)

Innen: $\quad$ außen

p_0 $\quad$ $p_0 + \underbrace{\tfrac{1}{2}\rho v^2}_{\text{Differenz}}$ $\quad$ $\frac{1}{2}\rho v^2 = 716{,}\bar{6}$ Pa :)

Schweredruck entfällt



Gewichtskraft nach unten

$\sin\alpha \cdot G = \sin\alpha\, mg$

$p = \frac{F}{A}$ $\quad p \cdot A = F = (\cancel{p_0} + \frac{1}{2}\rho v^2) \cdot A = F = \sin\alpha\, mg$

$\frac{\frac{1}{2}\rho v^2 \cdot 4}{\sin\alpha \cdot g} = m = 5{,}1\,kg$:) f

3.

$$p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = \text{konst.} \qquad A_1 \cdot v_1 = A_2 v_2 \checkmark$$

$$\cancel{p_0} + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 = \cancel{p_0} + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 \checkmark \qquad \hookrightarrow \frac{A_1}{A_2} v_1 = v_2$$

$$\rho g (y_2 - y_1) + \frac{1}{2}\rho \left(\frac{A_1}{A_2} v_1\right)^2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

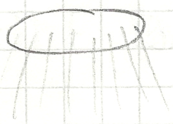
$$2g(y_2 - y_1) + \left(\frac{A_1}{A_2} v_1\right)^2 = v_1^2$$

$$2g(y_2 - y_1) = v_1^2 - \frac{A_1^2}{A_2^2} v_1^2$$

$$\frac{2g(y_2 - y_1)}{\left(1 - \frac{A_1^2}{A_2^2}\right)} = v_1^2$$

$$\sqrt{\frac{2g(y_2 - y_1)}{1 - A_1^2/A_2^2}} = v_1 \checkmark \qquad 3$$

4.)



$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\pi r_0^2 \cdot v_0 = \pi r^2 \cdot v$$

$$r_0^2 v_0 = r^2 v \checkmark \qquad r_0^2 v_0 = r^2 v$$

EE: $$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + mgh \qquad \frac{r_0^2 v_0}{r^2} = v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gh$$

$$\sqrt{v_0^2 + 2gh} = v(h) \checkmark \qquad \frac{r_0^2 v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}} = r^2$$

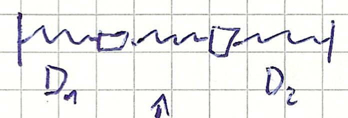
$$\sqrt{\frac{r_0^2 v_0}{\sqrt{v_0^2 + 2gh}}} = r(h) \checkmark \qquad h \hat{=} z$$

5

5)

a) Hookesches Gesetz

$D \cdot x = F$



$\Rightarrow D = D_{1,2}$

$F = m \cdot a = m \cdot \ddot{x}$

$\Rightarrow$ 1. $m_1 \cdot \ddot{x}_1 = -D_1 x_1 - D_{1,2}(x_1 - x_2)$

2. $m_2 \cdot \ddot{x}_2 = -D_2 x_2 - D_{1,2}(x_2 - x_1)$

(v)

1

b) –

1 $m = \frac{M}{N_A}$ $M = 40 g/mol$

$n = \frac{N_A}{V} = \frac{N_A}{d^3}$

$j = \frac{1}{6} n \cdot \bar{v} = \frac{1}{6} \cdot \frac{N_A}{d^3} \cdot \bar{v}$ (Teilchenstromdichte)

$q = 2 m \bar{v}$

$F = p \cdot A \Rightarrow F = \frac{Q}{t} = p \cdot A \Rightarrow p = \frac{Q}{A \cdot t}$

$\bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cancel{R} d}{M}} \approx 400 \frac{m}{s}$

2

$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$

$v_1 = 0$ $v_2 = 33{,}3 \frac{m}{s}$

$\Delta p = |p_1 - p_2| = \frac{1}{2} \rho v_2^2$

$= \frac{1}{2} \cdot 1{,}29 \frac{kg}{m^3} \cdot (33{,}3 \frac{m}{s})^2$

$= 716{,}52 pa$

$F_p = p \cdot A = 28{,}66 N$

$F_N = F_G \cdot \cos(\alpha) = m \cdot g \cdot \cos(\alpha)$

$F_N \overset{!}{\geq} F_p$

$\Rightarrow m \geq 3{,}56 kg$