

Klassische Physik I – Mechanik

Winter 2015/2016, Prof. Thomas Müller, IEKP, KIT

Aufgabenblatt 1 aka Vorgeplänkel

1. Mathematisches Grundwissen:

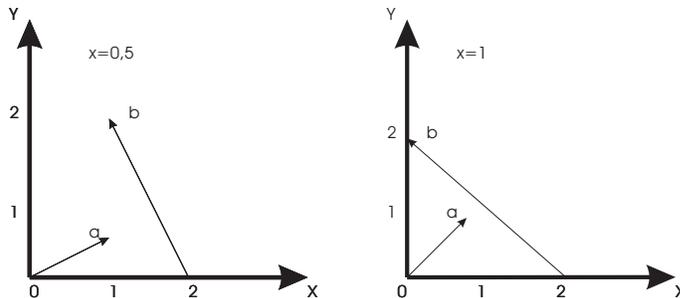
(a) Funktionen

Funktion	$x(t) = \frac{a}{2}t^2 + v_0t + x_0$	$f(x) = b \cdot e^{ax}$
Ableitung	$\frac{d(f(t))}{dt} = at + v_0$	$\frac{d(f(x))}{dx} = a \cdot b \cdot e^{ax}$
Gültigkeitsbereich	\mathbf{R}	\mathbf{R}
Integral	$\frac{a}{6}t^3 + \frac{v_0}{2}t^2 + x_0t + C$	$\frac{b}{a} \cdot e^{ax} + C$
Funktion	$f(a) = a \cdot \ln(bx)$	$\phi(\theta) = \xi \cdot \theta^{\epsilon \cdot \Xi}$
Ableitung	$\frac{d(f(a))}{da} = \ln(bx)$	$\frac{d(\phi(\theta))}{d\theta} = \epsilon \cdot \Xi \cdot \xi \cdot \theta^{\epsilon \cdot \Xi - 1}$
Gültigkeitsbereich	$\mathbf{R} \wedge b \cdot x > 0$	$\mathbf{R} \forall (\epsilon \cdot \Xi > 0) \vee (\mathbf{R} \wedge \theta \neq 0) \forall (\epsilon \cdot \Xi < 0)$
Integral	$\frac{a^2}{2} \cdot \ln(bx) + C$	$\frac{1}{\epsilon \cdot \Xi + 1} \cdot \xi \cdot \theta^{\epsilon \cdot \Xi + 1} + C$
Funktion	$f(x) = a \cdot \ln(bx)$	$f(x) = \frac{a}{bx}; b \neq 0$
Ableitung	$\frac{d(f(x))}{dx} = \frac{a}{x}$	$\frac{d(f(x))}{dx} = -\frac{a}{bx^2}$
Gültigkeitsbereich	$\mathbf{R}^+(b > 0) \vee \mathbf{R}^-(b < 0)$	$\mathbf{R} \wedge x \neq 0$
Integral	$a \cdot x \cdot \ln(bx) - a \cdot x + C$	$\frac{a}{b} \cdot \ln(x) + C$
Funktion	$\dot{x}(t) = -A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + \phi)$	$\phi(\Xi) = \xi \cdot \theta^{\kappa \cdot \Xi} = \xi \cdot (e^{\ln \theta})^{\kappa \cdot \Xi} = \xi \cdot e^{\ln \theta \cdot \kappa \cdot \Xi}$
Ableitung	$\frac{d^2(x(t))}{dt^2} = -A \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega t + \phi)$	$\frac{d(\phi(\Xi))}{d\Xi} = \xi \cdot \kappa \cdot \ln \theta \cdot e^{\ln \theta \cdot \kappa \cdot \Xi}$
Gültigkeitsbereich	\mathbf{R}	\mathbf{R}
Integral	$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \phi) + C$	$\phi(\Xi) = \xi \cdot \frac{1}{\kappa \cdot \ln \theta} e^{\ln \theta \cdot \kappa \cdot \Xi} + C$

(b) Vektorrechnung

- (a) $\vec{AB} = (2, 2, -2)$ $\vec{AC} = (10, 10, -10)$
 (b) $\vec{AB} + \vec{AC} = (12, 12, -12)$ $\vec{AB} - \vec{AC} = (-8, -8, 8)$
 (c) $\vec{AC} = 5 \cdot \vec{AB}$
 (d) $M = (A+B)/2 = (-2, -1, 3)$

(a)



(b) Die Vektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ sind für alle x linear unabhängig. Beweis:

$$\alpha \vec{a} + \beta \vec{b} + \gamma \vec{c} = 0$$

$$\implies \alpha - 2\beta x = 0; \alpha x + 2\beta + 2\gamma x = 0; 0.5\gamma = 0$$

$$\implies \alpha = \beta = \gamma = 0$$

(c) $x = \pm \frac{\sqrt{3}}{4}$

(d) Für alle x ist $\vec{a} \perp \vec{b}$, für $x=0$ ist $\vec{a} \perp \vec{c}$.

- (e) $\vec{b} \times \vec{c} = (1, x, -4x^2)$
 (f) $\vec{a} \cdot \vec{a} = a_1 a_1 + a_2 a_2 + a_3 a_3 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = |\vec{a}|^2$ Demnach gilt: $|\vec{a}| = \sqrt{\vec{a} \cdot \vec{a}}$
 Sind \vec{a} und \vec{b} keine Nullvektoren, so gilt: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos \angle(\vec{a}; \vec{b})$
 Demzufolge ist $\cos \angle(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$
 (g) Das Skalarprodukt ist nicht assoziativ. Deshalb würde der Ausdruck nur mit Klammern Sinn machen.
 (h) $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = (0, 0, 2+2x^2) \cdot (0, 2x, 0.5) = 1+x^2$

2. Einheiten

a,b,c stehen für unterschiedliche physikalische Einheiten. Welche der folgenden Ausdrücke ergibt eventuell wieder eine physikalische Einheit, d.h beschreibt eine physikalische Grösse?

$a + b$	$a + b + c$	$a \cdot b$	$\frac{a}{b \cdot c}$	$\frac{a^2}{b}$	$\frac{a}{a}$
nein	nein	ja	ja	ja	ja (Bsp.: rad hat keine Einheit)
e^a	$a \cdot e^{\frac{a}{b}}$	\vec{a}	$\ln(a)$	$\sin(\frac{a}{b})$	$\sin(a \cdot b)$
nein	nein	nein ¹	nein	nein	nein - oder geschummelt ($s \cdot Hz$)

Was soll diese Aufgabe eigentlich? Sie ermöglicht eine Überprüfung des Ergebnisses auf Einheiten Richtigkeit, was häufig ein Indiz für eine richtige Lösung ist. Ein weiteres Indiz ist die richtige Grössenordnung, sollte ein Kraftwerk $10^{30}W$ erzeugen oder ein Flugzeug 5pm pro Stunde fliegen, oder die Kraft auf den Boden 3m betragen, hat sich bestimmt ein Fehler eingeschlichen.

3. Physikalische Grössen

(a) Basiseinheiten

Meter m ,Das Meter ist die Länge des Weges, den das Licht in Vakuum im 1/299 792 458 ten Teil einer Sekunde zurücklegt. L

Kilogramm kg ,Das Kilogramm ist die Masse eines internationalen Prototyps des Kilogramm. Er ist ein Platin-Iridium-Zylinder, der im BIPM in Sèvres bei Paris aufbewahrt wird. M

Sekunde s Die Sekunde ist die Zeitdauer von 9 192 631 770 Schwingungsperioden einer Strahlung, die dem Übergang zwischen den zwei Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandsniveaus eines ^{133}Cs Atoms entspricht. T

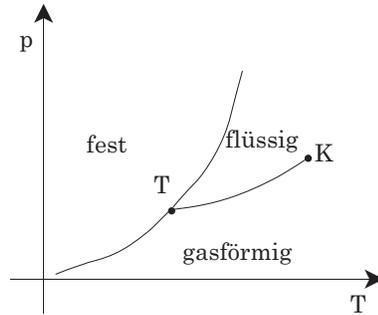
Ampere A ,Das Ampere ist der konstante Strom, der, wenn er in zwei unendlich ausgedehnten Leitern mit vernachlässigbarem Querschnitt, die sich im Vakuum in einem Meter Abstand voneinander befinden, fließt, eine Kraft von $2 \cdot 10^{-7}N$ pro Längengmeter erzeugt. I

Kelvin K, Das Kelvin ist der 1/273.16 te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes des Wassers. Θ

Mol mol ,Das Mol ist die Menge einer Substanz, die so viel elementare Bestandteile enthält, wie sich Atome in 0.012 kg von Kohlenstoff-12 befinden. N

Candela cd ,Die Candela ist die Lichtstärke in einer gegebenen Richtung einer monochromatischen Strahlungsquelle der Frequenz von $540 \cdot 10^{12}$ Hertz und einer Strahlstärke in diese Richtung von (1/683) Watt pro Steradian. J

¹Die Grösse bekommt ihren Vektorcharakter durch Multiplikation eines Einheitsvektors



Tripelpunkt des Wassers

(b) Dezimalvorsätze:

Yocto	y	10^{-24}	Deka	da	10^1
Zepto	z	10^{-21}	Hekto	h	10^2
Atto	a	10^{-18}	Kilo	k	10^3
Femto	f	10^{-15}	Mega	M	10^6
Piko	p	10^{-12}	Giga	G	10^9
Nano	n	10^{-9}	Tera	T	10^{12}
Mikro	μ	10^{-6}	Peta	P	10^{15}
Milli	m	10^{-3}	Exa	E	10^{18}
Zenti	c	10^{-2}	Zetta	Z	10^{21}
Dezi	d	10^{-1}	Yotta	Y	10^{24}

(c) Einheiten in SI-Einheiten

Zoll 0.0245m	Inch 0.0245m	Elle siehe unten	Ar $100m^2$
Ha $10000m^2$	Lichtjahr 9 460 500 000 000 km	Seemeile 1852 m	Å $10^{-10}m$
Atomare Masse $1.6605 \cdot 10^{-27} kg$	bar $10^5 Pa = 10^5 \frac{kg}{m \cdot s^2}$	Liter $0.001m^3$	kp $9,80665 N = 9,80665 \frac{kgm}{s^2}$
Elle			
ägypt Elle	0.4618 m		
heilige Elle	0.635m		
Königselle	0.5255		
Elle =2 Schuh	0.576m		
Elle	0,66m		
Nippurelle	518,34 mm		

(d) Warum diese Aufgabe, warum Zahlen recherchieren, es ist wichtig sich klarzumachen, dass die Physik über viele Größenordnungen hinweg gilt, und man sollte sich auch zumindest einmal klarmachen wieviele es wirklich sind. (Gute Lektüre 10^{hoch} aus dem Spektrum Verlag.)

Nennen sie die Größen für (Zeit in s): a) Lichtlaufzeit über den Durchmesser eines Atoms (10^{-19}), 1 Tag ($8,46 \cdot 10^4$), Rotationsperiode unserer Milchstraße (10^{16}), Alter der Universums ($5 \cdot 10^{17}$); (Länge in m) Elektronenradius (10^{-18}), 1Å (10^{-10}), 1 Mensch (10^0), Erdradius ($6 \cdot 10^6$), *Erde – Sonne* ($1,5 \cdot 10^{11}$), Ausdehnung des Universums ($3 \cdot 10^{25}$); (Masse in kg) Masse Elektroneneutrino ($< 10^{-36}$), Elektronenmasse (10^{-30}), Mensch (10^2), Erde ($6 \cdot 10^{24}$), Sonne ($2 \cdot 10^{30}$), Milchstraße (10^{42}).

4. Das griechische Alphabet

A	A	a	α	Alpha
B	B	b	β	Beta
G	Γ	g	γ	Gamma
D	Δ	d	δ	Delta
E	E	e	ϵ	Epsilon
Z	Z	z	ζ	Zeta
H	H	h	η	Eta
Q	Θ	q	θ	Theta
I	I	i	ι	Iota
K	K	k	κ	Kappa
L	Λ	l	λ	Lambda
M	M	m	μ	My
N	N	n	ν	Ny
X	Ξ	x	ξ	Xi
O	O	o	o	Omikron
P	Π	p	π	Pi
R	P	r	ρ	Rho
S	Σ	s, V	σ	Sigma
T	T	t	τ	Tau
Y	Y	u	υ	Ypsilon
f	Φ	j	ϕ	Phi
X	X	c	χ	Chi
Y	Ψ	y	ψ	Psi
W	Ω	w	ω	Omega

Lexikon: SI-Einheiten, im Système International d'Unités (Internationales Einheitensystem) festgelegte und in der Bundesrepublik Deutschland für den amtlichen und geschäftlichen Verkehr aufgrund des Gesetzes über Einheiten im Messwesen vom 2. Juli 1969 (BGBl. I S. 709) vorgeschriebene Einheiten.

Das SI wurde durch die Conférence Générale des Poids et Mesures (Allgemeine Konferenz über Gewichte und Maße), die durch den Meter-Vertrag vom 20. Mai 1875 begründet wurde und heute 47 Mitgliedsländer hat, etabliert und wird durch das Bureau International des Poids et Mesures (Internationales Amt für Gewichte und Maße) in Sèvres (Frankreich) verwaltet und weitergeführt. Sowohl die International Standardization Organization (Internationale Organisation für Standardisierung, ISO) als auch die International Union of Pure and Applied Physics (Internationale Vereinigung für Reine und Angewandte Physik, IUPAP) stellen internationale Empfehlungen für den Gebrauch des Systems zusammen, die auf nationaler Ebene durch Deutsche Industrienormen (DIN) verbindlich festgelegt sind. Neben dem SI existieren noch einige Einheiten, deren Gebrauch in Deutschland gesetzlich für einzelne Bereiche zulässig ist (z.B. Karat als Gewichtseinheit bei Edelsteinen, Dioptrie als Einheit der Brechkraft).

Übungsleiter: Frank Hartmann, IEKP, Forschungszentrum Karlsruhe,
 Tel.: +41 75411 4362; Mobil - immer
 Tel.: +49 721 608 23537; ab und zu
 Email: Frank.Hartmann@kit.edu
www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~hartmann/Mechanik.html