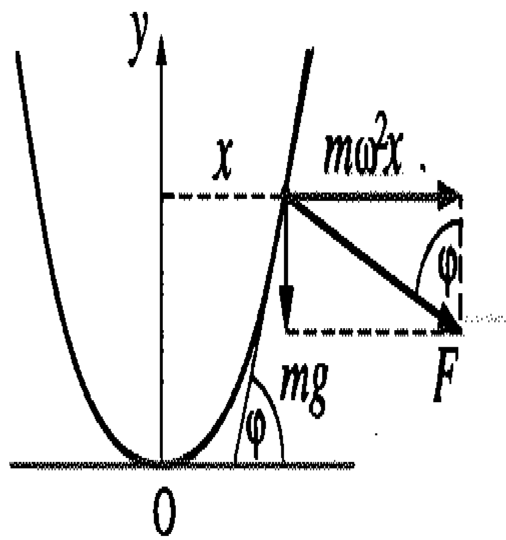
Winter 2015/2016, Prof. Thomas Müller, IEKP, KIT

Aufgabenblatt 9; Übung am 13. Januar 20016 (Mittwoch)

1. Fliehkraft
   Auf ein Wasserteilchen an der Oberfläche wirken die Schwerkraft mg und die Fliehkraft $m\omega^2 x$.



Die senkrecht zur Resultierenden F verlaufende Tangente hat den Anstieg:

$$\tan\phi = \frac{dy}{dx} = \frac{m\omega^2 x}{mg} = \frac{\omega^2}{g} \cdot x \tag{1}$$

, (siehe Bild) woraus folgt

$$dy = \frac{\omega^2}{g} \cdot x \cdot dx, \quad y = \frac{\omega^2}{g} \int x \cdot dx = \frac{\omega^2}{2g} x^2 + C \tag{2}$$

Für x=0 sei y=0, womit wiederum C=0 wird, und man erhält $y = \frac{\omega^2}{2g} x^2$ (Parabel)
Die Flüssigkeit hat also die Gestalt eines Rotationsparaboloides, welches um so stärker nach innen gewölbt ist, je größer die Rotationsgeschwindigkeit ist.
ODER:Diskussion mittels schiefe Ebene: und dann Verallgemeinerung: $\rightarrow$ $F_1 = mg \sin\phi = F_2 = m\omega^2 x \cos\phi$ mit F_1 entspricht der Hangabtriebskraft resultierend aus der Gewichtskraft, und F_2 Kraft nach oben resultierend aus der Zentrifugalkraft. $\rightarrow mg \sin\phi = m\omega \rightarrow^2 x \cos\phi \rightarrow \frac{dy}{dx} = \tan\phi = \frac{\omega^2 x}{g}$

2. **Deimos**

(a) Seine Gewichtskraft
auf der Erde:

$$F_{g,T} = mg$$

auf dem Mond:

$$F_{g,L} = \frac{mM_L G}{r_L^2}$$

Damit

$$\eta = 0.17 = \frac{F_{g,L}}{F_{g,T}} \Rightarrow M_L = \frac{\eta g r_L^2}{G} = 7.57 \cdot 10^{22} kg$$

(b) Deimos ähnelt eher einer Kartoffel denn einer Kugel. Man nehme aber trotzdem an, dass Deimos kugelförmig ist. Sonst kann Deimos bei dieser geringen Entfernung vom Schwerpunkt nicht mehr als Punktmasse betrachtet, und damit das Gravitationsgesetz nicht mehr *ohne* Intagration über den Himmelskörper angewandt werden.

Berechne die Winkelgeschwindigkeit, die der Astronaut in einer Deimos-Umlaufbahn hat. Setze wie immer die Gewichtskraft gleich der Zentripetalkraft:

$$\frac{m_A M_D G}{r_D^2} = m_A \omega^2 r_D \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{M_D G}{r_D^3}} = 2.20 \cdot 10^{-4} \frac{1}{s}$$

Damit erreicht er die Rakete wieder nach der Zeit T:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 28500 s \approx 8h.$$

Hierfür ist diese Absprunggeschwindigkeit nötig:

$$v = \omega r_D = 1.43 \frac{m}{s} = 5.16 \frac{km}{h}$$

Bei Geschwindigkeiten darunter erreicht er irgendwann den Deimosboden.
Bis zur Fluchtgeschwindigkeit v_F (von der Deimosoberfläche aus und gegenüber Deimos *in Ruhe*)

$$E_{pot} = E_{kin} \Rightarrow \frac{mM_D G}{r_D} = \frac{1}{2} m v_F^2 \Rightarrow v_F = \sqrt{\frac{2M_D G}{r_D}} = 2.03 \frac{m}{s}$$

gelangt er in irgendeine höhere Deimosumlaufbahn. Darüber verläßt er Deimos zwar, bleibt aber noch in einer Marsumlaufbahn.
Zusätzliche relevante Diskussion zum Themenkomplex: Geostationäre Bahn. Nicht relevant bei Deimos, da Deimos sich nicht dreht.

3. **Skyhook**
Gravitation= Fliehkraft

$$
\begin{aligned}
\int_{r_e}^{r_{max}} \frac{G\rho M_e}{r^2} dr &= \int_{r_e}^{r_{max}} \rho\omega^2 r dr \\
-G\rho M_e \left(\frac{1}{r_{max}} - \frac{1}{r_e}\right) &= \frac{1}{2}\rho\omega^2 \left(r_{max}^2 - r_e^2\right) \\
-G\rho M_e \left(\frac{r_e - r_{max}}{r_{max} r_e}\right) &= \frac{1}{2}\rho\omega^2 \left(r_{max} - r_e\right)\left(r_{max} + r_e\right)
\end{aligned}
$$

$\Rightarrow r_e = r_{max}$ ist triviale Lösung

$$
\frac{G\rho M_e}{r_{max} r_e} = \frac{1}{2}\omega^2 \left(r_{max} + r_e\right)
$$

$$
r_{max}^2 + r_e \cdot r_{max} - \frac{2\rho G M_e}{r_e \omega^2} = 0 \tag{3}
$$

$$
r_{max} = -\frac{r_e}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{r_e}{2}\right)^2 + \frac{2\rho G M_e}{r_e \omega^2}} = 15000km \tag{4}
$$

mit $M_e = 6 \cdot 10^{24} kg;\ r_e - 6.4 \cdot 10^6 m;\ G = 6.67 \cdot^{-11} \frac{m^3}{kgs^2};\ \omega = \frac{2\pi}{86400s}$
$\approx$ halber Weg zum Mond. Negative Loesung: Seil hängt durch die Erde und an der anderen Seite wieder raus.

4. **Meteorit**

Für den Punkt nächster Annäherung gilt $\vec{v} \perp \vec{r}_{min}$, sonst würde der Meteor ja noch näher kommen oder wäre vorher näher gewesen.
Drehimimpulserhaltung:

$$L_o = \vec{r}_o \times \vec{p} = b \cdot m \cdot v_o = s \cdot m \cdot v_{max} \Rightarrow v_{max} = \frac{v_0 \cdot b}{s} \tag{5}$$

$$E_o = \frac{1}{2} m v_o^2; \quad E_{Annäherung} = \frac{1}{2} m v_{max}^2 - \frac{GMm}{s} \tag{6}$$

mit $v_{max} = \frac{v_o \cdot b}{s}$

$$s = -\frac{GM}{v_o^2} \pm \sqrt{\left(\frac{GM}{v_o^2}\right)^2 + b^2} \tag{7}$$

s is positiv

(a) s=414km

(b) Maximale Geschwindigkeit des Meteoriten (minimale potentielle Energie)

$$v_{max} = \frac{v_o \cdot b}{s} = 48 \frac{m}{s} \tag{8}$$

Betrachte Grenzfälle

$$\begin{aligned} v_o \to \infty \quad &\Rightarrow \quad s \to b \\ v_o \to 0 \quad &\Rightarrow \quad s \to 0 \\ b \to 0 \quad &\Rightarrow \quad s \to 0 \end{aligned}$$

5. **Interplanetare Reise Kerbin nach Deimos**

(a) Startgeschwindigkit
$M_\odot = M$
Drehimpulserhaltung:

$$m \cdot v_1 \cdot r_K = m \cdot v_2 \cdot r_D \;\rightarrow\; v_2 = v_1 \cdot \frac{r_K}{r_D} \tag{9}$$

Energieerhaltung:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2} m \cdot v_1^2 - \frac{GmM}{r_K} &= \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 - \frac{GmM}{r_D} && (10)\\
\frac{1}{2}(v_1^2 - v_2^2) &= GM\left(\frac{1}{r_K} - \frac{1}{r_D}\right) && (11)\\
v_1^2\left(1 - \left(\frac{r_K}{r_D}^2\right)\right) &= 2GM\left(\frac{1}{r_K} - \frac{1}{r_D}\right) && (12)\\
v_1 &= \sqrt{\frac{2GM\left(\frac{1}{r_K} - \frac{1}{r_D}\right)}{r_K^2\left(\frac{1}{r_K^2} - \frac{1}{r_D^2}\right)}} && (13)\\
&= \sqrt{\frac{2GM}{r_K^2\left(\frac{1}{r_K} + \frac{1}{r_D}\right)}} = \sqrt{\frac{2GM}{r_K\left(1 + \frac{r_K}{r_D}\right)}} && (14)
\end{aligned}$$

(b) Gesamtenergie der Rakete

$$E_{tot} = \frac{1}{2} m v_1^2 - \frac{GmM}{r_K} = \frac{GmM}{r_K\left(1 + \frac{r_K}{r_D}\right)} - \frac{GmM}{r_K} \tag{15}$$

$$E_{tot} = \frac{GmM}{r_K}\left(\frac{1 - 1 - \frac{r_K}{r_D}}{1 + \frac{r_K}{r_D}}\right) = -\frac{GMm}{r_K + r_D} \tag{16}$$

(c) Geschwindigkeit in Anhängigkeit von r

$$E_{tot} = E_{kin} + E_{pot} : \quad -\frac{GMm}{r_K + r_D} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r} \tag{17}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_K + r_D}\right)} \tag{18}$$

6. **Gravitation I**
Als Zentralkraft ist die Gravitationskraft radial anziehend, d.h. in Kugelkoordinaten ist sie in Richtung $-\hat{r}$ gerichtet. $\hat{r}$ ist dabei der Einheitsvektor der Radialkoordinate.

(a) Die Gravitationskraft außerhalb der Erde ist direkt

$$\vec{F} = -G_N \cdot \frac{m \cdot m_E}{r^2} \cdot \hat{r} \qquad \text{für} \quad r \geq R \tag{19}$$

mit (der Vollständigkeit halber) den Werten $m_E = 5.974 \cdot 10^{24}$ kg, $R = 6.378 \cdot 10^6$ m und der Gravitationskonstanten $G_N = 6.673 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3 kg^{-1} s^{-2}}$.

Das Gravitationspotential $U(r_m)$ am Ort r_m des Körpers ergibt sich aus dem Wegintegral der gewonnenen (geleisteten) Arbeit:

$$U(r_m) = \int_{r_m}^{\infty} \vec{F}(r) d\hat{r} = -G_N m m_E \int_{r_m}^{\infty} \frac{dr}{r^2} = -G_N m m_E \left[-\frac{1}{r} \right]_{r_m}^{\infty} = -G_N \frac{m \cdot m_E}{r_m} \tag{20}$$

wobei wieder gilt: $r_m \geq R$.

(b) Für die Gravitationskraft innerhalb der Erde ($r < R$) gilt unter Benutzung der Massendichte $\rho_E = m_E/(4/3 \cdot \pi R^3)$

$$\vec{F} = -G_N \cdot \frac{m \cdot \rho_E \cdot 4\pi r^3}{3r^2} \cdot \hat{r} = -G_N m \frac{m_E}{R^3} \cdot r \cdot \hat{r} \tag{21}$$

und entsprechend für das Gravitationspotential innerhalb des Erdradius R:

$$\begin{aligned} U(r_m) &= -G_N \frac{m \cdot m_E}{R} + \int_{r_m}^{R} -G_N m \frac{m_E}{R^3} r dr = -G_N m m_E \left(\frac{1}{R} + \left[\frac{r^2}{2R^3} \right]_{r_m}^{R} \right) & (22) \\ &= \frac{-G_N m \cdot m_E}{2R^3} (3R^2 - r_m^2) & (23) \end{aligned}$$

(c) Man definiere (geschickterweise) zur Vereinfachung folgende konstante Größe:

$$g = \frac{G_N \cdot m_E}{R^2} \tag{24}$$

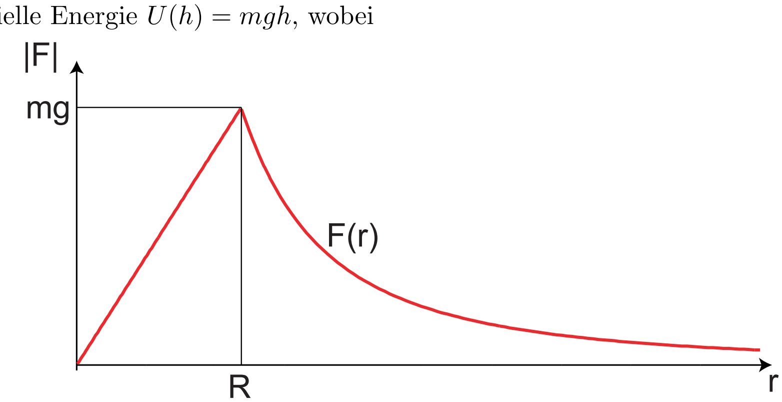
Dann lässt sich das Gravitationspotential wie folgt schreiben:

$$U(r) - mg \frac{3R^2 - r^2}{2R} = -mg \left(\frac{3}{2} R - \frac{r^2}{2R} \right) = -mgR - mg \frac{R^2 - r^2}{2R} \tag{25}$$

An der Erdoberfläche gilt also $U(R) = -mgR = U_0$, in der Nähe der Erdoberfläche gilt dann $r \approx R$ und $\Delta r = R - r \ll R$. Damit können wir das Potential wie folgt schreiben:

$$U(r) - U_0 = -mg \frac{(R-r)(R+r)}{2R} \approx mg \frac{\Delta r \cdot 2R}{2R} = mg \Delta r \tag{26}$$

Setzt man jetzt noch wie üblich für Δr die Höhe h ein, so erhält man die potentielle Energie $U(h) = mgh$, wobei



7. **James Bond**

(a) Bombe siehe Skizze letzte Aufgabe - Kraft im innern einer Vollkugel ist linear zum Mittelpunkt gerichtet.

$$F = -G\frac{Mm}{r^2} = -G\frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho m}{r^2} = -G\rho\frac{4}{3}rm; \tag{27}$$

DGL mit $G\rho\frac{4}{3}\pi m = k$

$$F = ma = m\ddot{r} = m \cdot \ddot{r} = -k \cdot r \tag{28}$$

Ähnlich Federpendel $m\ddot{s} = -Ds \Rightarrow$ Federpendel. Dies wurde in der Vorlesung schon besprochen jedoch nicht in der Übung (Schwingungen werden später ausführlich behandelt).
Ansatz $r(t) = r_0 \sin \omega t$
$\rightarrow \ \ddot{r}(t) = -r_0\omega^2 \sin \omega t$

$$-mr_0\omega^2 \sin \omega t = -k \sin \omega t \tag{29}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{G\rho\frac{4}{3}} = \frac{2\pi}{T} \tag{30}$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{G\rho\frac{4}{3}}} \tag{31}$$

$\Rightarrow \frac{T}{2} = 2600s \approx 45min$

(b) und jetzt ohne Sprengstoff- elastischer Stoss

$$E_{pot} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}G\rho\frac{4}{3}\pi mr^2 = \frac{1}{2}\frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}mv^2 \tag{32}$$

mit $M_{Erde} = 6 \cdot 10^{24}kg;\ G = 6.67 \cdot^{-11} \frac{m^3}{kgs^2};\ r = 64 \cdot 10^6 m$

$$v = \sqrt{\frac{GM_{Erde}}{r}} = 7.9 \cdot 10^3 \frac{m}{s} \tag{33}$$

Elastischer Stoss: $Mv = Mv_n + mc$ und $Mv^2 = Mv_n^2 + mc^2$

$$c = \frac{2v}{(1 + \frac{m}{M})} = 14.3 \cdot 10^3 \frac{m}{s} \tag{34}$$

Nun verliert die Masse natuerlich wieder Energie bei der Aufwärtsbewegung.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2}mc^2 - \frac{1}{2}kx^2 &= \frac{1}{2}m\left(\frac{2v}{1+\frac{m}{M}}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{GM_{Erde}m}{r} && (35)\\
&= \frac{2v^2 mM^2}{(m+M)^2} - \frac{1}{2}\frac{GM_{erde}m}{r} && (36)\\
&= \frac{2mM^2}{(m+M)^2}\frac{GM_{Erde}}{r} - \frac{1}{2}\frac{GM_{erde}m}{r} && (37)\\
&= \frac{GM_{erde}m}{r}\left(\frac{2M^2}{(m+M)^2} - \frac{1}{2}\right) && (38)\\
&= 7.2 \cdot 10^9 J && (39)
\end{aligned}$$

Oberer Term ergibt Null für $m = M$, wie erwartet.
$1kg\ TNT = 4.184 \cdot 10^6 J$
Die Masse schlägt mit mehr Energie ein, als die Explosion von TNT der selben Masse freisetzen wrde. Um eine Explosion dieser Größe zu erhalten, bräuchte man 1,7t TNT!

Übungsleiter: Frank Hartmann, IEKP, CN, KIT
Tel.: +41 75411 4362; Mobil - immer
Tel.: +49 721 608 23537 - ab und zu
Email: Frank.Hartmann@kit.edu
www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~hartmann/Mechanik.htm

(a) Lagrange-Punkte System Erde-Mond ohne Testmasse:
Erde und Mond rotieren um Ihren gemeinsam Schwerpunkt, d.h. mit gleicher Winkelgeschwindigkeit. Siehe auch Zeichnung weiter unten.
Masse Erde M; Masse Mond m
$r_1: \; S - Erde; \quad r_2: \; S - Mond; \quad r_1 + r_2 = d; \quad \frac{r_2}{r_1} = \frac{M}{m};$
$r_1 = \frac{d}{1+\frac{M}{m}}; \quad r_1 = \frac{m}{M+m}d; \quad r_2 = \frac{M}{M+m}d$
Nebenbei: mit $M = 6 \cdot 10^{24} kg; m = 7.35 \cdot 10^{22} kg; d = 384400 km$ liegt der Schwerpunkt S noch innerhalb der Erdkugel.
Anziehungskraft:

$$F = \frac{GmM}{d^2} = M\omega^2 r_1 = m\omega^2 r_2 \tag{40}$$

$$\omega^2 = \frac{Gm}{d^2 r_1} = \frac{G(M+m)}{d^3} \tag{41}$$

(a) L1: Fliehkraft und Mond ziehen in dieselbe Richtung (Testmasse μ)
r Abstand zum Schwerpunkt. Allerdings ist das Ganze natuerlich unabhängig von μ, d.h. μ läßt sich gleich kürzen.
Abstand Testmasse zum Schwerpunkt: $d - r - r_1$.

$$\frac{GM\mu}{(d-r)^2} = \frac{Gm\mu}{r^2} + \mu\omega^2(d - r - r_1) \tag{42}$$

$$\frac{GM}{(d-r)^2} = \frac{Gm}{r^2} + \frac{G(M+m)}{d^3}\left(d - \frac{d}{1+\frac{M}{m}} - r\right) \tag{43}$$

$$\frac{M}{(d-r)^2} = \frac{m}{r^2} + \frac{M+m}{d^3}\left(d\left(\frac{\frac{M}{m}}{1+\frac{M}{m}}\right) - r\right) \tag{44}$$

$$= \frac{m}{r^2} + \frac{M+m}{d^3}\left(\frac{M}{M+m}d - r\right) \tag{45}$$

L2: Fliehkraft wirkt gegen beider Anziehungen.
Abstand Testmasse zum Schwerpunkt: $d + r - r_1$.

$$\frac{GM\mu}{(d+r)^2} + \frac{Gm\mu}{r^2} = \mu\omega^2(d + r - r_1) \tag{46}$$

$$\frac{GM}{(d+r)^2} + \frac{Gm}{r^2} = \frac{G(M+m)}{d^3}(d + r - r_1) \tag{47}$$

$$\frac{M}{(d+r)^2} + \frac{m}{r^2} = \frac{(M+m)}{d^3}(\frac{M}{M+m}d + r) \tag{48}$$

$$\tag{49}$$

Alles ähnlich L1.
Die Gravitationskräfte von Erde und Mond heben in L2 die Zentrifugalkraft auf.
L3: Wie L2 aber mit umgedrehtem r

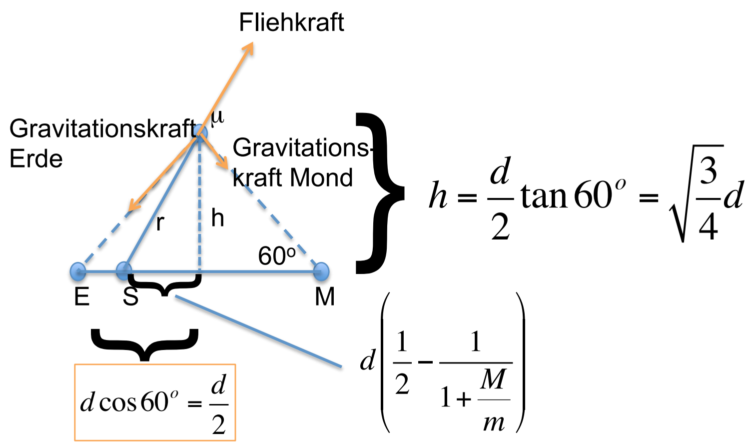
$$\frac{GM\mu}{r^2} + \frac{Gm\mu}{d + r^2} = \mu\omega^2(r + r_1) \tag{50}$$

$$\frac{M}{r^2} + \frac{m}{(d+r)^2} = \frac{M+m}{d^3}\left(\frac{d}{1+\frac{M}{m}} + r\right) \tag{51}$$

Die Gravitationskräfte von Erde und Mond heben in L3 die Zentrifugalkraft auf.

(b) Das gleichseitige Dreieck - Die 60 Grad Punkte:

Damit eine korrekte Kreisbahn vorliegt, muss die Fliehkraft/Zentrifugalkraft durch S laufen und die horizontalen und vertikalen Komponenten der Gravitation entsprechen.



Gesamt:

$$F_{Flieh} = \mu\omega^2 r \tag{52}$$

Horizontale Fliehkraft:

$$\begin{aligned}
F_{Flieh,horizontal} &= \mu\omega^2 d\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1+\frac{M}{m}}\right) = \frac{G\mu(M+m)}{d^3}\cdot d\left(\frac{1}{2} - \frac{m}{m+M}\right) && (53)\\
&= \frac{G\mu}{d^2}\left(\frac{M+m}{2} - m\right) = \frac{1}{2}\frac{G\mu M}{d^2} - \frac{1}{2}\frac{G\mu m}{d^2} && (54)\\
&= \cos 60\frac{G\mu M}{d^2} - \cos 60\frac{G\mu m}{d^2} && (55)\\
&= F_{Grav,Erde,horizotal} - F_{Grav,Mond,horizotal} && (56)
\end{aligned}$$

mit $\cos(60) = \frac{1}{2}$

Oder - Horizontale Komponente auch via:

$$\frac{F_{Flieh}}{F_{Flieh,horizontal}} = \frac{r}{d\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1+\frac{M}{m}}\right)} \tag{57}$$

Vertikale Fliekraft:

$$\begin{aligned}
F_{Fliehkraft,vert} &= \mu\omega^2\frac{d}{2}tan60 = \frac{G\mu(M+m)}{d^3}\frac{d}{2}\tan 60 && (58)\\
&= \frac{1}{2}\tan 60\frac{G\mu}{M}d^2 + \frac{1}{2}\tan 60\frac{G\mu m}{d^2} && (59)\\
&= F_{Grav,Erde,vert} - F_{Grav,Mond,vert} && (60)
\end{aligned}$$

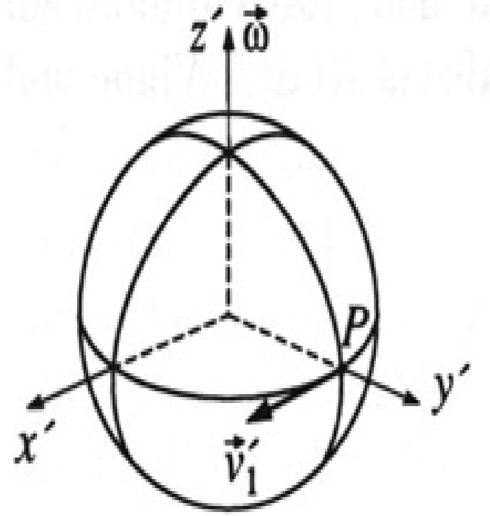
Anmerkung $= \sin 60$; falls jemand mit Sinus rechnen mag.

Oder - Vertikale Komponente auch via:

$$\frac{F_{Flieh}}{F_{Flieh,vertikal}} = \frac{r}{d\frac{1}{2}\tan 60} = \frac{r}{d\sin 60} \tag{61}$$

(b) Corioliskraft
In der Bewegungsgleichung für den senkrechten Wurf tritt außer der Gewichtskraft mg zusätzlich die Corioliskraft $2m(\vec{v} \times \vec{\omega})$ auf:

$$m\vec{a} = m\frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} + 2m(\vec{v} \times \vec{\omega}) \tag{62}$$



Im mitrotierenden Koordinatensystem (s. Bild; die Striche von $\vec{v}, x, y, z$ sind der Übersichtlichkeit halber weggelassen) ist für einen Punkt mit der geographischen Breite ϕ: $\vec{\omega} = \omega\vec{k}, \vec{g} = -g(\cos\phi\vec{j} + \sin\phi\vec{k}), \vec{v_0} = v_0(\cos\phi\vec{j} + \sin\phi\vec{k})$ (Anfangsgeschwindigkeiten) und allgemein: $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$. Dies in (62) eingesetzt, liefert die drei Differentialgleichungen

$$\dot{v}_x = 2\omega v_y,\ \dot{v}_y = 2\omega v_x, \dot{v}_z = -g\sin\phi \tag{63}$$

durch die Bewegung beschrieben wird. (63a) nach der Zeit differenzieren und in (63b) eingesetzt, ergibt eine lineare DGL 2. Ordnung für v_x:

$$\ddot{v}_x + 4\omega^2 v_x = -2\omega g\cos\phi = -2\omega_{senkrecht} \tag{64}$$

mit $g_{senkrecht} = g\cos\phi$.
mit den Anfangsbedingungen $v_x = 0$ und $\dot{v}_x = 2\omega v_y = 2\omega v_0\cos\phi$ für t=0 findet man als deren Lösung das Geschwindigkeits-Zeit-Gesetz
$v_x(t) = \frac{dx}{dt} = v_0\cos\phi\sin 2\omega t - \frac{g_{sennkrecht}}{2\omega}(1 - \cos 2\omega t]$;
man kontrolliere dies durch Einsetzen in (64). Nach Integration über t mit x(t=0)=0 folgt das zugehörige Weg-Zeit-Gesetz

$$x(t) = \int_0^t v_x dt = \frac{v_0\cos\phi}{2\omega}(1 - \cos 2\omega t) - \frac{g_{senkrecht}}{4\omega^2}(2\omega t - \sin 2\omega t)) \tag{65}$$

Man erkennt, dass nur die zu ω senkrechten Komponenten $v_0\cos\phi$ und $g_{senkrecht}$ in die seitliche Abweichung eingehen. Für nicht allzugroß Wurfzeiten $2\omega t \ll 1$ wird mit $(1 - \cos 2\omega t) \approx 2\omega^2 t^2$ und $(2\omega t - \sin 2\omega t) \approx 4\omega^3 t^3/3$ sowie der Steigzeit $t_s = T/2 = v_0/g$ die halbe seitliche Abweichung $x/2 \approx 2\omega g t_s^3 \cos\phi/3$. Mit $\omega = 2\pi/(24h) = 7,27\cdot 10^{-5} rad/s$ und $t_s = 65.0s$ erhält man daraus die gesuchte Abweichung zu x=157,2 m.