

Aufgabenblatt 10; Übung am 20. Januar 2016 (Mittwoch)

Relativitätstheorie bis zum Abwinken

1. Zeitdilatation

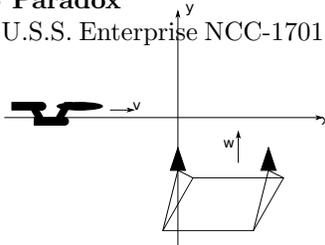
In den oberen Atmosphärenschichten ($H \geq 20km$) werden durch Kernreaktionen von hochenergetischen Protonen aus der Höhenstrahlung zunächst Pionen erzeugt (z.B. gemäß: $p + p \rightarrow p + n + \pi^+$ oder $p + n \rightarrow n + n + \pi^+$), die nach $\tau_\pi = 26ns$ in ein Myon und ein Neutrino zerfallen ($\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$). Aufgrund der hohen kinetischen Energie dieser Myonen lassen sich an ihnen Effekte der relativistischen Kinematik prüfen.

Myonen (Ruhemasse $m_\mu = 207 \cdot m_e$) mit einer Gesamtenergie von 1GeV bewegen sich mit einer Geschwindigkeit von $v = 0.994c$. Solche hochenergetischen Myonen werden durch die Höhenstrahlung in den oberen Atmosphären erzeugt. Myonen zerfallen mit einer mittleren Lebensdauer von $\tau = 2.2\mu s$ in ein Elektron und zwei Neutrinos.

- (a) Berechnen sie die Strecke s , die diese Myonen innerhalb ihrer Lebensdauer im Ruhesystem der Erde zurücklegen. Wie groß wäre diese Strecke im Fall einer nichtrelativistischen Rechnung?
- (b) In einem Experiment wird der Myonenfluss (Zahl der Myonen pro Fläche und Zeit) auf einem $h = 1000m$ hohen Berg und am Fuße des Berges gemessen.
 - i. Um welchen Faktor werden sich die Messwerte unterscheiden, wenn man annimmt, dass der Myonenfluss homogen ist, und nur durch Myonenzerfall ($N(t) = N(0)e^{-\frac{t}{\tau}}$) abnimmt und wenn alle Myonen die gleiche Energie von 1GeV besitzen?
 - ii. Welche *scheinbare* Lebensdauer τ' erhält man aus diesem Experiment für die Myonen? Wie lässt sich diese erklären?

2. Relativistische Kinematik - Paradox

Die Tholianer versuchen die U.S.S. Enterprise NCC-1701 (idealisieren sie das Raumschiff der



Galaxy Klasse bitte einfach als eindimensionalen Stab der Länge l) mit einem Energie-Netz einzufangen (Siehe Skizze, zur Vereinfachung der Rechnung nehmen wir eine einzige Masche an). Das Netz hat Maschen von der Größe l . Das Raumschiff Enterprise bewegt sich mit Geschwindigkeit v entlang der x -Achse, während sich die Tholianer mit der Geschwindigkeit w entlang der y -Achse bewegen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ treffen sich die beiden so, dass das hintere Ende der Enterprise gerade bei $x = 0$ mit einer Masche aufeinandertrifft.

Der Kommandant der Tholianer ärgert sich: durch die relativistische Längenkontraktion könnte das Schiff durch die Maschen gehen. Auch Captain Kirk macht sich Sorgen: in seinem Ruhesystem sind die Maschen des Netzes relativistisch kontrahiert und er würde gefangen werden. Was passiert?

Berechnen Sie die Koordinaten von Anfangs- und Endpunkt des Raumschiffes und der Masche:

- (a) im Ruhesystem eines unbewegten Beobachters (wie in der Skizze) zum Zeitpunkt $t = 0$.
- (b) im Ruhesystem der Tholianer zum Zeitpunkt $t' = 0$.
- (c) im Ruhesystem des Raumschiffes Enterprise zum Zeitpunkt $t'' = 0$.

3. Star Wars - Längenkontraktion, Inertialsysteme

Ein Kreuzer der Dreadnought Klasse (Länge $F_D=400\text{m}$) mit General (Prinzessin) Leia Organa Solo an Board bewege sich mit der Geschwindigkeit $v = 0.89c$ mit Impulsantrieb auf eine "intergalaktische Schleuse" zu. Ein Sternzerstörer (Klasse Imperium - Länge $L_S= 1600\text{m}$; Breite $b=800\text{m}$ und Höhe $h=400\text{m}$) verfolgt den Kreuzer mit der Geschwindigkeit $v = 0.9c$. Die Schleuse bestehe aus zwei Toren mit dem Abstand $s = 600\text{m}$, von denen das erste zunächst offen steht. Das zweite Tor öffnet sich automatisch, instantan sobald das Raumschiff dieses erreicht. Gleichzeitig wird am zweiten Tor ein Lichtimpuls ausgelöst, der das erste Tor zum Schließen veranlasst. Der Kreuzer kann diese Schleuse problemlos passieren. Ist auch der Sternzerstörer in der Lage, die Schleuse zu durchfliegen, wenn das Passieren der Schleuse ohne Kollision mit den Toren erfolgen soll? Diskutieren sie den Ablauf der Ereignisse **(a)** aus Sicht des Schleusenwärters und **(b)** aus Sicht der Verfolger - der Ersten Ordnung! Kann Leia entkommen?

(Rechnen sie nur für den Sternzerstörer!)

4. Teilchenbeschleuniger

Die Schwerpunktsenergie \sqrt{s} ist eine wichtige Kenngröße von Teilchenbeschleunigern und ist invariant unter Lorentztransformationen:

$$s = \left(\sum_i E_i \right)^2 - \left(\sum_i p_{x,i} \right)^2 - \left(\sum_i p_{y,i} \right)^2 - \left(\sum_i p_{z,i} \right)^2$$

Hier wird über alle Teilchen i summiert, $p_{x,y,z}$ ist die x, y, z -Komponente des Impulses der Teilchen und E ist die Energie des Teilchens. Die gebräuchliche Energieeinheit ist GeV und sie gibt die Energie an, die ein Elektron nach Durchlaufen einer Spannungsdifferenz von $U = 10^9$ V hat. Der Impuls wird in GeV/c angegeben und die Masse in GeV/c².

- Welche Geschwindigkeiten haben die Teilchen (HERA- Electron; HERA - Proton; LHC - Proton) vor der Kollision? Berechnen Sie auch $1 - \beta$.
- Berechnen Sie die Schwerpunktsenergie \sqrt{s} von Teilchenreaktionen am Elektron-Proton-Beschleuniger HERA am DESY (Hamburg) und am Proton-Proton-Beschleuniger LHC am CERN (Genf) aus den angegebenen Energien der Teilchen. Bei HERA wurden bis Sommer 2007 Elektronen der Energie $E_e^{\text{HERA}} = 27.5$ GeV und Protonen der Energie $E_p^{\text{HERA}} = 920$ GeV frontal zur Kollision gebracht. Beim LHC wurden 2013 Protonen mit jeweils einer Energie von $E_p^{\text{LHC}} = 4000$ GeV frontal zur Kollision gebracht.
- Wie hoch müsste die Energie des Protons E_p sein, wenn in einer Reaktion mit einem stationären Target (Proton) dieselbe Schwerpunktsenergie erreicht werden soll, wie bei den pp-Kollisionen am LHC?

Welche Näherung bietet sich bei diesen Energien im Vergleich zu den Ruhemassen an?

Nützliche Formeln: $E_{kin} = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2$, $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$

Elektronen: $m_e c^2 = 511 \text{keV}$; Protonen: $m_p c^2 = 1836 \cdot m_e c^2 = 938 \text{MeV}$

Virtuelles Rechnen - Aufteilung:

||1||2||3a||3b||4||

Nächste Woche: Paketübergabe bei halber Lichtgeschwindigkeit.

Übungsleiter: Frank Hartmann, IEKP, CN, KIT

Tel.: +41 75411 4362; Mobil - immer

Tel.: +49 721 608 23537 - ab und zu

Email: Frank.Hartmann@kit.edu

www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~hartmann/Mechanik.htm