

Übungsblatt 6

Name des Übungsgruppenleiters und Gruppenbuchstabe:

Namen der bearbeitenden Gruppe:

Aufgabe 20: Elastischer Stoß

(8 Punkte)

Wir betrachten den Stoßprozess zweier Punktteilchen der Massen m_1 und m_2 . Im Laborsystem bewegt sich das Teilchen mit der Masse m_1 mit der Geschwindigkeit v_1 . Das Teilchen mit der Masse m_2 ruht.

a)

Berechnen Sie die Geschwindigkeit des Schwerpunktes und die kinetische Energie des Schwerpunktsystems. Berechnen Sie die Geschwindigkeiten v_1^* und v_2^* beider Massen im Schwerpunktsystem.

b)

Das Teilchen mit der Masse m_1 wird elastisch am Teilchen mit der Masse m_2 gestreut. Zeichnen Sie die einlaufenden Impulse beider Teilchen im Schwerpunktsystem in eine Skizze ein. Zeichnen Sie außerdem die Endpunkte aller durch Energie- und Impulserhaltung erlaubten auslaufenden Impulsvektoren des Teilchens mit der Masse m_1 im Schwerpunktsystem in diese Skizze ein. Was können Sie über den Winkel ϑ^* aussagen, unter dem das Teilchen der Masse m_1 im Schwerpunktsystem gestreut wird? Oder mit anderen Worten: wovon hängt dieser Winkel ab (Diskussion)? Berechnen Sie den Impulsübertrag des Teilchens mit der Masse m_1 auf das Teilchen der Masse m_2 als Funktion des Streuwinkels ϑ^* für einen elastischen Stoß, im Schwerpunktsystem. Wie groß ist der Impulsübertrag im Laborsystem?

c)

Wie groß ist der Energieübertrag im Schwerpunktsystem und im Laborsystem? Für welchen Winkel ϑ^* im Schwerpunktsystem ist der Energieübertrag maximal?

d)

Wie übersetzt sich der Streuwinkel ϑ^* ins Laborsystem? Welchen Winkel im Laborsystem erhalten Sie bei maximalem Energieübertrag? Machen Sie eventuelle Fallunterscheidungen.

Aufgabe 21: Raketenstart

(6 Punkte)

Die Ariane-5 Rakete hat eine Eigenmasse von etwa 45 t und kann eine Nutzlast von etwa 5 t bei 350 t Treibstoffzuladung ins All befördern. Wir nehmen an sie, starte senkrecht von der Erde ins All. Die Ausstoßgeschwindigkeit des Treibgases betrage 4.5 km/s. Der Impuls des Gesamtsystems der Rakete vor und nach dem Start bleibt erhalten. Die Rakete erhält ihren Antrieb durch das ausströmende Antriebsgas. Vernachlässigen Sie für alle weiteren Betrachtungen die Luftreibung.

a)

Differenzieren Sie den Impuls nach der Zeit, wenn sich sowohl die Geschwindigkeit, als auch die Masse der Rakete (aufgrund des Treibgasausstoßes) als Funktion der Zeit ändern dürfen. Daraus erhalten Sie eine Gleichung für die Kraft, mit der die Rakete angehoben werden kann. Mit welchem Fluß (in kg/s) muß das Treibgas am Start ausströmen, um die Rakete anzuheben?

b)

Nehmen Sie an, die Rakete würde allen Treibstoff mit einer Brennstufe verbrennen. Nehmen Sie weiterhin an, dass sie dies mit konstantem Fluss des Treibgases tut. Welche Geschwindigkeit

kann die Rakete erreichen?

c)

In Wirklichkeit besitzt die Ariane-5 Rakete zwei bis drei Brennstufen, von denen wir zwei im folgenden betrachten werden: den sogenannten *Feststoffbooster* (Leermasse 30 t, Betankung 250 t, Brenndauer 130 s) und die Hauptstufe (Leermasse 10 t, Betankung 150 t, Brenndauer 600 s), die nach Abbrennen jeweils abgeworfen werden. Der Abwurf erfolgt ohne Impulsübertrag. Welche Geschwindigkeit kann die Rakete erreichen?

Aufgabe 22: Momente der Trägheit

(6 Punkte)

Berechnen Sie die Trägheitsmomente der folgenden Körper:

a)

Eine Kugel der Masse M mit konstanter Volumendichte ρ , bei einer Rotation durch ihren Schwerpunkt.

b)

Eine Kugel der Masse M mit konstanter Volumendichte ρ , bei einer Rotation um eine Achse mit Berührungspunkt am Rand der Kugel.

c)

Die Scheibe aus Teilaufgabe Aufgabe 16 a) bei Rotation um eine Achse senkrecht zur Scheibenebene und durch den Ursprung, wie in Aufgabe 16 angegeben.

Anmerkung:

Für die Berechnungen ist es sehr nützlich, die folgenden Umrechnungen für das differentielle Volumenelement dV zu kennen, die wir mit der Diskussion unserer Lösungsvorschläge am 05.12. besprechen werden:

$$\begin{aligned} dV &= dx \, dy \, dz && \text{(Kartesische Koordinaten)} \\ &= r \, d\varphi \, dr \, dz && \text{(Zylinderkoordinaten)} \\ &= r^2 \sin \vartheta \, d\vartheta \, d\varphi \, dr && \text{(Kugelkoordinaten)} \end{aligned}$$