

Übungsblatt 13

Name des Übungsgruppenleiters und Gruppenbuchstabe:

Namen der bearbeitenden Gruppe:

Aufgabe 46: Relaxationszeit

(8 Punkte)

Um die Ausflußgeschwindigkeit eines Gases aus einer Druckflasche zu messen befindet sich am Auslaßventil der Flasche eine Konstruktion mit einem Prandtl'schen Rohr, wie aus Aufgabe 45 (siehe Skizze). U_1 befinde sich unter Normbedingungen. Zum Zeitpunkt t_0 wird das Ventil der Druckflasche geöffnet. Nehmen Sie an, dieser Vorgang könne durch eine Stufenfunktion beschrieben werden. Nehmen Sie weiter an, dass das Gas bei geöffnetem Ventil mit konstanter Geschwindigkeit ausströme. Der Druck werde durch die Steighöhe von Quecksilber in einem U-Rohr mit dem Durchmesser $d = 1$ cm (wie in der Skizze gezeigt) gemessen. Das Quecksilber wird durch das anströmende Gas zunächst in Schwingung versetzt, bevor ein neuer Gleichgewichtszustand erreicht wird. Die Dichte von Quecksilber beträgt 13.5 g/cm^3 . Seine Viskosität beträgt 1.55 mPas . Ignorieren Sie die Bewegung des Gases im U-Rohr.

a)

Bestimmen Sie auf welcher Höhe h_0 sich der neue Gleichgewichtszustand einstellt. Stellen Sie dann die Differential-Gleichung für die Änderung der Höhe h des Quecksilbers relativ zu diesem Gleichgewichtszustand im U-Rohr auf. Setzen Sie dafür den Ursprung Ihres Koordinatensystems auf den neuen Gleichgewichtszustand.

b)

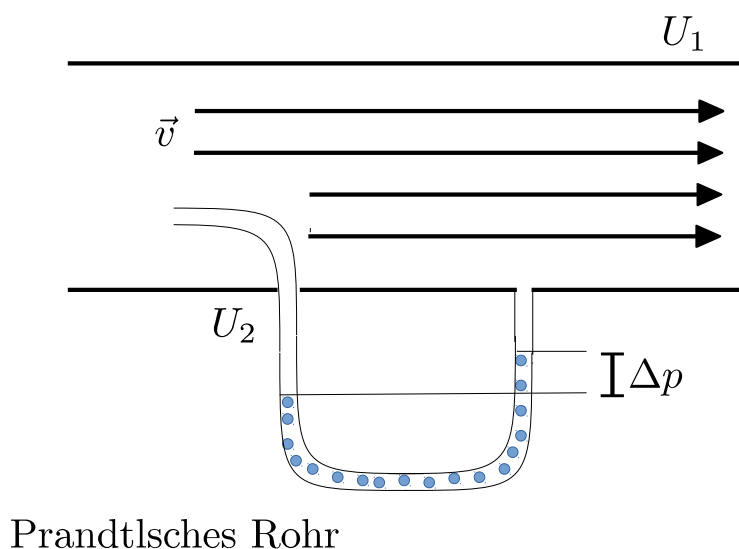
Bestimmen Sie aus einem geeigneten Ansatz für die Lösung dieser Differential-Gleichung die Kreisfrequenz ω , mit der die Quecksilbersäule schwingt. Wie unterscheidet sich ω von der Kreisfrequenz ω_0 des Systems ohne Berücksichtigung der Viskosität des Quecksilbers?

c)

Lösen Sie die Differential-Gleichung für die Randbedingung $h(t_0) = -h_0$ und $\dot{h}(t_0) = 0$.

d)

Auf welchen Bruchteil ist die Amplitude der Schwingung abgefallen, wenn Sie die Höhe h_0 nach 1 s (2 s) ablesen möchten?



Prandtl'sches Rohr

Aufgabe 47: Erzwungene Schwingung

(6 Punkte)

Betrachten Sie die inhomogene Differential-Gleichung

$$m\ddot{x} + \eta\dot{x} + kx = F \sin(\omega t)$$

a)

Leiten Sie durch einen geeigneten Ansatz zur Lösung der Differential-Gleichung die Abhängigkeit der Amplitude $A(x)$ von der Kreisfrequenz ω der Erregerschwingung her. Diskutieren Sie den Verlauf dieser Abhängigkeit mit und ohne den dämpfenden Term $\eta\dot{x}$.

b)

Berechnen Sie die Phase der Schwingung relativ zur Erregerschwingung $F \sin(\omega t)$.

c)

Lösen Sie die Differential-Gleichung für die Randbedingung $x(t_0) = 0$ und $\dot{x}(t_0) = 0$.

Aufgabe 48: Physikalisches Pendel

(6 Punkte)

Das Pendel einer alten Wanduhr bestehe aus einem dünnen zylindrischen Stab der Länge $\ell = 1.5$ m und der Masse $m_\ell = 300$ g und einer Scheibe mit dem Radius $r_S = 0.1$ m und der Masse m_S (siehe Skizze).

a)

Berechnen Sie das Trägheitsmoment, I , des Pendels und das Drehmoment, M , das aufgrund der Gewichtskraft F_g auf das Pendel wirkt. In welche Richtung weist $\vec{M}$, wenn das Pendel von vorne betrachtet nach rechts (links) ausschwingt?

b)

Leiten Sie mit Hilfe der aus Teilaufgabe a) gewonnenen Information die Bewegungs-Gleichung des Pendels her.

c)

Welche Masse muss die Scheibe haben, damit das Pendel in einer Sekunde eine halbe Schwingung vollzieht?

