

ÜBUNGSAUFGABEN (VII)

(Besprechung Mittwoch, 5.12.18)

Aufgabe 1: (3 Punkte)

Komplexe Zahlen können das Rechnen insbesondere mit trigonometrischen Funktionen erheblich vereinfachen. Beweisen Sie die Identität folgender Additions- und Multiplikationstheoreme mit Hilfe komplexer Erweiterung (wie z.B. den aus der Eulerschen Formel $e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ableitbaren Ausdrücken für $\sin \alpha$ und $\cos \alpha$).

- $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin y \sin x$.
- $A \sin x + B \cos x = C \sin(x + \varphi)$ mit $C = \sqrt{A^2 + B^2}$ und $\varphi = \arctan(B/A)$.
- $2 \sin x \cos y = \sin(x - y) + \sin(x + y)$.

Aufgabe 2: (5 Punkte)

Beim gedämpften harmonischen Oszillator erhält man im aperiodischen Grenzfall mit dem Ansatz $x(t) = A \exp(at)$ nur eine Lösung für a und somit auch nur einen frei wählbaren Parameter A (vgl. Vorlesung). Erläutern Sie, warum diese Lösung nicht vollständig sein kann. Zur Erweiterung wählt man daher für den aperiodischen Grenzfall den allgemeineren Lösungsansatz $x(t) = A(t) \exp(at)$. Zeigen Sie durch Einsetzen in die Bewegungsgleichung, dass $\ddot{A}(t) = 0$ folgt, also $A(t) = B + Ct$ mit Konstanten B und C , und leiten Sie dann den Ausdruck für $x(t)$ für die Anfangsbedingungen $x_0 = x(0)$ und $v_0 = \dot{x}(0)$ her. Zeichnen Sie die Verläufe von $x(t)$ im Intervall von 0 bis 10 s für die Werte $\sqrt{D/m} = 1 \text{ s}^{-1}$, $x_0 = 1 \text{ m}$ sowie den beiden Anfangsgeschwindigkeiten $v_0 = 0$ und $v_0 = -2 \text{ m/s}$.

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Ein Physiker in der Automobilindustrie steht vor der Aufgabe, die Stoßdämpfer eines PKW der Masse $M = 800 \text{ kg}$ so zu dimensionieren, dass auftretende Schwingungen entsprechend dem aperiodischen Grenzfall gedämpft werden. Die vier Federn haben eine Federkonstante von jeweils $D = 5 \cdot 10^4 \text{ N/m}$. Berechnen Sie die erforderliche Dämpfungskonstante γ_s jedes einzelnen Stoßdämpfers unter der Annahme Stokesscher Reibung.

Aufgabe 4: (4 Punkte)

Als Physikstudent/in kennen Sie vielleicht schon die befremdenden Blicke Nicht-Eingeweihter ob Ihrer genialen Einfälle. Noch nicht?! Dann sollten Sie bei Gelegenheit Folgendes im Kreise Ihrer Familie ausprobieren: Herkömmliche Körperwaagen benötigen ein Mindestgewicht von etwa 10 kg, eignen sich daher nicht ohne Weiteres zum Wiegen neugeborener Kinder. Sie bauen daher einen „Gewichtsverstärker“ auf, indem Sie ein Brett der Länge L horizontal mittels eines Keils auf die Waage stellen und dann sein kürzeres Ende (Länge $x = L/4$) unter das Sofa klemmen (vgl. Skizze). Das Baby der Masse m legen Sie auf das andere Ende des Brettes (Länge $y = L - x$). Die Waage zeigt dann (hoffentlich) eine Masse $m' > m$ an. Welchen Verstärkungsfaktor $f = m'/m$ kann man für die gezeigte Anordnung erwarten, wenn das Gewicht von Brett und Keil vernachlässigt wird?

