KIT-Fakultät für Physik
Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Dr. Matthias Schröder

Übungen zu Klassische Experimentalphysik I

Wintersemester 2019/20

Übungsblatt Nr. 5

Abgabe bis 18.11.2019, 10:00

Bitte geben Sie Ihre Lösungen nur zusammen mit dem ausgefüllten Deckblatt ab, welches auf der ILIAS-Kursseite bereitgestellt ist; heften oder tackern Sie die Blätter zusammen. Bitte geben Sie nicht dieses Aufgabenblatt mit ab.

Aufgabe 1: Fallschirmsprung (4 Punkte)

Man betrachte einen Fallschirmspringer. Zur Zeit $t = 0$ sei seine Anfangsgeschwindigkeit $v(t = 0) = v_o$. Der Nullpunkt des Koordinatensystems sei so gewählt, dass $z(t = 0) = 0$ ist.

Ein Fallschirmsprung kann in erster Näherung als freier Fall mit Reibung nach Stokes (Reibungskraft proportional zur Geschwindigkeit, Proportionalitätskonstante: C) beschrieben werden.

a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung des Systems (Differentialgleichung) auf und berechnen Sie die Geschwindigkeit als Funktion der Zeit. (Sie können die Differentialgleichung durch „Trennung der Variablen“ mit $k = \frac{C}{gm}$ lösen.)

b) Bestimmen Sie die Geschwindigkeit für sehr große Zeiten $t \to \infty$.

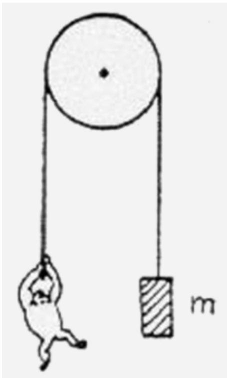
c) Berechnen Sie den Ort des Fallschirmspringers als Funktion der Zeit.

d) Zeigen Sie, dass die Beschleunigung des Fallschirmspringers für große Zeiten verschwindet. Was ist der Grund?

Anmerkungen: Der Boden kann als unendlich weit entfernt und die Erdbeschleunigung g im gesamten Bereich als konstant angenommen werden.

Aufgabe 2: Schon wieder ein Affe (4 Punkte)

Ein Affe und eine ebenso schwerer Zementblock der Masse m hängen wie skizziert über einer Seilrolle. Der Affe versucht am Seil hochzuklettern.



a) Diskutieren sie die Bewegung von Affe und Zementblock. (Venachlässigen sie dabei die Masse des Seils, die Reibung zwischen Seil und Rolle und die Ausdehnung der Umlenkrolle.) Was passiert, wenn der Zementblock nur halb so schwer wie der Affe ist?

b) Nun sei das Seil massebehaftet. Das Seil habe eine Länge von 20 m und eine Masse von 20 kg. Der Affe und der Zementblock haben je eine Masse von $m = 50\,\text{kg}$. Stellen Sie zunächst die Bewegungsgleichung auf für die Position $x(t)$ des Zementblocks (dabei entspreche $x = 0$ gleicher Höhe von Affe und Block). Konstruieren Sie hieraus die allgemeine Lösung der Form $x(t) = A \cdot e^{+ct} + B \cdot e^{-ct}$. Bestimmen sie die Unbekannten A und B aus den Anfangsbedingungen $x(t = 0) = x_0 \neq 0$ und $v(t = 0) = v_0 = 0$.

Aufgabe 3: Kraftfelder (4 Punkte)

In dieser Aufgabe üben wir wichtige Grundlagen, die im Alltag (eines Physikers?) immer wieder vorkommen.

a) Bestimmen Sie aus den folgenden räumlichen Potentialen $U(x, y, z)$ oder $U(r)$ mit $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ die zugehörigen Kraftfelder $\vec{F} = -\vec{\nabla} \cdot U(x, y, z)$. Handelt es sich um konservative Kraftfelder? (*Hinweis:* Nutzen Sie den Satz von Stokes, prüfen Sie ob $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$!)

   (a) $U(x, y, z) = x^2 - 2xy + z + U_0$ (Dies könnte auch ein Höhenprofil darstellen und der Gradient würde dann die Falllinien ergeben und z. B. anzeigen, wohin Wasser fließt oder welche Skipiste am interessantesten ist.)

(b) $U(r) = \gamma \frac{m \cdot M}{r}$ (Dies sollte Ihnen bekannt vorkommen.)

(c) $U(r) = r$

b) Betrachten Sie das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r}) = \frac{1}{2}\vec{\omega} \times \vec{r}$ mit $\vec{\omega} = (0, 0, \omega)$. Ist die Kraft konservativ? Berechnen Sie explizit ihre Rotation.

c) Sind die folgenden Felder konservativ ($a, b \in \mathbb{R}$)?

$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} ay \\ ax \\ b \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} 3z^2 \\ \cos y \\ 2xy \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4: Wege durch ein Kraftfeld (4 Punkte)

Auf einen Massepunkt wirke in der xy-Ebene die Kraft $\vec{F} = (y^2 - x^2, 3xy)$. Bestimmen Sie die von der Kraft bei der Bewegung des Massepunktes vom Punkt $(0, 0)$ zum Punkt $(2, 4)$ entlang folgender Wege geleistete Arbeit:

a) von $(0, 0)$ nach $(2, 0)$ entlang der x-Achse und von dort parallel zur y-Achse zum Punkt $(2, 4)$,

b) von $(0, 0)$ nach $(0, 4)$ entlang der y-Achse und von dort parallel zur x-Achse zum Punkt $(2, 4)$,

c) auf der geraden Verbindungslinie beider Punkte, und

d) entlang der Parabel $y = x^2$.

Ist die Kraft konservativ?

Aufgabe 5: Kinetische und potentielle Energie (4 Punkte)

Gegeben sei ein Körper der Masse m. Betrachten Sie folgende Fälle:

a) der Körper fäll frei im Erdschwerefeld (konstante Beschleunigung g) aus einer Fallhöhe x_{max}, und

b) der Körper befindet sich an einer Feder, die horizontal um die Ruhelage $x = 0$ schwingt mit der Maximalamplitude x_{max}.

Ermitteln Sie die potentielle Energie $E_{\text{pot}}(x)$ und die kinetische Energie $E_{\text{kin}}(x)$ jeweils aus den Bewegungsgleichungen. Zeigen Sie, dass die Summe von $E_{\text{pot}}(x)$ und $E_{\text{kin}}(x)$ jeweils an jeder Stelle x des Weges konstant ist, d. h. nicht von x abhängt.