Karlsruher Institut für Technologie

KIT-Fakultät für Physik
Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Prof. Dr. Ulrich Husemann
Dr. Michael Waßmer

Übungen zu Klassische Experimentalphysik I

Wintersemester 2021/22

Übungsblatt Nr. 3

Abgabe bis 15.11.2021, 12:00

Hinweis: *Verwenden Sie eine Erdbeschleunigung von $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$ für alle Aufgaben.*

Aufgabe 1: Tigers Schlagweite - Runde 2

4 Punkt(e)

Nachdem Tiger Woods und Sir Isaac Newton die erste Runde erfolgreich im Vakuum gespielt haben, untersuchen wir nun den Einfluss des Luftwiderstands für die zweite Runde des Turniers. Hängt der Luftwiderstand linear von der Geschwindigkeit ab (Annahme), so lässt sich die Bahnkurve analytisch angeben. Mit $v_y = \dot{y}$ und $v_z = \dot{z}$ ergeben sich die folgenden mathematischen Gleichungen zur Beschreibung der Bewegung (Bewegungsgleichungen):

$$a_y(t) = -\frac{1}{\tau} v_y(t)$$
$$a_z(t) = -\frac{1}{\tau} v_z(t) - g$$

Die Reibungskonstante τ ist dabei u.a. eine Funktion der Ballmasse, des Balldurchmessers und der Luftdichte und charakterisiert den Luftwiderstand. Sie kann zu $\tau = 4\,\mathrm{s}$ abgeschätzt werden.

a) Überlegen Sie sich, wie die von den Anfangsbedingungen unabhängige Endgeschwindigkeit $v_{z,\infty}$ lautet (inklusive Begründung) und geben sie deren Wert an (Hinweis: Überlegen Sie, was für die Beschleunigungen gelten muss).

Die analytisch berechneten Bahnkurven (Lösung der obigen Gleichungen) lauten:

$$y\left(t\right) = \tau v_{y,0} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) ,$$
$$z\left(t\right) = \tau \left(v_{z,\infty} + v_{z,0}\right) \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right) - v_{z,\infty} t \, ,$$

wobei $v_{y,0} = |\vec{v}_0| \cos(\Psi)$ und $v_{z,0} = |\vec{v}_0| \sin(\Psi)$ die y, z-Richtungskomponenten der Anfangsgeschwindigkeit $\vec{v}_0$ sind.

b) Berechnen Sie hieraus die Bahnkurve $z(y)$ wie in Runde 1 des Turniers unabhängig von der Zeit.

c) Zeichnen Sie beide Flugkurven (im Vakuum von Runde 1, mit linearem Luftwiderstand von Runde 2) für $|\vec{v}_0| = 45\,\mathrm{m/s}$ und $\Psi = 45°$ in ein Diagramm und vergleichen Sie die beiden Schlagweiten optisch.

d) Schätzen Sie aus dem Diagramm die prozentuale Verkürzung der Schlagweite beim Turnier mit Luftwiderstand ab.

e) (Recherche): Durch Nutzung welches Effekts ließe sich die Schlagweite im Turnier mit Luftwiderstand erhöhen?

Aufgabe 2: Rutschender Block 3 Punkt(e)

Ein Block mit einer Masse von $m = 2\,\mathrm{kg}$ rutscht unter Einfluss von Reibung gleichförmig eine schiefe Ebene mit Winkel $\alpha = 25°$ zur Horizontalen herunter.

a) Fertigen Sie eine Skizze der Situation an und zeichnen Sie die wirkenden Kräfte ein. Teilen Sie die eingezeichneten Kräfte zusätzlich in Komponenten parallel und orthogonal zur Bewegungsrichtung des Blocks auf. Was gilt für die Gesamtkraft (Summe aller wirkenden Kräfte)?

b) Auf den Block wirkt entgegen dessen Bewegungsrichtung die sogenannte Gleitreibungskraft. Berechnen Sie diese Gleitreibungskraft.

c) Berechnen Sie die Kraft, die die Ebene auf den Block ausübt, senkrecht zu dessen Bewegungsrichtung. Diese Kraft wird auch Normalkraft genannt.

Aufgabe 3: Fahrstuhlfahrt 4 Punkt(e)

Sie stehen in einem Fahrstuhl auf einer Waage.

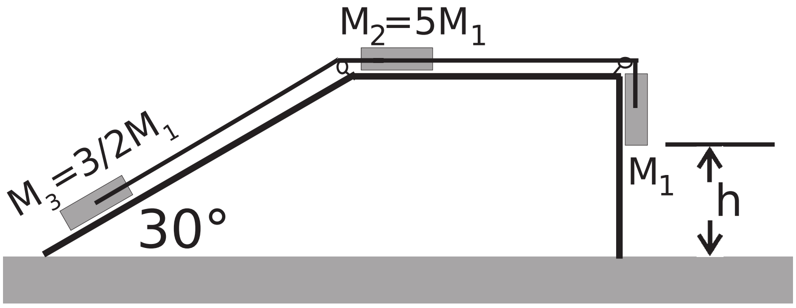
a) Wie schnell muss der Fahrstuhl beschleunigen, damit Sie 50% mehr oder 50% weniger wiegen? Fährt er dabei nach oben oder nach unten? Ab welcher Beschleunigung (und in welche Richtung) verlieren Sie den Halt und schlagen sich den Kopf an der Fahrstuhldecke an?

b) Der Shanghai Tower ist 632 m hoch, oberstes Stockwerk in 561,3 m Höhe, und der Fahrstuhl fährt 20,5 m/s (Weltrekord seit 2014). Angenommen, der Fahrstuhl erreicht diese Geschwindigkeit nach 32,4 m (bei konstanter Beschleunigung): schlägt man sich den Kopf an?

c) Nehmen Sie an, dass Sie in einen unbekannten Fahrstuhl teleportiert werden. Dieser Fahrstuhl sieht futuristisch aus und ist sehr gut isoliert: Man hört keine Betriebsgeräusche und spürt keine Erschütterungen. Er beinhaltet eine Waage und Sie kennen Ihr Körpergewicht. Können Sie entscheiden, ob Sie sich in einem ruhenden Fahrstuhl auf der Erde oder in einem gleichmäßig beschleunigten Fahrstuhl irgendwo anders befinden? Erläutern Sie kurz Ihre Überlegung.

Aufgabe 4: Verbundende Massen 4,5 Punkt(e)

Drei Massen befinden sich auf der Erdoberfläche entsprechend der Skizze angeordnet. Sie sind mit nichtdehnbaren Schnüren über reibungsfreie Umlenkrollen miteinander verbunden und können sich reibungsfrei bewegen.



F. Hartmann (adaptiert)

Für das Verhältnis der Massen gelte $M_2 = 5 \cdot M_1$ und $M_3 = 3/2 \cdot M_1$. Zur Zeit $t = 0\,\mathrm{s}$ befinde sich die Masse M_1 in Ruhe in einer Höhe $z_0 = h = 0{,}5\,\mathrm{m}$ über dem Erdboden. Rechnen Sie für die folgenden Aufgaben erst symbolisch und setzen Sie, falls nötig, erst am Schluss numerische Werte ein.

a) Welche Beschleunigung erfährt M_1?

b) Wie hängt die Höhe z der Masse M_1 von der Zeit ab?

c) Wie groß sind die Seilkräfte auf die drei Massen während der Bewegung in Abhängigkeit der Masse M_1?

d) Nach welcher Zeit t_1 schlägt M_1 auf dem Boden auf?

e) Beim Aufprall auf den Boden wird M_1 völlig elastisch reflektiert. Wie groß ist der Kraftstoß, d. h. welche Impulsänderung erfährt M_1, wenn $M_1 = 300\,\mathrm{g}$ ist?

Aufgabe 5: Kanonenantrieb 4,5 Punkt(e)

Sie befinden sich als leitender technischer Offizier unter ihrem alten Kapitän „Captain Morgan“ an Bord der wasserwiderstandslosen „Black Pearl“ mit einer beladenen Gesamtmasse von $m_0 = 50\,\mathrm{t}$. Es herrscht Flaute und Sie haben geankert, doch Jack Sparrow, der im Krähennest sitzt, sieht in der Ferne das Schiff des gefürchteten Piratenjägers Capitan Salazar mit einer Geschwindigkeit von 50 Knoten auf Sie zusteuern. Während der Anker gelichtet wird, schlägt Jack vor, alle Kanonen nach hinten abzufeuern, um Fahrt aufzunehmen. Ihnen stehen insgesamt 300 Kanonenkugeln mit einer Masse von je $m_\mathrm{K} = 20\,\mathrm{kg}$ zur Verfügung. Die Kanonen beschleunigen die Kugeln auf eine Geschwindigkeit von $v_\mathrm{K} = -200\,\mathrm{m/s}$.

a) Bestimmen Sie mithilfe von Impulserhaltung die Geschwindigkeitsänderung im Ruhesystem des Schiffs je abgefeuerter Kugel und berechnen Sie damit die Nettogeschwindigkeit (im System einer beobachtenden Person auf einer nahegelegenen Insel) nach dem Abfeuern von n Kugeln. Geben Sie die Nettogeschwindigkeit nach dem Abfeuern von 100 bzw. aller 300 Kugeln an. (Tipp: Die Nettogeschwindigkeit lässt sich als endliche Summe formulieren. Im Internet finden Sie Websites zur Berechnung endlicher Summen, zum Beispiel `https://www.wolframalpha.com`, oder Sie verwenden erneut Python.)

b) Für seine Fluchtpläne möchte der Kapitän nun eine explizite Funktion für die Geschwindigkeit in Abhängigkeit der Zeit wissen. Dazu „verkontinuierlichen“ wir das Problem. Dies bedeutet, dass wir vom Zählen der diskreten Anzahl von Kugeln nun zu einer Rate von Kugeln pro Zeiteinheit übergehen. Dadurch werden Summen später zu Integralen. Die kombinierte Feuerrate R aller Kanonen beträgt 10 Schüsse pro Sekunde, also $R = 10\,\frac{1}{\mathrm{s}}$. Die Gesamtzahl aller abgefeuerten Kugeln ergibt sich dann über die zeitliche Integration der (konstanten) Feuerrate. Wir nutzen im Folgenden eine sehr vereinfachte „Herleitung“ der gesuchten Funktion für die Geschwindigkeit des Schiffs:

   i) Geben Sie die Masse des Schiffs $m(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit t an.

   ii) Berechnen Sie im Folgenden die Rate der Massenänderung des Schiffs $\dot{m}(t) = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$.

   iii) Berechnen Sie die Rate der Impulsänderung, welche durch die Rate der Massenänderung hervorgerufen wird, wenn diese Masse mit der Geschwindigkeit v_K geschossen wird. Aufgrund von Impulserhaltung ergibt dies auch die Kraft auf das Schiff.

   iv) Berechnen Sie nun aus der gerade abgleiteten Kraft die Beschleunigung des Schiffs unter Verwendung des oben abgeleiteten Ausdrucks für die Masse des Schiffs in Abhängigkeit der Zeit.

   v) Bestimmen Sie aus der Beschleunigung die Geschwindigkeit des Schiffs in Abhängigkeit der Zeit.

Vergewissern Sie sich, dass Ihre Gleichung aus a) stimmt, indem Sie die Geschwindigkeit nach $t = 10\,\mathrm{s}$ und $t = 30\,\mathrm{s}$ berechnen.

c) Gelingt Ihnen die Flucht?