

## Übungen zu Klassische Experimentalphysik I Wintersemester 2021/22

### Übungsblatt Nr. 6

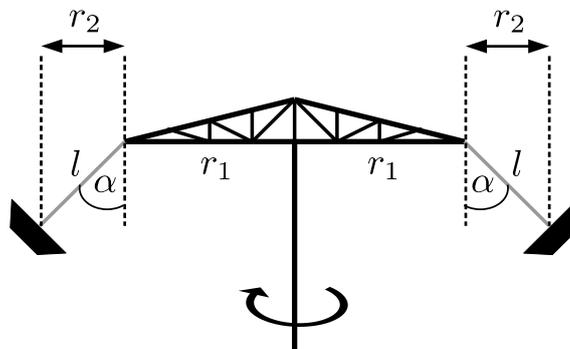
Abgabe bis 6.12.2021, 12:00

**Hinweis:** Verwenden Sie eine Erdbeschleunigung von  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  für alle Aufgaben.

#### Aufgabe 1: Kettenkarussell

7 Punkt(e)

Auf dem Jahrmarkt sind die beiden Gondeln eines Kettenkarussells an  $l = 3 \text{ m}$  langen Ketten aufgehängt, welche sich an  $r_1 = 5 \text{ m}$  langen horizontalen Armen um die vertikale Achse drehen (siehe Zeichnung). Die Gondeln sind durch die Rotation so weit ausgelenkt, dass diese sich in einem Winkel von  $\alpha = 45^\circ$  zur Vertikalachse befinden. Die Masse einer Gondel inkl. Passagier beträgt  $m = 130 \text{ kg}$ . Vernachlässigen Sie im folgenden Reibung und die Masse der Trägerstruktur.



- a) Wie lange dauert eine Runde?
- b) Welche mittlere Leistung und welche konstante Winkelbeschleunigung wird benötigt, um die Geschwindigkeit der Gondeln in 30s ausgehend vom Stillstand zu erreichen?

## Aufgabe 2: Wege durch ein Kraftfeld

8 Punkt(e)

Auf einen Massepunkt wirke in der  $xy$ -Ebene die Kraft  $\vec{F}(x, y) = (y, -x)$ .

- a) Skizzieren Sie das Kraftfeld. Erwarten Sie, dass dieses Kraftfeld konservativ ist? Begründen Sie Ihre Antwort.
- b) Bestimmen Sie die durch die Kraft am Massepunkt geleistete Arbeit während der Bewegung vom Punkt  $(-\pi, 0)$  zum Punkt  $(\pi, 0)$  entlang folgender Wege:
  - i) von  $(-\pi, 0)$  nach  $(-\pi, -\pi)$  entgegen der  $y$ -Achse, dann parallel zur  $x$ -Achse zum Punkt  $(\pi, -\pi)$ , dann entlang der  $y$ -Achse zum Punkt  $(\pi, 0)$
  - ii) von  $(-\pi, 0)$  nach  $(-\pi, \pi)$  entlang der  $y$ -Achse, dann parallel zur  $x$ -Achse zum Punkt  $(\pi, \pi)$ , dann entgegen der  $y$ -Achse zum Punkt  $(\pi, 0)$
  - iii) entlang des direkten bzw. kürzesten Weges
  - iv) entlang des Halbkreises mit Radius  $\pi$  um den Punkt  $(0, 0)$  entlang der Uhrzeigerrichtung
  - v) entlang des Halbkreises mit Radius  $\pi$  um den Punkt  $(0, 0)$  entgegen der Uhrzeigerrichtung
- c) Ist die Kraft konservativ? Begründen Sie Ihre Antwort. Bestätigen Sie Ihre Antwort durch Berechnung der Rotation des Kraftfeldes.

**Hinweis 1:** Für die Wege iv) und v) von Teilaufgabe b) bietet es sich an den Weg geschickt zu parametrisieren. Da die Bewegung auf einer halben Kreisbahn stattfindet, nutzen wir Polarkoordinaten. Mit Polarkoordinaten können wir die Bewegung auf den gewünschten Halbkreisen parametrisieren durch

$$\vec{s}(\alpha) = \begin{pmatrix} s_x(\alpha) \\ s_y(\alpha) \end{pmatrix} = \pi \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix} \quad (1)$$

mit dem passenden Bereich, in welchem sich der Winkel  $\alpha$  bewegt. Dies entspricht einer Koordinatentransformation und das Arbeitsintegral schreiben wir dann als

$$\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \vec{F}(s_x(\alpha), s_y(\alpha)) \frac{d\vec{s}}{d\alpha} d\alpha, \quad (2)$$

wobei dieses nun nur noch von einer Variable bzw. dem Winkel  $\alpha$  abhängt. Wählen Sie  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  so, dass der korrekte Weg beschrieben wird. Beachten Sie außerdem die Identität  $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$ .

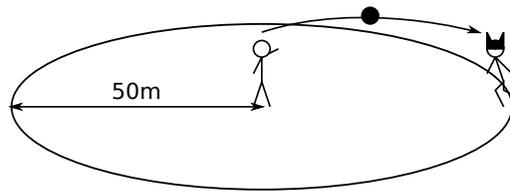
**Hinweis 2:** Die Rotation eines Vektorfelds  $\vec{U}(x, y) = (U_x(x, y), U_y(x, y))$  im zweidimensionalen euklidischen Raum berechnet sich in kartesischen Koordinaten durch

$$\text{rot } \vec{U}(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} U_y(x, y) - \frac{\partial}{\partial y} U_x(x, y). \quad (3)$$

### Aufgabe 3: Batman, Joker und Mr. Freeze

5 Punkt(e)

Mr. Freeze und Joker stellen Batman eine Falle. Mr. Freeze erzeugt eine kreisförmige Fläche aus reibungsfreiem Eis (Radius  $r = 50\text{ m}$ ). Joker (Masse  $m_J = 60\text{ kg}$ ) steht als Lockvogel in der Mitte. Batman (Masse  $m_B = 100\text{ kg}$ ) rennt mit einer Geschwindigkeit  $v_{B,0} = 7\frac{\text{m}}{\text{s}}$  auf das Eis und gleitet mit derselben Geschwindigkeit weiter. Joker wirft eine mit Klebstoff beschichtete Kugel (Masse  $m_K = 25\text{ kg}$ ) zu Batman, um Batman auf dem Eis festzusetzen und sich selbst durch den Rückstoß in Sicherheit zu bringen.



F. Hartmann

- Mit welcher Geschwindigkeit  $v_{K,1}$  muss Joker die Kugel werfen, damit Batman auf dem Eis stehen bleibt?
- Batman gelingt es noch rechtzeitig, sich mit einer Bat-Antihaftbeschichtung einzusprühen. Er kann deshalb die Kugel fangen und wieder wegwerfen (instantes Fangen und Werfen). Mit welcher Geschwindigkeit  $v_{K,2}$  und in welche Richtung muss er die Kugel werfen, um Joker noch auf dem Eis zu fangen? Nehmen Sie an, Joker werfe den Ball in dem Augenblick, in dem Batman das Eis betritt.