

Übungen zu Klassische Experimentalphysik I Wintersemester 2021/22

Übungsblatt Nr. 8

Abgabe bis 10.01.2022, 12:00

Immatrikulationsbefragung an alle Erstimmatrikulierten des KIT

Teilt eure Erfahrungen: Helft mit, die Studieneinstiegsphase für euch und nachfolgende Studierende zu optimieren!

Inhalt: Fragen zur Hochschulwahl, Bewerbung, Zulassung und zur Studieneinstiegsphase

Ihr habt eine Mail von befragungen@sek.kit.edu mit dem entsprechenden Link bekommen.
An diese Mail könnt ihr euch auch bei Fragen wenden.

Danke für eure Mitarbeit!

Aufgabe 1: Polareis und mehr

8,5 Punkt(e)

Durch das Schmelzen der polaren Eiskappen verteilt sich die Masse des polaren Eises in Form von Wasser auf der ganzen Erde. Dadurch ändert sich der Beitrag dieser Masse auf das gesamte Trägheitsmoment der Erde. Die gesamte Masse der beiden polaren Eiskappen beträgt etwa $2,3 \cdot 10^{19}$ kg. In dieser Aufgabe wird der Einfluss dieses Effekts auf die Dauer eines Tages abgeschätzt. Hierbei wird angenommen, dass durch das Schmelzen und Verteilen des Eises bzw. Wassers kein Drehmoment wirkt.

Tipp: Verwenden Sie Kugelkoordinaten und legen Sie die z -Achse des Koordinatensystems durch die Rotationsachse der Erde und den Ursprung in den Mittelpunkt der Erde.

Kurze Wdh. Kugelkoordinaten (keine mathematische Strenge):

$$\begin{aligned}x &= r \sin(\theta) \cos(\varphi) \\y &= r \sin(\theta) \sin(\varphi) \\z &= r \cos(\theta)\end{aligned}$$

mit den kartesischen Koordinaten x, y, z und den Kugelkoordinaten r, θ, φ . Hierbei ist r der Abstand zum Ursprung, θ der Polarwinkel und φ der Azimutalwinkel. Für ein dreidimensionales Volumenintegral gilt dann

$$\int_{V_{x,y,z}} f(x, y, z) dx dy dz = \int_{V'_{r,\theta,\varphi}} f'(r, \theta, \varphi) r^2 \sin(\theta) dr d\theta d\varphi$$

mit dem infinitesimalen Volumenelement

$$dV(x, y, z) = dx dy dz \leftrightarrow r^2 \sin(\theta) dr d\theta d\varphi = dV'(r, \theta, \varphi)$$

und der Parametrisierung des Volumens durch kartesische Koordinaten $V_{x,y,z}$ bzw. Kugelkoordinaten $V'_{r,\theta,\varphi}$. Weiterhin ist $f'(r, \theta, \varphi) = f(x(r, \theta, \varphi), y(r, \theta, \varphi), z(r, \theta, \varphi))$ die Funktion, welche Sie erhalten, wenn Sie für x, y, z die jeweiligen Ausdrücke in Kugelkoordinaten einsetzen. Weitere Informationen zu Kugelkoordinaten finden Sie an unzähligen Stellen im Internet oder z.B. in Büchern zur theoretischen Physik oder Mathematik.

- a) Berechnen Sie das Trägheitsmoment der Erde bezüglich deren Rotationsachse. Nähern Sie die Erde dabei als homogene (konstante Volumen-Massen-Dichte ρ_0 mit $[\rho_0] = \text{kg/m}^3$) Kugel mit einer Masse $m_E = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ und dem Radius $r_E = 6,4 \cdot 10^3 \text{ km}$ an.

Hinweis: $\int_0^\alpha (\sin(\theta))^3 d\theta = \frac{4}{3} \cdot (\sin(\frac{\alpha}{2}))^4 \cdot (\cos(\alpha) + 2)$

- b) Berechnen Sie das gesamte Trägheitsmoment der beiden Eiskappen am Nordpol bzw. Südpol. Nähern Sie die beiden Eiskappen dabei als Ausschnitte einer Kugelschale mit Radius r_E an. Die Dicke der Kugelschale ist gegenüber dem Radius der Erde r_E vernachlässigbar. Nehmen Sie eine konstante Flächen-Massen-Dichte σ_0 mit $[\sigma_0] = \text{kg/m}^2$ für die Eisschicht an. Die beiden Polkappen werden dabei in Kugelkoordinaten durch den Polarwinkel θ beschrieben. Für den Nordpol gilt $\theta \in [0, \alpha]$ und für den Südpol $\theta \in [\pi - \alpha, \pi]$. Hier wird $\alpha = \pi/9 \equiv 20^\circ$ angenommen.

Berechnen Sie nun das Trägheitsmoment des geschmolzenen Polareises. Zeigen Sie hierfür zunächst, dass das vorher berechnete Trägheitsmoment für $\alpha = \pi/2 \equiv 90^\circ$ das Trägheitsmoment einer vollständigen Kugelschale mit vernachlässigbarer Dicke bzgl. der Rotation um eine Achse durch den Kugelmittelpunkt reproduziert. Verwenden Sie die komplette Kugelschale als Annäherung für das geschmolzene Polareis, welches sich auf der Erde verteilt hat.

Hinweis: Das infinitesimale Flächenelement auf einer Kugeloberfläche mit Radius R ist gegeben durch $dA(R, \theta, \varphi) = R^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi$, wobei θ der Polwinkel und φ der Azimutalwinkel ist.

Das Trägheitsmoment einer Kugelschale mit Masse m , einem Radius R und einer vernachlässigbaren Dicke ist gegeben durch

$$I = \frac{2}{3} m R^2. \quad (1)$$

- c) Berechnen Sie die Änderung der Dauer eines Tages durch das Abschmelzen der polaren Eiskappen. Nehmen Sie hierbei an, dass die bekannte Dauer eines Tages der Dauer eines Tages vor dem Schmelzen der Polkappen entspricht.

Hinweis: Das Gesamtträgheitsmoment des Systems Erde/Eis bzw. Erde/Wasser ist gegeben durch die Summe der beiden einzelnen Trägheitsmomente.

- d) Vergleichen Sie die kinetische Energie der Bahnbewegung der Erde innerhalb des Sonnensystems mit der Energie der Rotation der Erde um ihre eigene Achse. Verwenden Sie hierbei $v_E = 30 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ als mittlere Bahngeschwindigkeit der Erde um die Sonne. Außerdem können Sie den Beitrag des Polareises/Polarwassers auf das Trägheitsmoment der Erde vernachlässigen.
- e) Ein Meteorit der Masse $7,0 \cdot 10^{10} \text{ kg}$ und einer Geschwindigkeit von $v = 10^4 \text{ m/s}$ schlägt am Äquator auf die Erde auf und bleibt in ihr stecken. Die Bahn des Meteoriten verläuft so, dass der Geschwindigkeitsvektor am Einschlagspunkt in der gleichen Ebene wie der Äquator liegt, in dieser Ebene einen Winkel von $\beta = 45^\circ$ mit dem Radialvektor einschliesst und die tangentielle Komponente entgegen der Drehrichtung der Erde zeigt (der Meteorit verlangsamt also die Erdrotation). Um welchen Faktor verkleinert der Einschlag die Rotationsfrequenz der Erde?

Aufgabe 2: Physik mit dem Smartphone: (Un-)elastischer Stoß 11,5 Punkt(e)

In dieser Aufgabe untersuchen Sie (un-)elastische Stöße und bestimmen experimentell die Fallhöhe und die Unelastizität eines Balles.

Sie benötigen folgende Hilfsmittel:

- Ein Smartphone mit funktionierendem Mikrofon.
- Die Phyphox-App: Diese ist für iPhones und Android-Phones erhältlich und kann im Google-Playstore, dem Apple AppStore oder unter F-Droid heruntergeladen werden. Mehr Informationen finden Sie unter <https://phyphox.org/>.
- Ein Metermaß.
- Eine harte Unterlage wie etwa einen Tisch oder den Boden.

- Einen Ball, welcher nach Fallenlassen auf die Unterlage mehrmals aufhüpft und dabei hörbare Geräusche produziert. Es eignen sich zum Beispiel (Tisch-) Tennisbälle, Fußbälle, Basketbälle etc. (unter Umständen auch improvisierte Bälle wie etwa Christbaumkugeln aus Kunststoff).
- Eine ruhige Umgebung und etwas Geduld.

Sollte es, aus welchen Gründen auch immer, nicht möglich sein den experimentellen Teil dieser Aufgabe durchzuführen, wird Ihnen ein Satz Daten zur Weiterverarbeitung bzw. Auswertung auf ILIAS bereitgestellt. Wir empfehlen Ihnen jedoch, sofern Sie die Möglichkeit haben, den experimentellen Teil selbst durchzuführen.

- a) Lassen Sie den Ball aus beliebiger Höhe fallen. Sie werden beobachten, dass die erreichte Höhe nach dem ersten Aufhüpfen kleiner als die Anfangshöhe ist und danach mit jedem weiteren Hüpfen abnimmt.

Das Aufhüpfen des Balles mit Masse m_B und Geschwindigkeit $v_{B,i}$ kann als Stoß mit der Unterlage der Masse $M = \infty$ und Geschwindigkeit $v_{U,i} = 0$ aufgefasst werden.

Geben Sie die in der Vorlesung hergeleitete Geschwindigkeit des Balls nach einem Stoß mit dieser Unterlage an für einen

- i) elastischen Stoß,
- ii) total unelastischen Stoß.

Verhält sich der Ball so, wie Sie es für elastische oder total unelastische Stöße erwarten? Falls das nicht der Fall ist, begründen Sie warum.

- b) Falls der Ball mindestens zweimal aufhüpft (also mindestens drei Kontakte mit dem Boden hat) kann man aus den Zeiten zwischen den Bodenkontakten die ursprüngliche Fallhöhe und den relativen Energieverlust pro Aufhüpfen ermitteln. Leiten Sie den Zusammenhang her! Nehmen Sie hierfür an, dass der relative Energieverlust α mit

$$1 - \alpha := \beta := \frac{E_{\text{kin},2}}{E_{\text{kin},1}} \quad (2)$$

und den kinetischen Energien vor ($E_{\text{kin},1}$) und nach ($E_{\text{kin},2}$) dem Auftreffen auf dem Boden für jeden Bodenkontakt gleich ist. (Der relative Energieverlust hängt also nur von der ursprünglichen Fallhöhe und den verwendeten Materialien ab). Im Folgenden nennen wir β die „behaltene“ oder „nicht verloren gegangene“ Energie.

- i) Betrachten Sie die Hüpfbewegung zwischen zwei Bodenkontakten als senkrechten Wurf nach oben und ermitteln Sie zunächst die „Abwurfgeschwindigkeit“ v als Funktion der Dauer/Zeit Δt , die eine Hüpfbewegung dauert.
- ii) Als nächstes ermitteln Sie den Anteil nicht verlorener Energie β als Funktion der Dauern Δt_1 und Δt_2 von zwei aufeinander folgenden Hüpfbewegungen.

- iii) Abschließend können Sie mittels Energieerhaltung die Anfangshöhe aus der Dauer der ersten Hüpfbewegung und dem Anteil nicht verlorener Energie bestimmen.

c) Führen Sie das Experiment durch!

Wählen Sie in der Phyphox-App das Experiment „(In)elastischer Stoß“. Die Datennahme kann mittels des Play-Symbols gestartet werden. Am unteren Bildschirm finden Sie eine Reset-Schaltfläche.

Starten Sie die Datennahme und lassen Sie den Ball aus einer mit dem Maßstab bestimmten Höhe fallen. Die App sollte anhand der Geräusche, die beim Aufhüpfen entstehen, die Zeitdifferenzen zwischen den Bodenkontakten bestimmen.

Die in der App angegebene „Höhe 0“ ist die ursprüngliche Fallhöhe, die die App selbst ermittelt. Auf der 2. Seite finden Sie die bei den Stößen behaltene Energie, welche von der App ermittelt wurde.

i) Notieren Sie sich im Folgenden

- die mit dem Metermaß bestimmte Fallhöhe,
- die von der App bestimmte Fallhöhe,
- die Zeiten der Hüpfbewegungen,
- sowie die von der App berechnete mittlere behaltene Energie.

- ii) Führen Sie das Experiment für fünf verschiedene Höhen jeweils dreimal durch und notieren Sie sich die Daten. (Es bietet sich an ein Tabellenkalkulationsprogramm zur Notation der Daten zu verwenden.) Als Höhen könnten Sie zum Beispiel 5 cm, 10 cm, 20 cm, 50 cm und 100 cm verwenden. Geben Sie die gemessenen Daten bei der Abgabe dieses Übungsblatts mit ab und notieren Sie auch den Typ des Balles und das Material der Unterlage.

Hinweise:

Die App bietet auch an, die Daten zu exportieren. Hierbei muss jedoch beachtet werden, dass dabei die Zeitpunkte der Ballkontakte gespeichert werden sowie die behaltenen Energien in Bezug auf die initiale Energie. Das bedeutet, dass die Zeitdifferenzen/Dauern der Hüpfbewegungen und die behaltenen Energien pro Hüpfbewegung noch berechnet werden müssen.

Falls Sie Probleme mit der Aufnahme der Daten haben, können Sie versuchen die Einstellungen zu variieren. Beachten Sie auch die im Kontextmenü verlinkten Informationen und das Video.

- d) Werten Sie die Daten aus! Wir wollen nun herausfinden, ob wir dieselben Werte für die ursprüngliche Fallhöhe und den Energieverlust ermitteln können wie die App. Es bietet sich an hierfür ein Tabellenkalkulationsprogramm oder ein kleines Programm (z.B. in Python) zu verwenden.

- i) Berechnen Sie für jedes Experiment (der insgesamt 15) die ursprüngliche Fallhöhe und die mittlere behaltene Energie pro Stoß unter Verwendung der Ergebnisse von Teilaufgabe b) und c). Falls es mehr als zwei Hüpfbewegungen gibt, ermitteln Sie aus den nachfolgenden Hüpfbewegungen weitere Werte für die behaltene Energie β . Zur Berechnung der ursprünglichen Fallhöhe verwenden Sie den Mittelwert der aus allen Hüpfbewegungen bestimmten Werte für β . Tragen Sie Ihre berechneten Werte zusammen mit den von der App ermittelten Werten in eine Tabelle ein.
 - ii) Bestimmen Sie für jede getestete Höhe aus den drei für diese Höhe durchgeführten Experimenten die Mittelwerte der berechneten Fallhöhe und der mittleren behaltene Energie pro Stoß. Berechnen Sie außerdem die Unsicherheiten dieser Mittelwerte. Führen Sie dasselbe auch mit den von der App berechneten Werte durch und tragen Sie alles in eine Tabelle ein.
 - iii) Passen die berechneten und die von der App ermittelten Fallhöhen zu den mit dem Metermaß gemessenen?
 - iv) Tragen Sie die gefundenen Mittelwerte der behaltene Energien β auf als Funktion der mittleren berechneten Fallhöhe. Ist die für die Herleitung verwendete Annahme, dass der Energieverlust pro Stoß konstant ist, gerechtfertigt?
 - v) Nennen Sie mindestens zwei Quellen systematischer Unsicherheiten, die dieses Experiment beeinflussen können.
- e) Bonusaufgabe ohne Wertung (falls Ihnen über die Ferien langweilig ist):
- Verwenden Sie andere Bälle und Unterlagen und beobachten Sie, wie der Energieverlust von diesen abhängt.

Aufgabe 3: Wasserrakete (Freiwillig)

0 Punkt(e)

Die kommende vorlesungsfreie Zeit in den Winterferien bietet Ihnen nun zum ersten Mal die Gelegenheit ihr erlerntes Wissen in die Tat umzusetzen! Physik lebt vom Experiment und jede physikalische Theorie muss dem Test des Experiments standhalten. Eine praktische und unterhaltsame Anwendung der newtonschen Gesetze ist die Rakete. Diese haben Sie bereits in der Vorlesung besprochen. Eine Möglichkeit die Faszination von Raketen selbst zu erleben ist es, diese selbst zu bauen. Mit dieser Aufgabe sollen interessierte und motivierte Studierende dazu ermutigt werden eine Rakete unter Anleitung zu bauen.

Eine der einfachsten Arten von Raketen ist die sogenannte Wasserrakete. Im Gegensatz zur Lufrakete hat die Wasserrakete einen signifikant höheren Schub. Das Grundprinzip einer Wasserrakete ist in der Abbildung unten zu sehen. Nach Öffnen der Düse wird das Wasser durch die Druckluft mit hohem Druck aus dem Druckkörper herausgepresst. Durch den resultierenden Rückstoß hebt die Rakete ab. Eine solche Rakete kann unter begrenztem Aufwand mit einfachen Mitteln gebaut werden. Im

Allgemeinen werden dazu meistens eine PET-Flasche, ein Ventil, eine Luftpumpe und eine einfache Startrampe benötigt. Eine bebilderte und verständliche Anleitung kann z.B. auf der Webseite des Deutschen Zentrums für Luft- und Raumfahrt unter

https://www.dlr.de/as/en/Portaldata/5/Resources/dokumente/abteilungen/abt_wk/Bauanleitung_Wasserrakete_und_Rampe.pdf

gefunden werden. Unzählige weitere Anleitungen oder Videos finden Sie im Internet.

Bauen Sie eine Wasserrakete und filmen Sie deren Start bzw. Flug. Geben Sie ihr Video zusammen mit den Lösungen zu diesem Aufgabenblatt auf ILIAS ab. Erfolgreiche Starts werden in einer der kommenden Vorlesungen vorgeführt und bewundert. Viel Spaß und guten Flug!

Warnung: Bitte seien Sie beim Bau und beim Start der Wasserrakete sehr vorsichtig! Verwenden Sie im Umgang mit Behältern unter Druck stets eine Schutzbrille und ergreifen Sie gegebenenfalls weitere Schutzmaßnahmen. Beugen Sie sich außerdem niemals über die startbereite Rakete! Es bietet sich an die Rakete erst mit geringen Drücken zu testen und sich vorzuarbeiten. „Betanken“ und starten Sie die Rakete unter einem angemessenen Sicherheitsabstand. Halten Sie sich außerdem bei der Durchführung dieser Aufgabe stets an die für ihren Standort erlassenen Regeln bezüglich der Corona-Pandemie.

