KIT-Fakultät für Physik
Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Prof. Dr. Ulrich Husemann
Dr. Michael Waßmer

Übungen zu Klassische Experimentalphysik I

Wintersemester 2021/22

Übungsblatt Nr. 11

Abgabe bis 31.1.2022, 12:00

Hinweis: Verwenden Sie eine Erdbeschleunigung von $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ für alle Aufgaben.

Aufgabe 1: Durchgebogener Balken — 4,5 Punkt(e)

Eine durch eine Punktmasse genäherte Person der Masse $m = 80\,\mathrm{kg}$ steht mittig auf einem $2\,\mathrm{m}$ langen Stahlbalken, der auf beiden Seiten aufliegt. Aufgrund der Gewichtskraft der Person biegt sich der Balken nach unten durch. In diesem Fall befindet sich die maximale Auslenkung der Biegung genau in der Mitte des Balkens und kann berechnet werden als

$$z_{\mathrm{max}} = -\frac{1}{48}\frac{F}{E}\frac{l^3}{I_{\mathrm{F,y}}}.$$

Hierbei sind F der Betrag der äußeren Kraft, die auf den Balken wirkt, E der Elastizitätsmodul des Balkens, l seine Länge und $I_{\mathrm{F,y}}$ das relevante Flächenträgheitsmoment. Das Koordinatensystem ist hierbei, wie in der Vorlesung, so gewählt, dass die z-Achse nach oben zeigt und die Verbiegung um die y-Achse erfolgt. Der Elastizitätsmodul von Stahl beträgt $E = 200\,\mathrm{GPa}$.

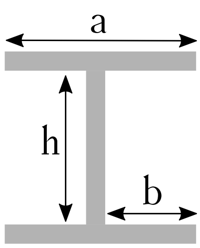
a) Betrachten Sie folgende zwei Profile für den Stahlbalken:

   i) Ein quadratisches Profil mit Seitenlänge $a = 0{,}1\,\mathrm{m}$.

   ii) Ein I/H-Profil, zu dessen Herstellung auf beiden Seiten des quadratischen Profils jeweils ein Rechteck der Breite $b = 0{,}045\,\mathrm{m}$ und der Höhe $h = 0{,}08\,\mathrm{m}$ ausgespart wurde. (Das Profil besteht also aus einem $0{,}1\,\mathrm{m}$ breiten und $0{,}01\,\mathrm{m}$ hohen Rechteck, auf dem mittig ein $0{,}01\,\mathrm{m}$ breites und $0{,}08\,\mathrm{m}$ hohes Rechteck steht, auf dem wiederum mittig ein $0{,}1\,\mathrm{m}$ breites und $0{,}01\,\mathrm{m}$ hohes Rechteck aufliegt.) Betrachten Sie hierzu auch die Skizze unten.

   Leiten Sie für beide Profile das relevante Flächenträgheitsmoment her und berechnen Sie die jeweilige maximale Auslenkung.

b) Überlegen Sie sich, warum anstatt quadratischer Profile in vielen Anwendungen I/H-Profile verwendet werden.



Aufgabe 2: Hängendes Seil 4,5 Punkt(e)

Berechnen Sie die Längenänderung, die ein 30 m langes, in vertikaler Richtung frei hängendes Gummiseil infolge seines Eigengewichtes erfährt. Die Dichte des Seils betrage $\rho = 1{,}3\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ und sein Elastizitätsmodul $E = 10^5\,\mathrm{kPa}$. Welche Zugspannung herrscht am oberen bzw. unteren Seilende?

Hinweis: Überlegen Sie zunächst, welche Längenausdehnung $\mathrm{d}l$ ein kurzes Seilelement in Höhe x über dem Seilende erfährt.

Aufgabe 3: Elastizitätsmodul im atomaren Modell 3,5 Punkt(e)

In dieser Aufgabe betrachten wir den Elastizitätsmodul in einem stark vereinfachten Modell eines Festkörpers. Wir nehmen an, dass die Atome auf einem kubischen Gitter sitzen, siehe Skizze unten. Die Atome haben voneinander den Abstand a, welcher auch Gitterkonstante genannt wird. Um die Wechselwirkungen der Atome untereinander stark vereinfacht zu modellieren, ist jedes Atom im Gitter mit seinen sechs nächsten Nachbarn durch kleine Federn verbunden. Diese Federn haben alle die Federkonstante k und folgen dem Hookeschen Gesetz. Stellen Sie sich nun eine reine Dehnung (keine Scherung) dieses atomaren Gitters vor.

a) Zeigen Sie, dass der Elastizitätsmodul des atomaren Gitters durch

$$E = \frac{F/A}{\Delta l/l} = \frac{k}{a}$$

gegeben ist. Hierzu stellen wir uns innerhalb des ausgedehnten Gitters (weit weg von den Randflächen) einen Quader mit der Grundfläche A und der Länge l vor. Senkrecht auf die Grundfläche A wirkt eine das Gitter dehnende Kraft F, welche zu einer Dehnung des Quaders um die Länge Δl senkrecht zur Grundfläche führt. Gehen Sie beispielsweise wie folgt vor:

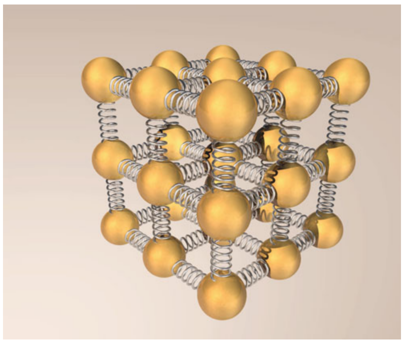
i) Stellen Sie einen mathematischen Zusammenhang zwischen der Dehnung Δl_{Feder} einer einzelnen Feder und der wirkenden Kraft F_{Feder}, welche die Feder im gedehnten Zustand hält, her.

ii) Nehmen Sie an, dass die auf die Fläche A wirkende Kraft sich gleichmäßig auf alle Federn innerhalb (oder in Kontakt mit) dieser Fläche verteilt. Berechnen Sie dann den Zusammenhang zwischen der Kraft F und der Kraft F_{Feder}.

iii) Finden Sie den Zusammenhang zwischen der gesamtem Ausdehnung des Quaders Δl und der Ausdehnung einer einzelnen Feder Δl_{Feder}.

iv) Berechnen Sie nun den Elastizitätsmodul.

b) Berechnen Sie in diesem vereinfachten Modell die atomare Federkonstante k_{Stahl} für Stahl. Der Elastizitätsmodul von Stahl ist $E_{\text{Stahl}} \approx 200\,\text{GPa}$ und verwenden Sie $a_{\text{Stahl}} \approx 1\,\text{nm}$ als Gitterkonstante.

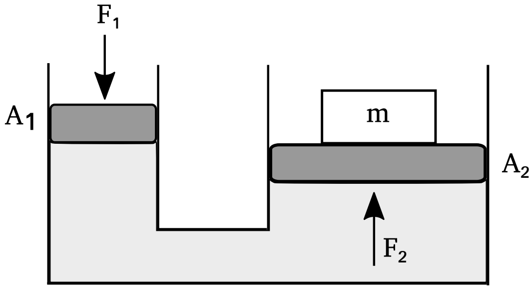


Aufgabe 4: Hydraulische Hebebühne 3,5 Punkt(e)

Ein hydraulisches System besteht, wie in der Abbildung dargestelllt, aus zwei Kolben mit den Flächen A_1 und A_2 mit $A_2 > A_1$. Die Hydraulikflüssigkeit ist masselos und nicht kompressibel. Der kleinere Kolben wird heruntergedrückt um eine auf dem größeren Kolben stehende Masse m um eine Höhe h anzuheben. Vernachlässigen Sie im Folgenden die Masse der Kolben.

a) Welche Kraft muss auf den kleineren Kolben ausgeübt werden?

b) Zeigen Sie, dass die am kleineren Kolben verrichtete Arbeit betragsmäßig gleich der Arbeit ist, die der größere Kolben an der Masse m verrichtet.



Aufgabe 5: Hydrostatik 4 Punkt(e)

Ein Becher der Masse $m_B = 1\,\mathrm{kg}$ enthält Wasser mit der Masse $m_W = 2\,\mathrm{kg}$ und der Dichte $\rho_W = 1 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$. Der Becher steht auf einer Küchenwaage. Ein Körper mit einer Masse $m_K = 2\,\mathrm{kg}$ und der Dichte $\rho_K = 2 \cdot 10^3\,\mathrm{kg/m^3}$ hängt an einer Federwaage und ist vollständig in das Wasser eingetaucht.

a) Berechnen Sie die Kraft, die an der Federwaage gemessen wird.

b) Berechnen Sie die Kraft, die an der Küchenwaage gemessen wird.