KIT-Fakultät für Physik
Institut für Experimentelle Teilchenphysik
Prof. Dr. Ulrich Husemann
Dr. Michael Waßmer

Übungen zu Klassische Experimentalphysik I

Wintersemester 2021/22

Übungsblatt Nr. 12 Abgabe bis 7.2.2022, 12:00

Hinweis: Verwenden Sie eine Erdbeschleunigung von $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ für alle Aufgaben.

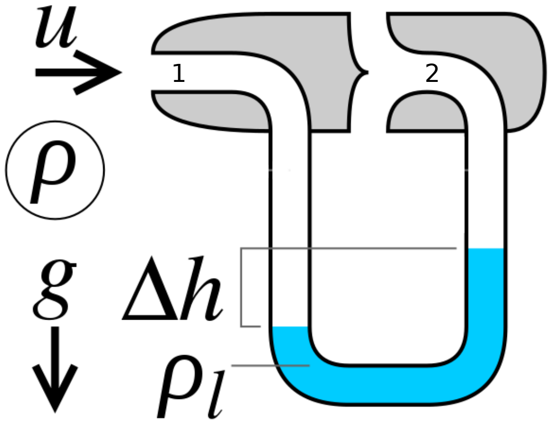
Aufgabe 1: Pitot-Rohr 4 Punkt(e)

Mit einem Pitot-Rohr, siehe Skizze unten, kann die Strömungsgeschwindigkeit u eines Gases mit der Dichte ρ gemessen werden. Das Pitot-Rohr besteht aus zwei konzentrischen Röhren, welche durch ein weiteres Verbindungsrohr verbunden sind. Im Verbindungsrohr befindet sich eine Flüssigkeit mit der Dichte ρ_l. Die erste Röhre besitzt eine Öffnung, deren Querschnittsfläche senkrecht zur Strömungsgeschwindigkeit des Gases steht. Die Öffnungen der zweiten Röhre hat hingegen Querschnittsflächen, die parallel zur Strömungsgeschwindigkeit des Gases stehen. Im Verbindungsrohr stellt sich ein relativer Höhenunterschied Δh der Flüssigkeitssäulen, welche an Rohr 1 bzw. Rohr 2 grenzen, ein.

Zeigen Sie, dass für die Strömungsgeschwindigkeit

$$u^2 = 2g\Delta h\frac{\rho_l}{\rho}$$

gilt.



Aufgabe 2: Physikalisches Pendel 6,5 Punkt(e)

Gegeben sei eine homogene und isotrope kreisförmige Scheibe mit der Masse m und Radius R und vernachlässigbarer Dicke. In die Scheibe ist im Abstand d vom Mittelpunkt ein Loch gebohrt, das durch die gesamte Dicke der Scheibe verläuft. Die Scheibe ist reibungsfrei und frei drehbar an einer horizontalen Achse aufgehängt, die durch dieses Loch gesteckt ist. Diese Achse ist raumfest installiert, zum Beispiel an die Wand geschraubt, und kann sich nicht bewegen. Der Aufbau ist in der Skizze unterhalb der Aufgabenstellung gezeigt. Der Mittelpunkt der Scheibe ist in der Skizze durch ein Kreuz gekennzeichnet und die Richtung der Gravitationskraft ist durch $\vec{g}$ gekennzeichnet. Die Ausmaße des Lochs sind zu vernachlässigen.

Zuerst befinde sich die Scheibe in ihrem stabilen Ruhezustand. Hiermit ist jener Zustand gemeint, bei welchem sich der Mittelpunkt der Scheibe in einer geraden Linie unterhalb des Aufhängepunktes befindet und die Scheibe ruht. Nun wird die Scheibe aus ihrem Ruhezustand um einen kleinen Winkel θ_0 mit $\theta_0 \ll 1$ ausgelenkt und dann losgelassen. Dadurch beginnt die Scheibe aufgrund der Schwerkraft zu schwingen. Für die Beschreibung der Bewegung der Scheibe in Abhängigkeit von der Zeit t wird im Folgenden der Winkel $\theta(t)$ zwischen der Linie, welche den Mittelpunkt der Scheibe mit dem Aufhängepunkt der Scheibe verbindet, und der Richtung der Schwerkraft verwendet.

a) Leiten Sie das Trägheitsmoment der Scheibe bezüglich einer Rotationsachse, welche senkrecht zur Scheibe steht und durch deren Mittelpunkt verläuft, her. Zeigen Sie außerdem, dass das Trägheitsmoment der Scheibe bezüglich deren Aufhängeachse durch

$$I = \frac{1}{2}m(R^2 + 2d^2)$$

gegeben ist.

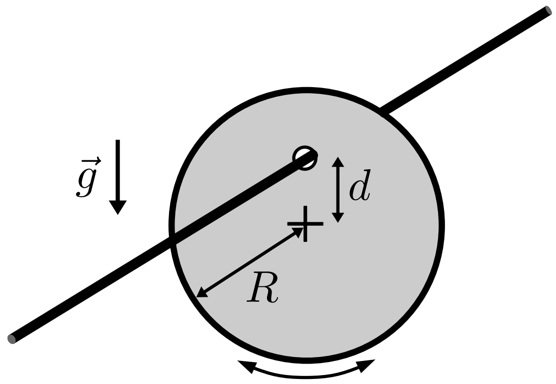
b) Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichung für den Winkel $\theta(t)$ durch

$$\ddot{\theta} + \frac{gd}{\frac{1}{2}R^2 + d^2}\sin\theta = 0$$

gegeben ist.

c) Berechnen Sie die Periodendauer T der Schwingung der Scheibe unter Verwendung einer Kleinwinkelnäherung für den Winkel θ.

d) Geben Sie die Lösung der Bewegungsgleichung für den Winkel $\theta(t)$ unter Verwendung einer Kleinwinkelnäherung an. Nehmen Sie hierbei an, dass der Zeitpunkt, zu welchem die Scheibe losgelassen wird, durch $t = 0$ beschrieben ist, also $\theta(0) = \theta_0$ und $\dot{\theta}(0) = 0$ mit $\dot{\theta}(t) = \frac{d}{dt}\theta(t)$.



Aufgabe 3: Oszillator mit Dämpfung 5 Punkt(e)

Betrachten Sie das in der Vorlesung besprochene Beispiel eines gedämpften Federpendels mit Federkonstante k, an dem eine Masse m hängt. Die Dämpfung wird durch eine auf die Masse m wirkende Reibungskraft verursacht, die proportional zur ersten zeitlichen Ableitung der Auslenkung des Oszillators ist:

$$F_{\mathrm{R}} = b\dot{x}.$$

Nehmen Sie an, dass die Dämpfung sehr schwach ist, dass also gilt

$$\gamma^2 = \left(\frac{b}{2m}\right)^2 \ll \omega_0^2\,,$$

wobei ω_0 die Kreisfrequenz der ungedämpften Schwingung ist.

a) Zeigen Sie, dass für die mechanische Gesamtenergie $E_{\mathrm{ges}} = E_{\mathrm{kin}} + E_{\mathrm{pot}}$ des Oszillators gilt:

$$E_{\mathrm{ges}}(t) = \frac{1}{2}kA^2e^{-2\gamma t} = E_{\mathrm{ges}}(0)e^{-2\gamma t}$$

wobei A die Anfangsamplitude der Schwingung ist.
Hinweis: Nehmen Sie an, dass die Auslenkung zum Zeitpunkt $t = 0$ maximal ist. Nehmen Sie auch an, dass $\gamma \ll \omega_0$ und nutzen Sie dies um bei der Herleitung sinnvolle Näherungen durchzuführen.

b) Zeigen Sie, dass für den pro Periode verlorengegangene Energieanteil ΔE_{ges} gilt:

$$\frac{\Delta E_{\mathrm{ges}}}{E_{\mathrm{ges}}} = \frac{2\pi b}{m\omega_0} = \frac{2\pi}{Q}$$

Die Größe $Q = m\omega_0/b$ wird als Güte oder Q-Faktor des Oszillators bezeichnet.

Hinweis: Verwenden Sie, dass die Exponentialfunktion für $x \ll 1$ als $e^x \approx 1+x$ genähert werden kann.

Aufgabe 4: Transversalwelle 4,5 Punkt(e)

Im Nullpunkt eines Koordinatensystems findet vom Zeitpunkt $t = 0$ an eine Schwingung statt, die durch $A(t) = 0{,}06\,\mathrm{m} \cdot \sin(-\pi t\,\frac{1}{\mathrm{s}})$ beschrieben ist (m und s sind Einheiten). Diese Schwingung erzeugt eine ungedämpfte Transversalwelle, die sich in Richtung der positiven z-Achse mit der Geschwindigkeit $0{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ ausbreitet.

a) Zeigen Sie allgemein, dass die Funktion

$$A(z,t) = A_0 \sin(kz - \omega t)$$

eine Lösung der Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial t^2}$$

mit der Phasengeschwindigkeit c und der Dispersionsrelation $\omega(k) = ck$ ist.

b) Wie lautet die Wellenfunktion der in der Aufgabenbeschreibung beschriebenen Transversalwelle?

c) Wie groß sind die Schwingungsdauer, Frequenz und Wellenlänge der Transversalwelle?

d) Skizzieren Sie die Welle (d.h. die Auslenkung als Funktion von z) zu den Zeitpunkten 0 s, 2 s und 3 s.

e) Wie lautet die Funktion für die Schwingung, die im Punkt $x = 30\,\mathrm{cm}$ stattfindet?