Übungen zu
Klassische Experimentalphysik I
Wintersemester 2021/22

Übungsblatt Nr. 13: Musterlösungen

Lösung Aufgabe 1: Interferenz

Es lohnt sich eine Skizze für die Aufgabe anzufertigen, siehe unten.

a) Aufgrund $r \gg d$ folgt, dass die Strahlen quasi parallel verlaufen (siehe Skizze). Dann folgt mit dem eingezeichneten Dreieck:

$$\Delta s \approx d \sin\theta \tag{1}$$

(**1,0 Punkte**)

b) Für konstruktive bzw. destruktive Interferenz müssen die Phasen der beiden Wellen ein Vielfaches von 2π bzw. ein ungerades Vielfaches von π verschoben sein (**0,5 Punkte**). Umgerechnet in Wellenlängen ergibt sich also für

i) konstruktive Interferenz

$$\Delta s = n\lambda, n \in \mathbb{N} \tag{2}$$

(**0,5 Punkte**)

ii) destruktive Interferenz

$$\Delta s = (2n+1)\frac{\lambda}{2}, n \in \mathbb{N} \tag{3}$$

(**0,5 Punkte**)

c) Aus geometrischen Überlegungen folgt $\tan\theta = y/r$, wobei y der Abstand des betrachteten Punktes vom Mittelpunkt des Schirms ist, und damit gelten

$$y_n = r\tan\theta_n \tag{4}$$

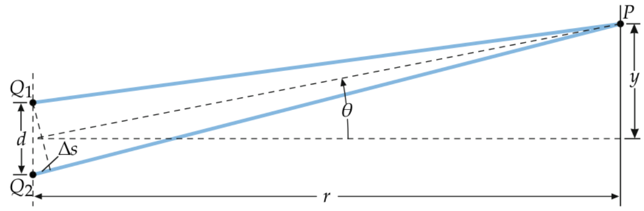
$$d\sin\theta_n = n\lambda \tag{5}$$

Hierbei ist n der Index des betrachteten Maximums, θ_n der zugehörige Winkel und y_n der Abstand zum Mittelpunkt des Schirms. (**0,5 Punkte**)

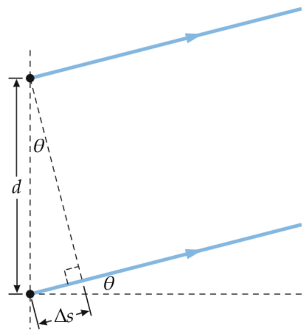
Unter Verwendung von $\tan(\arcsin(\alpha)) = \frac{\alpha}{\sqrt{1-\alpha^2}}$ folgt

$$y_n = \frac{nr\lambda}{\sqrt{d^2 - n^2\lambda^2}} \tag{6}$$

(**0,5 Punkte**)



(a)



(b)

Quelle: Arbeitsbuch zu Tipler/Mosca, Physik in der 8. Auflage

Lösung Aufgabe 2: Relativistik

a) Richtig. In der Vorlesung wurde die Zeitdilatation besprochen, welche besagt, dass innere Prozesse innerhalb eines physikalischen Systems für einen Beobachter langsamer ablaufen, wenn sich das physikalische System relativ zum Beobachter bewegt. Das heißt, wenn die Eigenzeitdifferenz des physikalischen Prozess $\Delta t'$ ist, misst der Beobachter, für den sich das physikalische System relativ zu ihm bewegt, eine Zeitdifferenz von

$$\Delta t = \gamma \Delta t' \tag{7}$$

wobei immer $\gamma > 1$ ist. (**0,5 Punkte**)

b) Falsch. Zwei Ereignisse mit raumartigem Abstand, die in einem Inertialsystem gleichzeitig sind, sind in relativ dazu bewegten Bezugssystemen nicht gleichzeitig. (**0,5 Punkte**)

Als Gegenbeispiel nehmen wir an, ein Beobachter misst für zwei Ereignisse an den Orten x_1 und x_2 eine Zeitdifferenz von $\Delta t = 0$. Das heißt die Ereignisse finden gleichzeitig statt. Ein zweiter Beobachter, der sich relativ zum ersten

Beobachter mit der Geschwindigkeit v bewegt, misst

$$\begin{aligned}\Delta t' &= t_1' - t_2' \\ &= \gamma\left(t_1 - \frac{v}{c^2}x_1\right) - \gamma\left(t_2 - \frac{v}{c^2}x_2\right) \\ &= \gamma\left(\Delta t - \frac{v}{c^2}\Delta x\right) \\ &= \gamma\left(-\frac{v}{c^2}\Delta x\right)\end{aligned} \tag{8}$$

Da es sich um zwei unterschiedliche Ereignisse handelt, muss $|\Delta x| > 0$ sein. Somit ist die Zeitdifferenz für den zweiten Beobachter ungleich Null und damit die Ereignisse nicht gleichzeitig.

c) Falsch. Nach der speziellen Relativitätstheorie ist die Lichtgeschwindigkeit in allen Inertialsystem gleich. Also messen Sie auch im System des Raumschiffes die gleiche Lichtgeschwindigkeit. (**0,5 Punkte**)

Hinweis: Additionstheoreme von Geschwindigkeiten

Nach dem relativistischen Additionstheorem für Geschwindigkeiten ergibt die Summe aus einer Geschwindigkeit $v < c$ und der Lichtgeschwindigkeit immer die Lichtgeschwindigkeit.

Lösung Aufgabe 3: Mysteriöse Myonen

a) Klassisch legen die Myonen die Strecke $s = c\Delta t = 600\,\mathrm{m}$ zurück. Dies ist nicht annäherend ausreichend um die nach $15\,\mathrm{km}$ nachgewiesenen Myonen zu erklären. (**0,5 Punkte**)

b) Das Zurücklegen der Strecke wird für die Myonen durch die Zeitdilatation möglich. Diese besagt, dass bewegte Uhren langsamer gehen. Das bedeutet, dass die Zeit im Bezugssystem des Myons langsamer vergeht oder anders ausgedrückt weniger Zeit vergeht oder umgekehrt im Laborsystem mehr Zeit vergeht. Deshalb hat das Myon im Laborsystem mehr Zeit um die Erdoberfläche vor dem Zerfall zu erreichen. (**1 Punkt**)

c) Im Bezugssystem des Myons lebt dieses $\Delta t = 2\,\mu\mathrm{s}$. Im Laborsystem, in welchem sich das Myon bzw. dessen Bezugssystem bewegt, verlängert sich diese Zeit auf $\Delta t' = \gamma\Delta t$. Deshalb legt das Myon die Strecke $s' = c\Delta t' = c\gamma\Delta t = \gamma s$ zurück. Es folgt also:

$$15\,\mathrm{km} = s\gamma \Rightarrow \gamma = \frac{15\,\mathrm{km}}{s} = 25 \tag{9}$$

(**0,5 Punkte**)

Lösung Aufgabe 4: Intragalaktische Schleuse

Wir nennen das Bezugsystem der Schleuse S und das des Raumschiffs S'. Da sich das Raumschiff und die Schleuse mit konstanter Geschwindigkeit relativ zu einander bewegen, handelt es sich um zwei Inertialsysteme. Da sich die beiden Tore relativ zueinander nicht bewegen, befinden sie sich im gleichen Intertialsystem. Das Ereignis wenn die Spitze des Raumschiffs das Tor 2 erreicht verwenden wir zur Synchronisation der Uhren: $x = x' = 0$ und $t = t' = 0$. Wir wählen die x-Achse so, dass sie von Tor 2 zu Tor 1 zeigt. Das Raumschiff bewegt sich daher in negative x-Richtung.

Wir benötigen die in der Vorlesung besprochene Formel für die Längenkontraktion

$$\Delta x = \frac{\Delta x'}{\gamma}. \tag{10}$$

Hier ist Δx die Länge im System S und $\Delta x'$ die Länge, die im System S' gemessen wird. Aus der Sicht des Beobachters in S bewegt sich das System S' mit einer konstanten Geschwindigkeit v. Außerdem ist

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \tag{11}$$

und $\beta = v/c$.

Wir diskutieren im Folgenden zwei Arten das Problem zu betrachten, die aber beide auf die gleiche Lösung kommen.

Hinweis: Eine etwas informellere Lösung befindet sich ebenso im ILIAS-Ordner.

1) Der Ablauf wird zunächst **im Inertialsystem der Schleuse** betrachtet. Die Idee hinter diesem Lösungsweg ist, dass sich das Raumschiff schon weiterbewegt hat, wenn der Lichtimpuls bei Tor 1 ankommt. Damit kann man die maximale Länge im Schleusensytem berechnen. (Wir nehmen an, dass das Kraftfeld der Schleuse das Raumschiff zerstört, wenn es beim Schließen die Schleuse noch nicht passiert hat.) Üblicherweise werden Raumschifflängen auf dem freien Markt in Eigenlängen angegeben, also die Länge des Raumschiffs wenn man sich im gleichen Inertialsystem wie das Raumschiff befindet. So ist das auch in dieser Aufgabe (2000 m). Da sich die Intertialsysteme von Raumschiff und Schleuse aber relativ zueinander bewegen, kommt es zu einer Längenkontraktion. Man berechnet daher die Länge des Raumschiffs im Schleusensystem und vergleicht diese mit der vorher bestimmten maximalen Länge.

   Bei $t = 0$, $x = 0$ ist die Spitze des Raumschiffs am Tor 2 ($x_S(0) = 0$) und der Lichtimpuls wird ausgesandt. Dieser Lichtimpuls erreicht das Tor 1 bei $x_1 = s$ zum Zeitpunkt

$$t_1 = \frac{s}{c}. \tag{12}$$

(**0.5 Punkte**)

Die Spitze des Raumschiffs x_S bewegt sich in negative x-Richtung gemäß:

$$x_\mathrm{S}(t) = x_\mathrm{S}(0) - vt = -vt \tag{13}$$

(**0.5 Punkte**)

Zum Zeitpunkt t_1 an dem der Lichtimpuls das Tor 1 erreicht, hat sich die Spitze weiter bewegt und befindet sich zum Zeitpunkt t_1 bei

$$x_\mathrm{S}(t_1) = -vt_1 = -v\frac{s}{c} = -s\beta\,. \tag{14}$$

(**0.5 Punkte**)

Die maximale Länge l des Raumschiffs im Schleusensystem ist dann die Distanz zwischen Tor 1 und der Spitze des Raumschiffs zum Zeitpunkt t_1:

$$l_\mathrm{max} = x_1 - x_\mathrm{S}(t_1) = s + s\beta = s(1+\beta) \tag{15}$$

(**0.5 Punkte**).

Wir wissen, dass aufgrund der Längenkontraktion, ein Raumschiff mit Eigenlänge l' (im Raumschiffsystem) im Schleusensystem eine kleinere Länge l hat. Wir suchen nun also die Eigenlänge, die im Schleusensystem der maximalen Länge entspricht:

$$l'_\mathrm{max} = \gamma \cdot l_\mathrm{max} = \frac{l_\mathrm{max}}{\sqrt{1-\beta^2}} = s \cdot \frac{1+\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx 1756\,\mathrm{m} \tag{16}$$

(**1 Punkt**)

Da das Raumschiff aus der Aufgabenstellung aber 2000 m lang ist, passt es nicht in die Schleuse. Ein Teil davon wird also durch das Kraftfeld von Tor 2 abgeschnitten.

2) Alternativ kann man den Ablauf auch im **Inertialsystem des Raumschiffs** betrachten. Die Idee ist ähnlich wie beim ersten Lösungsansatz. Aber diesmal bewegt sich die Schleuse am Raumschiff vorbei. Durch die Relativbewegung ändern sich dann die Strecke zwischen Tor 2 und Tor 1, also die Länge der Schleuse. Die maximale Länge des Raumschiffs ist dann gegeben durch die Strecke zwischen Raumschiffspitze und Tor 1 im System des Raumschiffs zu dem Zeitpunkt an dem sich das Tor schließt.

   Zum Zeitpunkt $t' = 0$ passiert das Tor 2 die Spitze des Raumschiffes bei $x' = 0$. Von der Spitze des Raumschiffs (die an der gleichen Position ist wie das Tor 2) wird ein Lichtimpuls in Richtung Tor 1 ausgesandt. Die Position x'_L dieses Lichtsignals als Funktion der Raumschiffzeit t' ist gegeben durch

$$x'_\mathrm{L} = c \cdot t'\,. \tag{17}$$

   (**0.5 Punkte**)

Das Tor 1 befindet sich zum Zeitpunkt $t' = 0$ unter Berücksichtigung der Längenkontraktion der Strecke s aus der Sicht des Raumschiffes bei

$$x'_1(0) = \frac{s}{\gamma} = s\sqrt{1-\beta^2}\,. \tag{18}$$

(**0.5 Punkte**)

Aus der Sicht des Raumschiffes bewegt sich das Tor mit der Geschwindigkeit v in positive x'-Richtung. Zum Zeitpunkt t' ist das Tor dann bei

$$x'_1(t') = s\sqrt{1-\beta^2} + \beta c t'\,. \tag{19}$$

(**0.5 Punkte**)

Das Tor schließt sich, wenn es vom Lichtimpuls erreicht wird. Also wenn

$$x'_\mathrm{L}(t'_1) = x'_1(t'_1). \tag{20}$$

Damit können wir den Zeitpunkt an dem der Lichtpuls das Tor 1 trifft im System des Raumschiffs berechnen:

$$\begin{aligned} x'_\mathrm{L}(t'_1) &= x'_1(t'_1) \\ ct'_1 &= s\sqrt{1-\beta^2} + \beta c t'_1 \\ (1-\beta)ct'_1 &= s\sqrt{1-\beta^2} \\ \Rightarrow t'_1 &= \frac{s}{c}\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta} \end{aligned} \tag{21}$$

(**0.5 Punkte**)

Die maximale Länge l' im Raumschiffsystem ist die Strecke zwischen der Raumschiffspitze (bei $x' = 0$) und der Position von Tor 1 zum Zeitpunkt der Schließung:

$$\begin{aligned} l'_\mathrm{max} = x'_1(t'_1) &= s\sqrt{1-\beta^2} + \beta c \frac{s}{c}\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta} \\ &= s\sqrt{1-\beta^2}(1 + \frac{\beta}{1-\beta}) \\ &= s\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta} \\ &= s\frac{1-\beta^2}{(1-\beta)\sqrt{1-\beta^2}} \\ &= s\frac{1+\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ &\approx 1756\,\mathrm{m} \end{aligned} \tag{22}$$

(**1 Punkt**)

Das Tor ist also zu kurz um das Raumschiff passieren zu lassen und schneidet den hinteren Teil des Raumschiffs ab.

Mit beiden Lösungsansätzen kommt man wie erwartet zum gleichen Ergebnis.