4/4

A1) Beide hälften des Seils können eine Kraft von $\leq 10kN$ auf die Last in Richtung des jeweiligen Aufhängungspunktes ausüben.

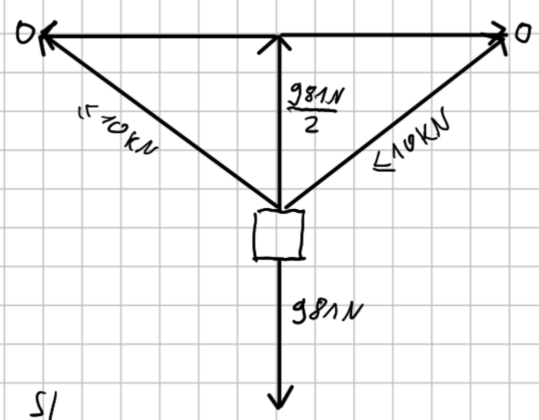
Die Vertikale komponente der Kraft einer Seilhälfte F_h muss also $\frac{m \cdot g}{2}$ betragen.

Wie in der Skizze zu sehen ergibt sich

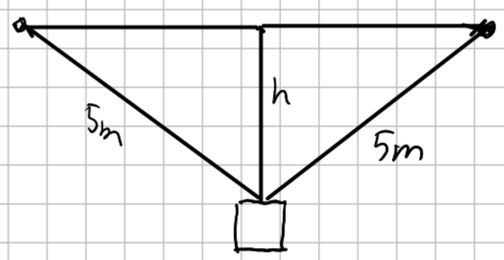
$$\frac{F_s}{\frac{m\cdot g}{2}} \leq \frac{L}{2\cdot h} \Leftrightarrow h \leq \frac{L\cdot m\cdot g}{4\cdot F_s} = 0{,}24525m$$

Besser mit $\cos(\alpha)$ oder $\sin(\alpha)$ Gleichungen aufstellen als mit Worten argumentieren.

Skizze



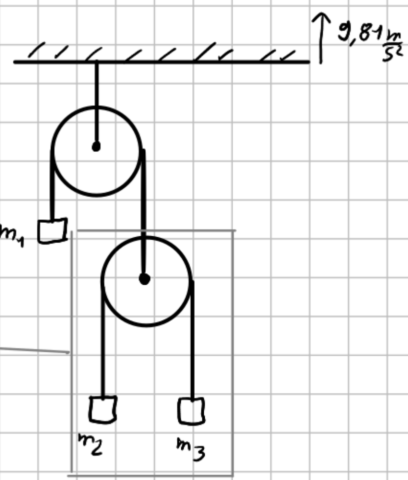
S1



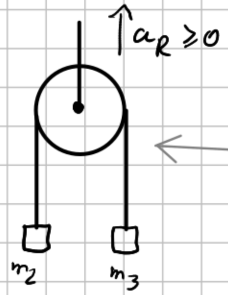
A2) Anstatt im Schwerefeld der Erde wird das Experiment im

5/5

schwerelosen Raum betrachtet. Die Aufhängung der vorher starren Rolle beschleunige nun konstant mit $9{,}81\,\frac{m}{s^2}$ nach oben.



Betrachten wir zuerst einen Teil des Aufbaus:



Die Beschleunigung der Rolle an der m_2 und m_3 hängen nach oben soll a_R heißen. Die Kraft zu a_R heiße F_R. Da die Seillänge konstant ist gilt $a_R = \frac{1}{2}(a_2 + a_3)$ wobei a_n die Beschleunigung der Masse m_n ist. Aufgrund des 3. Newtonsschen Gesetzes übt das Seil auf m_2 und m_3 die gleiche Kraft von $\frac{F_R}{2}$ aus.

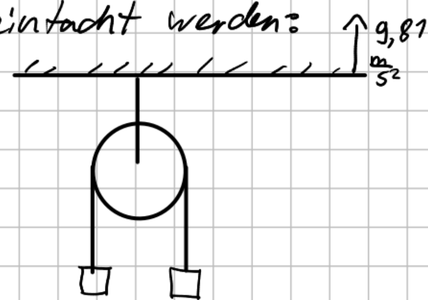
$\Rightarrow a_2 = \frac{1}{2}\frac{F_R}{m_2}$ sowie $a_3 = \frac{1}{2}\frac{F_R}{m_3}$.

Setzt man diese beiden Formeln in die obere ein erhält man:

$$a_R = F_R \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) = F_R \cdot \frac{m_1 + m_2}{4\,m_1 \cdot m_2} \quad \Big| \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{1}{a_R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{F_R}{a_R} = m_R = 4\,\frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$$ wobei m_R die Masse des Teilaufbaus ist.

Nun kann das Gesamtsystem zu folgendem Aufbau vereinfacht werden:



Analog gilt $\frac{1}{2}(a_1 + a_R) = g$ sowie $a_1 = \frac{1}{2}\frac{F_W}{m_1}$ und $a_R = \frac{1}{2}\frac{F_W}{m_R}$ wobei F_W die von der Wand ausgeübte Kraft ist um die oberste Rolle mit g zu beschleunigen. Rolle ist fest!

$$\Rightarrow g = \frac{1}{4}\left(\frac{F_W}{m_1} + \frac{F_W}{m_R}\right) = F_W \cdot \frac{m_1 + m_R}{4\,m_1 \cdot m_R} \Leftrightarrow F_W = 4g \cdot \frac{m_1 \cdot m_R}{m_1 + m_R}$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{1}{2}\frac{F_W}{m_1} = \frac{2g}{m_1} \cdot \frac{m_1 \cdot m_R}{m_1 + m_R} = 2g \cdot \frac{m_R}{m_1 + m_R}$$

$$= 2g \cdot \frac{4\,m_1 m_2}{m_1 + m_2} \cdot \left(m_1 + \frac{4\,m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)^{-1} = 2g\,\frac{4\,m_2 m_3}{m_1 m_2 + m_1 m_3 + 4\,m_2 m_3}$$

Im Stationären Fall im Erdschwerefeld wird nun die Beschleunigung a_{1S} relativ zur Aufhängung betrachtet. Es gilt

$$a_{1S} = a_1 - g = 2g\,\frac{4\,m_2 m_3}{m_1 m_2 + m_1 m_3 + 4\,m_2 m_3} - g$$

A3 a) $t_n = \frac{n}{15}\,s \;\forall n \in \{0,1,2,3,4,5\}$ $d_0 = 0\,mm,\ d_1 = 50\,mm,\ d_2 = 135\,mm$

5/5

$d_3 = 265\,mm,\ d_4 = 440\,mm,\ d_5 = 650\,mm$

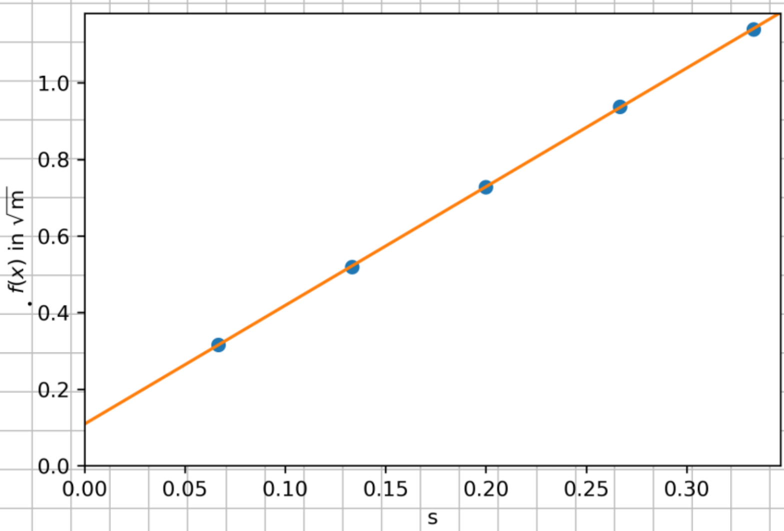
$$\langle a \rangle = \frac{1}{5}\sum_{k=1}^{5} 2\frac{d_k}{t_k^2} \approx 15\,\frac{m}{s^2}$$

$$\boxed{d = \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow 2\frac{d}{t^2} = a}$$

$$\sigma_a = \sqrt{\sum_{k=1}^{5}\left(2\frac{d_k}{t_k^2} - \langle a \rangle\right)^2 \cdot \frac{1}{4}} \approx 4{,}39\,\frac{m}{s^2}$$

b) $d = \frac{1}{2}g(t-t_0)^2$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2d} = \sqrt{g}t - \sqrt{g}t_0 = \sqrt{g}t + f_0 = f(x)$$



Steigung $\approx 9{,}6\,\frac{m}{s^2}$

A4) $\vec{F}_3 = G \frac{mM}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|^2} \cdot \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_3}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_3|} + G \frac{mM}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^2} \cdot \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|}$

3/3

$$= G \frac{mM}{5a^2} \left(\begin{bmatrix} -2a \\ a \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}a} + \begin{bmatrix} -2a \\ -a \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}a} \right)$$

$$= G \frac{mM}{5a^2 \sqrt{5} a} \cdot \begin{bmatrix} -4a \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\hat{F}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|\vec{F}_3| = G \frac{4mM}{\sqrt{5}^3 a^2}$$

Ex_4

November 15, 2022

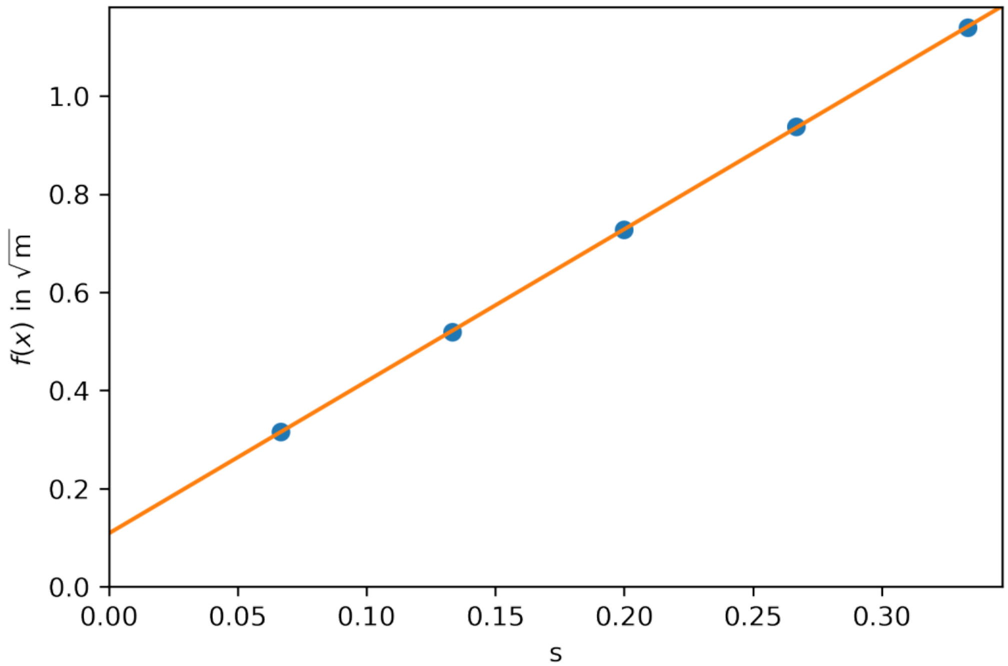
[48]:
```
import matplotlib as mpl
mpl.rcParams['figure.dpi'] = 300
```

[20]:
```
import numpy as np
t = np.array([i/15 for i in range(1,6)])
d = np.array([0.05, 0.135, 0.265, 0.44, 0.65])

v = 2*np.multiply(d,t**-2)

print(f"{v=}")
print(f"{np.std(v, ddof=1)=}")
print(f"{np.average(v)=}")
```

```
v=array([22.5    , 15.1875, 13.25   , 12.375 , 11.7    ])
np.std(v, ddof=1)=4.391134534491058
np.average(v)=15.002500000000001
```

[52]:
```
import matplotlib.pyplot as plt

f = np.sqrt(2*d)

plt.plot(t, f, "o")

plt.gca().set_xlim(left=0)
plt.gca().set_ylim(bottom=0)

a, b = np.polyfit(t, f, 1)
plt.plot(np.linspace(0, np.max(t)*1.10, 100), np.linspace(0, np.max(t)*1.10,␣
↪100)*a+b)

plt.ylabel('$f(x)$ in $\sqrt{\mathrm{m}}$')
plt.xlabel('s')

print(f"a² = g = {a**2}")
```

```
a² = g = 9.607178226254193
```


1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
$f(x)$ in $\sqrt{\mathrm{m}}$
0.00
0.05
0.10
0.15
0.20
0.25
0.30
s

```
[ ]:
```