

## ÜBUNGSAUFGABEN (XIV)

(Abgabe Montag, 13.2.2023; Besprechung Mittwoch, 15.2.2023)

### Aufgabe 1: (3 Punkte)

Eine Fledermaus sendet und empfängt zur Jagd von Insekten Ultraschallwellen der Frequenz  $f_0$ . Nach einem ausgiebigen Mahl ruhe die Fledermaus und beobachte ein Motte, die sich mit der Geschwindigkeit  $v > 0$  auf sie zubewegt. Sie empfängt eine reflektierte Welle veränderter Frequenz  $(f_0 + \Delta f)$ . Zeigen Sie, dass die relative Frequenzänderung  $\Delta f/f_0$  in guter Näherung durch

$$\frac{\Delta f}{f_0} \simeq 2 \frac{v}{c}$$

gegeben ist, wenn  $|v|$  viel kleiner als die Schallgeschwindigkeit  $c$  ist.

### Aufgabe 2: (4 Punkte)

Eine inkompressible Flüssigkeit rotiert in einem zylindrischen Gefäß mit Radius  $r$  um seine  $z$ -Achse mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ . Bestimmen Sie die stationäre Gestalt  $z(x, y)$ , welche die Oberfläche im Schwerfeld einnimmt. Gehen Sie dazu aus von der Eulerschen Gleichung in der Form

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + g \vec{e}_z .$$

*Anleitung:* In Zylinderkoordinaten ist  $\vec{r} = (x, y, z) = (r \cos \varphi, r \sin \varphi, z)$ . Berechnen Sie damit die Geschwindigkeit der Flüssigkeit und stellen Sie dann die drei Differentialgleichungen unter Benutzung von Stationarität und Inkompressibilität auf. Lösen Sie so  $P(x, y, z)$  und benutzen Sie schließlich die Oberflächenbedingung  $P = \text{const}$  zur Ableitung von  $z(x, y)$ .

### Aufgabe 3: (5 Punkte)

Ein Inertialsystem IS2 bewege sich auf der  $x$ -Achse relativ zum Inertialsystem IS1 mit der Geschwindigkeit  $v_1$ . Ein weiteres Inertialsystem IS3 bewege sich auf der  $x$ -Achse mit der Geschwindigkeit  $v_2$  relativ zu IS2. Zu bestimmen ist die Geschwindigkeit  $v_3$  von IS3 relativ zu IS1. Gehen Sie dazu folgendermaßen vor:

- Stellen Sie die Gleichungen  $x_{i+1}(x_i, t_i)$  und  $t_{i+1}(x_i, t_i)$ ,  $i \in \{1, 2\}$ , für die Lorentztransformation LT1 von IS1 zu IS2 und die Lorentztransformation LT2 von IS2 zu IS3 auf.
- Setzen Sie die Gleichungen LT2 in LT1 ein, um so  $x_3(x_1, t_1)$  und  $t_3(x_1, t_1)$  zu erhalten. Bringen Sie diese in eine Form, dass sie einer Lorentztransformation entsprechen. Identifizieren Sie darin die Geschwindigkeit  $v_3$  als Funktion von  $v_1$  und  $v_2$  (Additionstheorem). Bestimmen Sie schließlich die Lorentztransformation  $x_1(x_3, t_3)$  und  $t_1(x_3, t_3)$ .
- Weisen Sie nach, dass der errechnete führende Faktor der Lorentztransformation IS1 zu IS3 dem Ausdruck  $[1 - (v_3/c)^2]^{-1/2}$  entspricht („Einstein-Wurzel“).

</>  
**KEEP CALM**



IT'S NOT  
**ROCKET SCIENCE**

**Was?** Vortrag zum Thema:  
"Neutrinos auf der  
Spur bei KATRIN"  
von Prof. Valerius für  
jeden verständlich!

**Wann?** Am 08.02.2023 um  
17:30 Uhr

**Wo?** Lehmann-Hörsaal

eine Veranstaltung des  
Mentorenprogramms