ÜB03 Ex1 Gabriel Baumann

Monday, November 20, 2023 12:47 AM

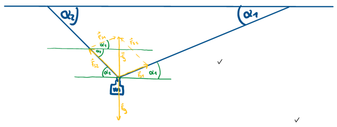
Gabriel Baumann, 2521215
PUT_2-5: Tutorium 6, Raum 6-2

14,5/15

Aufgabe 8:

4/4.5

Skizzen:



Da die Masse m ruht, gilt $\vec{F}_g + \vec{F}_{s1} + \vec{F}_{s2} = 0$, somit bilden die Vektoren der Kräfte obiges Parallelogramm.

Mithilfe des Sinussatzes folgen die Gleichungen:

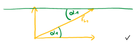
(1) $\frac{1}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)} \cdot |\vec{F}_g| = \frac{1}{\sin(90-\alpha_2)} \cdot |\vec{F}_{s1}|$

$\Rightarrow |\vec{F}_{s1}| = \frac{\sin(90°-\alpha_2)}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)} |\vec{F}_g| \approx 5,63\,N$ mit $|\vec{F}_g| = mg \approx 9,81\,m/s^2 \cdot 0,8\,kg$

(2) $\frac{1}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)} \cdot |\vec{F}_g| = \frac{1}{\sin(90°-\alpha_1)} \cdot |\vec{F}_{s2}|$

$\Rightarrow |\vec{F}_{s2}| = \frac{\sin(90°-\alpha_1)}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)} \cdot |\vec{F}_g| \approx 6,53\,N$

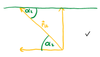
Betrachte $\vec{F}_{s1}$:



Die vertikale Komponente lautet $\sin(\alpha_1) \cdot |\vec{F}_{s1}| \approx \sin(\alpha_1) \cdot 5,63\,N \approx 3,23\,N$,
die horizontale lautet $\cos(\alpha_1) \cdot |\vec{F}_{s1}| \approx \cos(\alpha_1) \cdot 5,63\,N \approx 4,61\,N$

genau anders herum ! Vertikal cos und horizontal sin

Betrachte $\vec{F}_{s2}$:



Die vertikale Komponente lautet $\sin(\alpha_2) \cdot |\vec{F}_{s2}| \approx \sin(\alpha_2) \cdot 6,53\,N \approx 4,62\,N$,
die horizontale lautet $\cos(\alpha_2) \cdot |\vec{F}_{s2}| \approx \cos(\alpha_2) \cdot 6,53\,N \approx 4,62\,N$.

Es gilt also $\vec{F}_{s1} = \begin{pmatrix} \sin(\alpha_1) \cdot |\vec{F}_{s1}| \\ \cos(\alpha_1) \cdot |\vec{F}_{s1}| \end{pmatrix}$; $|\vec{F}_{s1}| = \frac{\sin(90°-\alpha_2)}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)} \cdot |\vec{F}_g|$; $\vec{F}_{s1} \approx \begin{pmatrix} 3,23 \\ 4,61 \end{pmatrix} N$,

$\vec{F}_{s2} = \begin{pmatrix} \sin(\alpha_2) \cdot |\vec{F}_{s2}| \\ \cos(\alpha_2) \cdot |\vec{F}_{s2}| \end{pmatrix}$; $|\vec{F}_{s2}| = \frac{\sin(90°-\alpha_1)}{\sin(\alpha_1+\alpha_2)} \cdot |\vec{F}_g|$; $\vec{F}_{s2} \approx \begin{pmatrix} 4,62 \\ 4,62 \end{pmatrix} N$.

Aufgabe 9:

3/3

Die von der Waage angezeigte „Masse" wird durch die auf sie wirkende Normalkraft bestimmt mit $m_{anzeige} = \frac{F_N}{g}$.

a) Steht der Aufzug, gilt $\Sigma F = 0 \Rightarrow |F_N| = |F_g| \Rightarrow m_{anzeige} = \frac{F_N}{g} = \frac{F_g}{g} = \frac{mg}{g} = m = 60\,kg$.

b) Bewegt sich der Aufzug mit konstant $v = 10\,m/s$, ist $a = \frac{dv}{dt} = 0$. Analog zu (a) gilt $F_N = F_g \Rightarrow m_{anzeige} = \frac{F_N}{g} = \frac{F_g}{g} = \frac{mg}{g} = m = 60\,kg$.

c) Wird der Aufzug mit $a = 5\,m/s^2$ aufwärts beschleunigt, gilt $\Sigma F = F_N - F_g = m \cdot a \Rightarrow F_N = F_g + ma \Rightarrow m_{anzeige} = \frac{mg + ma}{g} = m + m\frac{a}{g} = 90,58\,kg$

d) Befinden sich Aufzug, Person und Waage im freien Fall, werden alle gleich beschleunigt. Die Waage übt keine der Schwerkraft entgegenwirkende Kraft auf, $F_N = 0$, und zeigt somit ein Gewicht von $0\,kg$ an.

Aufgabe 10:

3/3

Gegeben sind die Auslenkung $L = 8\,cm = 0,08\,m$, Federkonstante $D = 25\,\frac{N}{cm} = 2500\,\frac{N}{m}$, Masse $1\,kg$.

Es gilt $F = Dx$ eigentlich -Dx, Kraft ist der Auslenkungsrichtung entgegengerichtet

$\Leftrightarrow ma = Dx$

$\Leftrightarrow m \cdot \frac{dv}{dt} = Dx$

Mit $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$ gilt weiter

$m \cdot \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = Dx$

Trennung der Variablen liefert

$m \cdot dv \cdot \frac{dx}{dt} = Dx\,dx$

$\Leftrightarrow m \cdot dv \cdot v = D\,dx \cdot x$

Da die maximale Geschwindigkeit v_{max} nach der Strecke L erreicht wird, gilt folgende Gleichheit:

$m \cdot \int_0^{v_{max}} dv \cdot v = D \cdot \int_0^L dx\,x$

$\Rightarrow m \cdot \frac{1}{2} v_{max}^2 = D \cdot \frac{1}{2} L^2$

$\Rightarrow v_{max}^2 = \frac{D}{m} L^2$

$\Rightarrow v_{max} = \sqrt{\frac{D}{m}}\,L = \sqrt{\frac{2500\,\frac{N}{m}}{1\,kg}} \cdot 0,08\,m = 4\,m/s$

Aufgabe 11:

4,5/4,5 Die richtige Lösung für diesen Ansatz: u relativ zu v0; Musterlösung: u relativ zur Geschwindigkeit nach Stoß

a) Die Impulserhaltung besagt $\Sigma p = const$. Für p_1 Impuls vor der Bewegung und p_2 Impuls währenddessen gilt also

$p_1 = p_2$

$\Leftrightarrow M \cdot v_0 + m \cdot v_0 = M \cdot v' + m(v_0 - u)$

$\Leftrightarrow M \cdot v_0 + m \cdot v_0 = M \cdot v' + m \cdot v_0 - m \cdot u$

$\Leftrightarrow M \cdot v_0 = M \cdot v' - mu$

$\Leftrightarrow M \cdot v_0 + mu = Mv'$

$\Leftrightarrow v' = \frac{M \cdot v_0 + mu}{M}$

Dies gilt nur, falls die Masse M des Wagens nicht null ist.

b) Da zunächst sich Wagen und Personen in Ruhe befinden, beträgt der Gesamtimpuls 0.

Es gilt $(M + 3m) \cdot v_0 = 0 \Rightarrow v_0 = 0\,m/s$.

Nach Absprung der ersten Person gilt

$(M + 2m) \cdot v_1 - mu = 0$

$\Leftrightarrow (M + 2m) v_1 = mu$

$\Rightarrow v_1 = \frac{mu}{M + 2m} > 0$, falls $u > 0$. Eine sinnvolle Annahme ist außerdem $m, M > 0$.

Nach Absprung der zweiten Person gilt

$(M + m) v_2 - mu + m(v_1 - u) = 0$

$\Leftrightarrow (M + m) v_2 - 2mu + mv_1 = 0$

$\Leftrightarrow (M + m) v_2 = 2mu - mv_1$

$\Rightarrow v_2 = \frac{2mu - mv_1}{M + m} > 0$, da $2u > \frac{1}{2}u = \frac{m}{2m}u > \frac{mu}{M + 2m} = v_1 \Rightarrow 2mu - mv_1 > 0$

Nach Absprung der dritten Person gilt:

$Mv_3 - mu + m(v_1 - u) + m(v_2 - u) = 0$

$\Leftrightarrow Mv_3 = 3mu - mv_1 - mv_2$

$\Leftrightarrow v_3 = \frac{m(3u - v_1 - v_2)}{M}$

Springen stattdessen alle gleichzeitig, gilt

$Mv_g - 3mu = 0$

$\Leftrightarrow v_g = \frac{3mu}{M}$

Da $v_1, v_2 > 0$, ist $3u - v_1 - v_2 < 3u \Rightarrow v_3 < v_g$, d.h. springen alle gleichzeitig, hat der Wagen zum Schluss eine höhere Geschwindigkeit.
Der Unterschied entsteht dadurch, dass die Absprunggeschwindigkeit relativ zum (beschleunigten) Wagen konstant ist, also für einen inertialen Beobachter immer verschieden ist.