ÜB08 Ex1 Gabriel Baumann

Sunday, January 7, 2024 8:03 PM

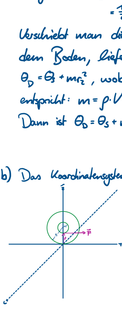
Gabriel Baumann, 2521215
Tut_2.5: Tutorium 6, Raum 6-2

18,5/14+5

Aufgabe 27: 6/6

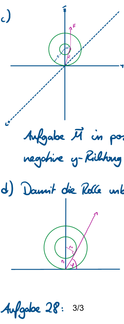
a) Der Trägheitsmoment der Rolle bezüglich der eigenen Symmetrieachse ist unter Vernachlässigung des Grams gegeben durch die Summe der Trägheitsmomente der Kolbenzylinder.
Die Dichte ρ sei konstant.
Es gilt also $\Theta_S = 2\cdot\frac{1}{2}\rho\pi r_1^2\cdot d\cdot r_2^2 + \frac{1}{2}\cdot\rho\pi r_1^2\cdot d_M\cdot r_1^2$
$= \frac{1}{2}\pi\rho\cdot(2r_2^4 d + r_1^4 d_M)$.
Verschiebt man die Drehachse auf die Kontaktlinie der Rolle mit dem Boden, liefert der Satz von Steiner den Trägheitsmoment $\Theta_D = \Theta_S + mr_2^2$, wobei m der Summe der Einzelmassen der Kolbenzylinder entspricht: $m = \rho\cdot V = \rho\cdot(2\cdot\pi r_1^2 d + \pi r_1^2 d_M) = \rho\pi(2r_1^2 d + r_1^2 d_M)$.
Dann ist $\Theta_D = \Theta_S + mr_2^2 = \pi\rho(r_2^4 d + \frac{1}{2}r_1^4 d_M + 2r_2^2 d + r_1^2 d_M)$
$= \pi\rho(r_2^2 d(r_2^2+2) + \frac{1}{2}r_1^2 d_M(r_1^2+2))$.

b) Das Koordinatensystem wird entsprechend folgender Skizze gewählt, sodass die Kraft $\vec{F}$ der Form $\vec{F} = F\cdot\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$ ist und am Punkt $\vec{r} = (r_2-r_1)\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ angreift.



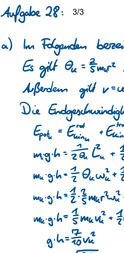
Mit dem Einführen eines Kräftepaars an der Symmetrieachse erhalten wir eine Aufteilung der Kraft $\vec{F}$ an $\vec{r}$ in einen Drehmoment $\vec{M}$ um die Symmetrieachse sowie eine Kraft $\vec{F}$, die an der Symmetrieachse wirkt.
Es gelten $\vec{M} = \vec{r}\times\vec{F}$ sowie $M = \Theta_D\cdot\alpha$ für Winkelbeschleunigung α.
Mit $d = 900cm$, $d_M = 900cm$, $r_1 = 900cm$, $r_2 = 900cm$, $\rho = 500kg/m^3$, $F = 9kN$, $\pi = 3$, $g = 2\cdot10^{-8}kgm^2$ gilt hier $|\vec{r}\times\vec{F}| = |\vec{r}|\cdot F$ (da $\vec{r}\perp\vec{F}$), also $(r_2-r_1)\cdot F = \Theta_D\cdot\alpha \Rightarrow \alpha = \frac{(r_2-r_1)F}{\Theta_D} = 5\frac{1}{s^2}$.
Die Beschleunigung des Massenschwerpunkts ist dann $a = \alpha\cdot r_2 = 0{,}2\,m/s^2$.

c)



Wählt F senkrecht nach oben, so ist $\vec{F}$ gegeben durch $\vec{F} = F\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ und wirkt auf $\vec{r} = \begin{pmatrix}0\\r_1\end{pmatrix}$.
Es ist $\vec{M} = \vec{r}\times\vec{F} = F\cdot\begin{pmatrix}0\\r_1\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = F\cdot\begin{pmatrix}r\\0\\0\end{pmatrix}$ und $|\vec{M}| = r_1 F$.
Hier gilt wie oben $\alpha = \frac{r_1 F}{\Theta_D} = 15\frac{1}{s^2}$ und $a = \alpha\cdot r_2 = -0{,}6\,m/s^2$.
Das veränderte Vorzeichen ergibt sich daraus, dass in dieser Aufgabe $\vec{M}$ in positive x-Richtung zeigt und damit eine Rollbewegung ins negative y-Richtung erzeugt.

d) Damit die Rolle unbewegt bleibt, muss gelten $\vec{r}\parallel\vec{F}$. Das ist nur hier der Fall:



Der Winkel φ zur Horizontalen ist hierbei gegeben durch $\sin(90°-\varphi) = \frac{r_2}{r_1} \Rightarrow \varphi = 90° - \arcsin(\frac{r_2}{r_1}) = 41{,}41°$.
entspricht cos

Aufgabe 28: 3/3

a) Im Folgenden bezeichnen die Indizes U und Z jeweils Kugel und Zylinder.
Es gilt $\Theta_U = \frac{2}{5}mr^2$, $\Theta_Z = \frac{1}{2}mr^2$.
Außerdem gilt $v = \omega\cdot r$.
Die Endgeschwindigkeiten werden durch Energieerhaltung bestimmt:
$E_{pot} = E_{kin,t}^{end} + E_{kin,r}^{end}$
$m_Z g h = \frac{1}{2Q_Z}L_Z^2 + \frac{1}{2}m_Z v_Z^2$
$m_U g h = \frac{1}{2}\Theta_U\omega_U^2 + \frac{1}{2}m_U v_U^2$
$m_U g h = \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}m_U r^2\omega_U^2 + \frac{1}{2}m_U v_U^2$
$m_U g h = \frac{1}{5}m_U v_U^2 + \frac{1}{2}m_U v_U^2$
$g h = \frac{7}{10}v_U^2$
$\Rightarrow v_U = \sqrt{\frac{10gh}{7}}$;

$E_{pot} = E_{kin,r}^{rot} + E_{kin,t}^{trans}$
$m_Z g h = \frac{1}{2\Theta_Z}L_Z^2 + \frac{1}{2}m_Z v_Z^2$
$m_Z g h = \frac{1}{2}\Theta_Z\omega_Z^2 + \frac{1}{2}m_Z v_Z^2$
$m_Z g h = \frac{1}{4}m_Z v_Z^2 + \frac{1}{2}m_Z v_Z^2$
$g h = \frac{3}{4}v_Z^2$
$\Rightarrow v_Z = \sqrt{\frac{4gh}{3}}$

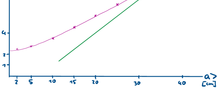
b) Gelingt kein Anteil der potentiellen Energie in Rotationsenergie, verhalten sich beide Körper gleich.
$E_{kin} = E_{pot}$
$\frac{1}{2}m_{U,Z}v_{U,Z}^2 = m_{U,Z}\cdot g h$
$\Rightarrow v_{U,Z} = \sqrt{2gh}$

c) Die entscheidende vielfördernde Kalkulation ist, die Höhe zu variieren.
Setze $v_Z = v_U$:
$\sqrt{\frac{4gh_Z}{3}} = \sqrt{\frac{10gh_U}{7}}$
$\Rightarrow \frac{4}{3}h_Z = \frac{10}{7}h_U \Rightarrow h_U = \frac{28}{30}h_Z$ Kürzen --> 14/15
Startet also die Kugel in Höhe $\frac{28}{30}$ der Höhe des Zylinders, kommen die Körper mit gleicher Geschwindigkeit an.

Aufgabe 29: 4,5/5

a)

a [cm]	2	5	10	15	20	25	30	40
T [s]	2,55	2,8	3,5	4,5	5,6	6,7	7,9	10,5



Der Trägheitsmoment des Pendels ist gegeben durch Θ_S sowie die zwei Punktmassen mit $m\cdot a^2$, $\Theta = \Theta_S + 2ma^2$.
Dann gilt $T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta_S + 2ma^2}{D^*}}$

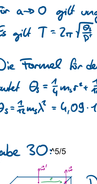
b) Für große a ist T näherungsweise linear in a, indem man $\Theta_S \approx 0$ setzt, da $a \gg \Theta_S$. Der Graph von T(a) nähert sich also der linearen Asymptote mit Steigung $\varepsilon = \sqrt{\frac{2m}{D^*}}$ an (Eingezeichnet in grün).
Für kleine a ist also $\frac{\Delta T}{\Delta a} \approx \sqrt{\frac{2m}{D^*}} \Rightarrow \frac{(\Delta a)^2}{(\Delta T)^2}\cdot 2m \approx D^*$
Für $a_1 = 40cm$, $a_2 = 30cm$ ist dann $D^* \approx 6{,}98\cdot10^{-4}\frac{N}{m}$. × Wert 2 Größenordnungen zu klein, mglw. wegen Ablesen ungenau, 2 Größenordnungen erscheint mir zu viel; mglw noch Faktor 2pi

c) Für $a \to 0$ gilt ungefähr $T = 2{,}5s$.
Es gilt $T = 2\pi\sqrt{\frac{\Theta_S}{D^*}} \Rightarrow \Theta_S = \frac{T^2}{4\pi^2}\cdot D^* \approx 1{,}11\cdot10^{-4}\,kgm^2$.

d) Die Formel für den Trägheitsmoment des zylinderförmigen Stabs lautet $\Theta_S = \frac{1}{12}m_S r^2 + \frac{1}{4}m_S x^2$. Mit $r \approx 0$, da der Stab dünn ist, gilt
$\Theta_S = \frac{1}{4}m_S x^2 = 4{,}09\cdot10^{-5}\,kgm^2$.

Aufgabe 30: 5/5

a)



Der Trägheitsmoment um den eigenen Schwerpunkt Θ_S ist gegeben durch $\Theta_S = \frac{1}{12}M(b^2+d^2) \approx \frac{1}{12}Mb^2$.
Das Verschieben der Drehachse auf die Schanier liefert $\Theta_T = \Theta_S + M(\frac{b}{2})^2 + mb^2$ unter Berücksichtigung der Kugel als Punktmasse.
$\Theta_T = \frac{1}{12}Mb^2 + \frac{1}{4}Mb^2 + mb^2 = \frac{3009}{2500}\,kgm^2 = 1{,}20\,kgm^2$.

b) Direkt vor dem Anprall hat die Kugel bezüglich dem Schanier den Drehimpuls $L = |\vec{L}| = |\vec{r}\times\vec{p}| = b\cdot m\cdot v$.
Der Drehimpuls nach dem Anprall ist gegeben durch $L' = \Theta_T\omega$.
Die Drehimpulserhaltung liefert also $L = L' \Rightarrow \omega = \frac{bmv}{\Theta_T} = 2{,}5\frac{1}{s}$.

c) Die Energieerhaltung liefert
$E_{kin}^{rot} = E_{pot}$
$\frac{1}{2}\Theta_T\omega^2 = \frac{1}{2}D^*\alpha^2$
$\Rightarrow \alpha = \omega\cdot\sqrt{\frac{\Theta_T}{D^*}} = 2{,}5$
Die Tür öffnet sich also um 2,5rad.