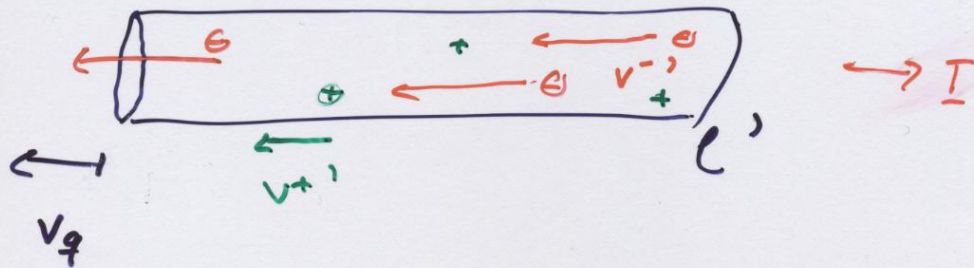


zu relativistischen Betrachtungen

$\oplus q$



Im Ruhesystem des Drahtes:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v}_q \times \vec{B}$$

$$\{s_0 = s^+ + s^- = 0\}$$

Im Ruhesystem der Ladung q :

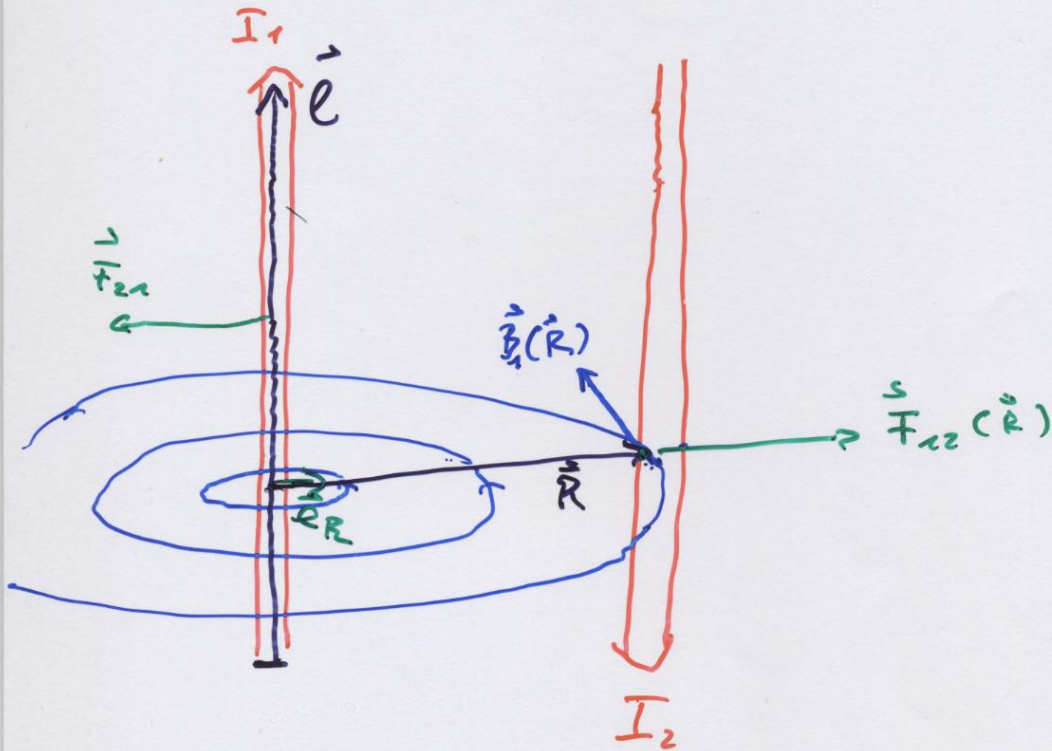
$$s_0' \approx -s^+ \cdot \frac{v_q \cdot v^-}{c^2} < 0!$$

$$\Rightarrow \vec{E} = -\frac{s^+}{2\pi\epsilon_0 v} \cdot \frac{v_q \cdot v^-}{c^2} \vec{e}_v$$

$$\text{mit } I = s^+ \cdot v^- = q^+ \cdot v^-$$

$$\begin{aligned} \vec{F} &= -\frac{1}{\epsilon_0 c^2} \cdot \frac{1}{2\pi v} \cdot I \cdot v_q \cdot q \cdot \vec{e}_v \\ &= q \cdot \vec{v}_q \times \vec{B} \end{aligned}$$

4.1.5 Kräfte zwischen stromdurch- flossenen Leitern



$$\vec{B}_1(\vec{R}) = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi R} \cdot \vec{e}_1 \times \vec{R}$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_{12}(\vec{R}) &= -I_2 \cdot \vec{e}_2 \times \vec{B}_1 \\ &= + \frac{I_2 \cdot l \cdot \mu_0 \cdot I_1}{2\pi R} \vec{e}_R \end{aligned}$$

$$\vec{B}_2 (-\vec{R}) = - \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi R} \vec{e}_{-\vec{e}_x - \vec{R}}$$

$$\begin{aligned} \vec{F}_{21} &= I_1 \cdot \vec{e} \times \vec{B}_2 (-\vec{R}) \\ &= - \frac{I_1 \cdot l \cdot \mu_0 \cdot I_2}{2\pi R} \vec{e}_R \\ &= - \vec{F}_{12} \end{aligned}$$

Anwendung = Definition des Gauss

Kraft zw. 2 Drähten im Abstand 1m,
Länge 1m, I_1, I_2 je 1A:

$$F = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm/A} \cdot 1\text{A} \cdot 1\text{A} \cdot 1\text{m}}{2\pi \cdot 1\text{m}}$$

$$= 2 \cdot 10^{-7} \text{ TmA}$$

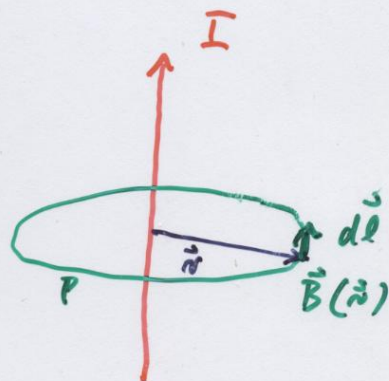
$$F = 2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

4.1.5 Das Ampèresche Gesetz

Basiert auf Beobachtungen (~ 1820)

$$\oint_P \vec{B} d\vec{\ell} = \mu_0 \cdot I$$

↑
"Quelle"



$$\left\{ \oint_0 \vec{E} d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0} \right\}$$

Bsp: ∞ langer Draht: $\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\phi$

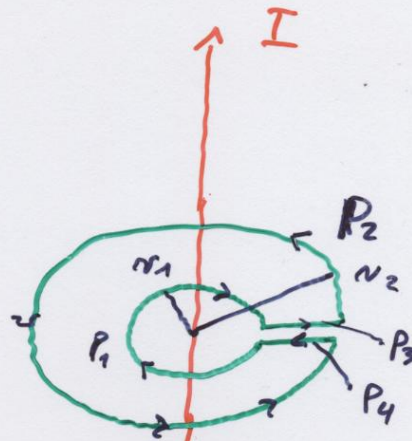
$$\oint_P \vec{B} d\vec{\ell} = \frac{\mu_0 I}{2\pi N} \oint_P d\ell$$

$\underbrace{\qquad}_{2\pi N}$

$$= \mu_0 I$$

↑
Pfad geschlossen
um Leiter

Falls P Strom
nicht umschließt



$$\oint_P \vec{B} d\vec{l}$$

$$= \int_{P_1} \vec{B}(r_1) d\vec{l} + \int_{P_2} \vec{B}(r_2) d\vec{l} + \underbrace{\int_{P_3} \vec{B} d\vec{l} + \int_{P_4} \vec{B} d\vec{l}}_0$$

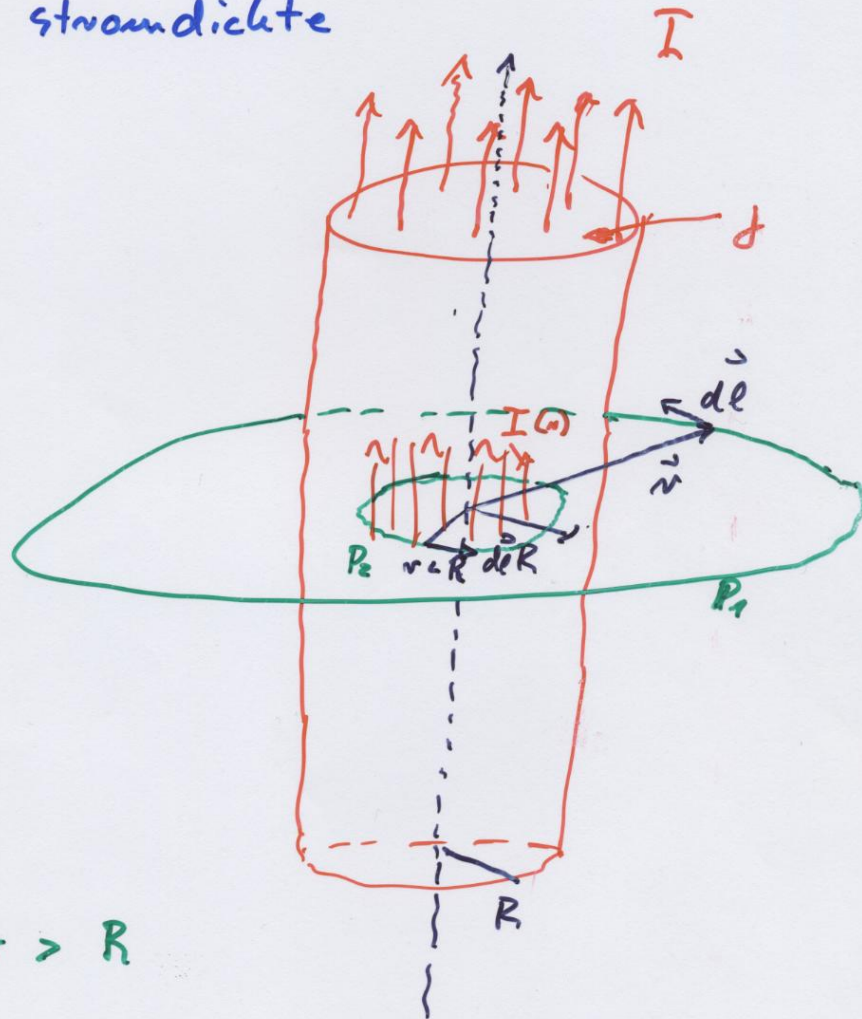
$$= B(r_1) \cdot 2\pi r_1 - B(r_2) \cdot 2\pi r_2$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi r_1} 2\pi r_1 - \frac{\mu_0 I}{2\pi r_2} 2\pi r_2$$

$$= 0$$

Anwendung: Berechnung von Magnetfeldern

(i) ∞ langen Zylinder mit konstanter
Stromdichte



a) $r > R$

$$\oint_{P_2} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$$

$$= B(r) \cdot 2\pi r$$

(A.G.)

$$\left. \begin{array}{l} \oint_{P_2} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \cdot I \\ = B(r) \cdot 2\pi r \end{array} \right\} B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

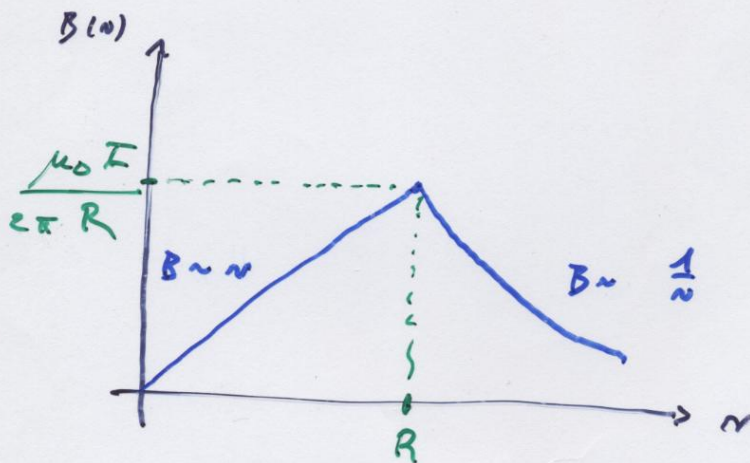
b) $r < R$:

$$\oint_{P_2} \vec{B} d\vec{l} = \mu \cdot I(r)$$

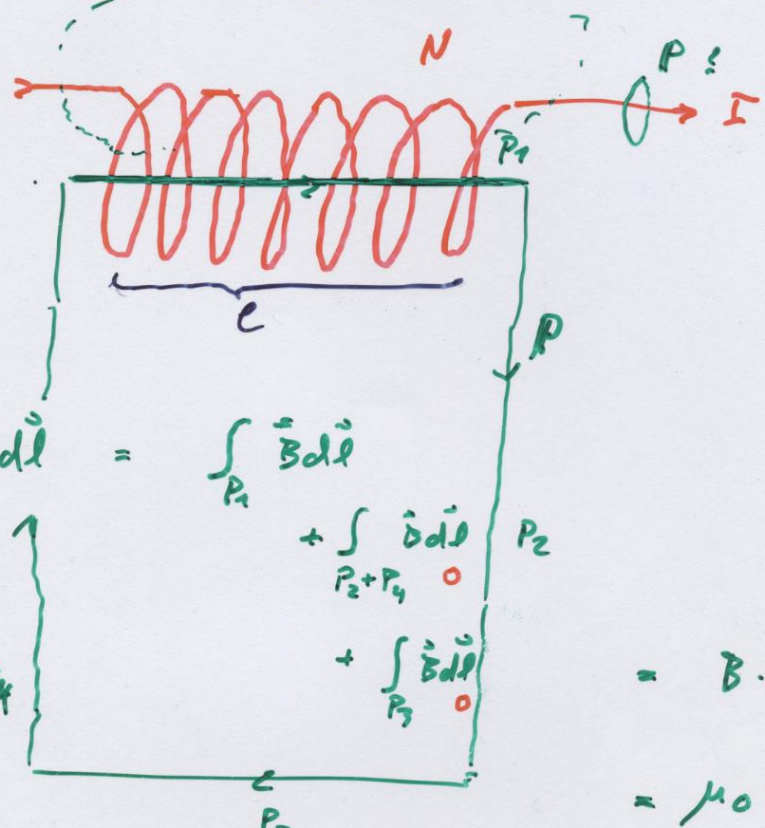
↑
Strom durch
Fläche πr^2

$$I(r) = I \cdot \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

$$B(r) = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi R^2} \cdot r$$



ii) Magnetfeld einer Spule mit N Windungen



The diagram shows a solenoid with N turns and length l . A rectangular Amperian loop is drawn around it, with points P_1 , P_2 , P_3 , and P_4 marked. The magnetic field $\vec{B}$ is shown inside the solenoid. The current I flows into the page at P_1 and out of the page at P_3 .

$$\oint_P \vec{B} d\vec{l} = \int_{P_1} \vec{B} d\vec{l} + \int_{P_2+P_4} \vec{B} d\vec{l} + \int_{P_3} \vec{B} d\vec{l}$$

$$= B \cdot l$$

$$= \mu_0 \cdot N \cdot I$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l}$$

$$= \mu_0 \cdot m \cdot I$$

Achtung: nur im Zentrum,
 $l \gg R$

4.2 Das Magnetfeld und sein Potential

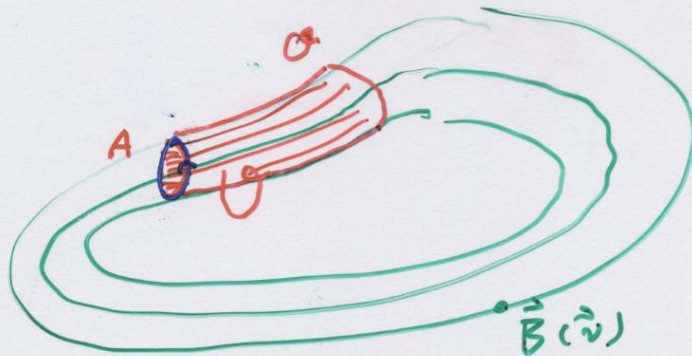
4.2.1. Math. Einschub

Gaußscher Satz: $\int_V \operatorname{div} \vec{E} dV = \oint_{\sigma} \vec{E} d\vec{A}$

Stokescher Satz: $\int_A \operatorname{rot} \vec{B} d\vec{A} = \oint_P \vec{B} d\vec{l}$

Feynman Lectures

4.2.2. Magnetischer Kraftfluß



a) $\Phi_m = \int_A \vec{B} d\vec{A}$

[Erinnerung:
 $\Phi_{el} = \int_A \vec{E} d\vec{A}$]

$$\oint \vec{B} d\vec{A} = 0$$

Magn. Feldlinien
sind in sich
geschlossen

$$= \int_V \operatorname{div} \vec{B} dV$$

$$\Rightarrow \underline{\operatorname{div} \vec{B} = 0}$$

$$b) \cdot \oint_P \vec{B} d\vec{\ell} = \mu_0 \cdot I$$

$$= \int \operatorname{rot} \vec{B} d\vec{A}$$

$$= \mu_0 \cdot \underbrace{\int \vec{j} d\vec{A}}_I$$

$$\Rightarrow \underline{\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j}}$$

Ampere'sches Gesetz
in diff. Form.

4.2.3 Das Vektorpotential

Konservative Kraftfelder: $\vec{E} = -\nabla V$
↑
Potential

Coulombfeld: $\Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$
Hat Quellen und Senken

Funktioniert nicht für das $\vec{B}$ -Feld:

$\vec{B} = -\nabla W, \Rightarrow \text{not } \vec{B} = 0!$
stimmt nicht,
da $\vec{B}$ -Feld Wirbel
hat.

$$\text{Div } \vec{B} = 0$$

$\vec{B}$ -Feld hat
keine Quellen

Ansatz für Potential der Magnetfelder:

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$$

↑
"Vektorpotential"

→ erfüllt $\text{div } \vec{B} = 0$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$

