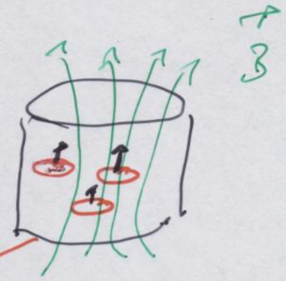
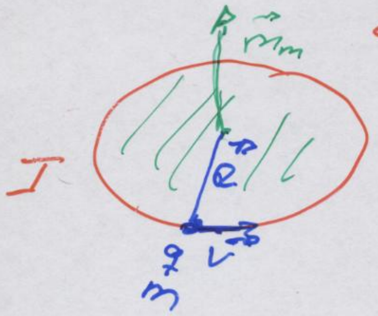
4.3 Materie im Magnetfeld

Klassische Vorstellung:



Kreisströme erzeugen Magnetfeld



$$I = q \cdot \frac{v}{2\pi R} = q \cdot \nu$$
$$= q \frac{\omega}{2\pi}$$

Magnetisches Moment $\vec{m}_m = I \cdot \vec{A}$

$$= q \cdot \frac{\vec{\omega}}{2\pi} \cdot \pi R^2$$

$$= \frac{q}{2} R^2 \vec{\omega}$$

Mit Drehimpuls $\vec{L} = m \cdot (\vec{R} \times \vec{v})$

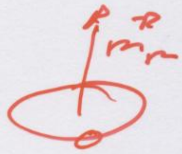
$$= m R^2 \vec{\omega}$$

$$\boxed{\vec{m}_m = \underbrace{\frac{q}{2m}}_{} \vec{L}}$$

→ gyromagn. Verhältnis

4.3.1 Atomares Bild des Magnetismus

Erinnerung: Magnetismus in Materie vorzustellen durch elementare Kreisströme



Klassisches Modell

$$I = \frac{q \cdot v}{2\pi R}$$

$$\vec{m}_m = I \cdot A = \frac{q}{2m} \vec{\ell}$$

↳ Drehimpuls der kreisenden Ladung

A) Grundlagen

- Bahn eines Elektrons um Atomkern

$$\vec{m}_e = -\frac{e}{2m_e}\vec{\ell} = -\frac{e\hbar}{2m_e}\frac{\vec{\ell}}{\hbar}$$

$$= -\mu_B \frac{\vec{\ell}}{\hbar}$$

mit $\mu_B = 0{,}93 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{Am}^2$

Bohrsche Magneton

$h = 2\pi\hbar = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}$

Plancksche Wirkungsquantum

$\vec{\ell}$ Bahndrehimpuls

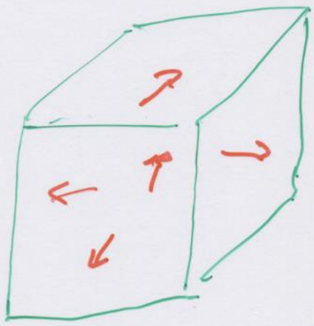
– Spin des Elektrons

$$\vec{m}_s = -g \frac{e}{2m_e} \vec{S}$$

$$= -g \mu_B \frac{\vec{S}}{\hbar}$$

$\vec{S}$ Spin

$g \approx 2$ Landé-faktor

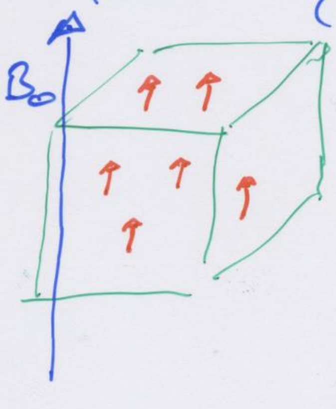


Normalerweise:

$\vec{m}_{mi}$ in Materie ungeordnet

$$\rightarrow \vec{M} = \frac{\sum \vec{m}_{mi}}{V} = 0$$

Nach Magnetisierung:



Gesamtfeld:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \mu_0 \cdot \vec{M}$$

$$= \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$$

↳ magn. Erregung

↳ Magnetisierung

$$= \underbrace{\mu_0 (1 + \chi_m)}_{\text{Relative Permeabilität } \mu_r} \vec{H}$$

↳ magn. Suszept.

Sonderfall: Leere Spule

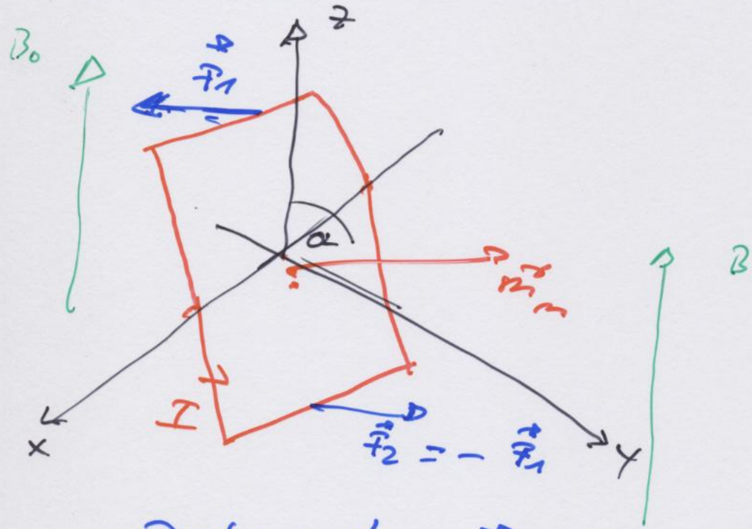
$\vec{M} = 0$

$\vec{B} = \vec{B}_0 = \mu_0 \vec{H} \; (= \mu_0 \, n \cdot I \; \vec{e}_B)$

$\chi_m = 0$

$\mu_r = 1$ Relative Permeabilität

B] Magnetische Momente im $\vec{B}$ - Feld



- Drehmoment $\vec{D} = \vec{m}_m \times \vec{B}$
- Potentielle Energie

$$E_m = - \vec{m}_m \cdot \vec{B}$$

Arbeit für Drehung:

$$W = \int_{\theta}^{90°} m_m B \sin\theta \, d\theta$$

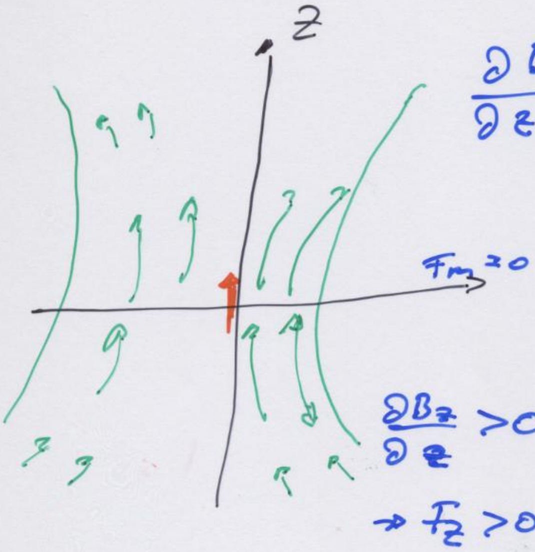
$$= m_m B \cdot \cos\theta \Big|_{\theta}^{90°}$$

$$= \vec{m}_m \cdot \vec{B} \quad (= -E_m)$$

- <u>Kraft auf magn. Moment</u>

Homogenes $\vec{B}$-Feld : $\vec{F}_m = 0$

Inhomogenes $\vec{B}$-Feld : $\vec{F}_m = (\vec{m}_m \nabla) \vec{B}$



$\frac{\partial B_z}{\partial z} < 0 \rightarrow F_z < 0$

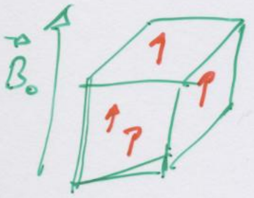
$\frac{\partial B_z}{\partial z} > 0$

$\rightarrow F_z > 0$

4.3.2 Erscheinungsformen des Magnetismus

1) Paramagnetismus

Stoffe, die ein permanentes $\vec{m}_m$ besitzen (d.h. deren Atome)



- $\vec{B}_0$ richtet $\vec{m}_{mi}$ aus: $\vec{m}_{mi} \uparrow\uparrow \vec{B}_0$
- Thermische Stöße bringen Ausrichtung durcheinander

Vergleich der Energie:

therm. Energie: $E_T = \frac{3}{2} k T$ ↪ [in K]

Energie des $\vec{m}_m$ im B_0-Feld

$$E_m = -\vec{m}_{mi} \cdot \vec{B}_0$$

$$\frac{N_{\uparrow\downarrow}}{N_{\uparrow\uparrow}} = e^{-\frac{\Delta E_{m}}{3/2\, kT}}$$

$$= e^{-\frac{4 m_m B_0}{3 kT}}$$

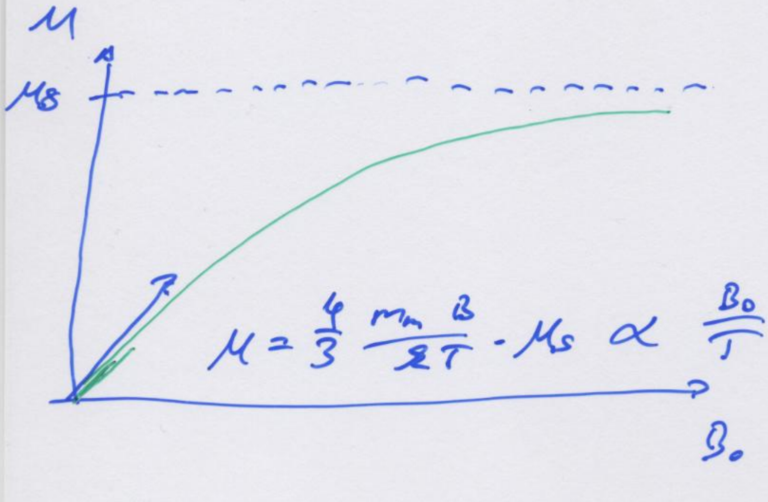
$$\approx 1 - \frac{4 m_m B_0}{3 kT}$$

$\searrow$ Differenz

$\hookrightarrow$ $N_{\uparrow\downarrow} = N_{\uparrow\uparrow}$ $\Rightarrow$ Magnetisierung

Bsp: $\Delta E_m = 2 \cdot 10^{-23}$ J bei $B_0 = 1\,T$

$\frac{3}{2} kT = 6 \cdot 10^{-21}$ J bei $T = 300\,K$



$$M = \frac{4}{3} \frac{m_m B}{kT} \cdot M_S \propto \frac{B_0}{T}$$

2] Diamagnetismus

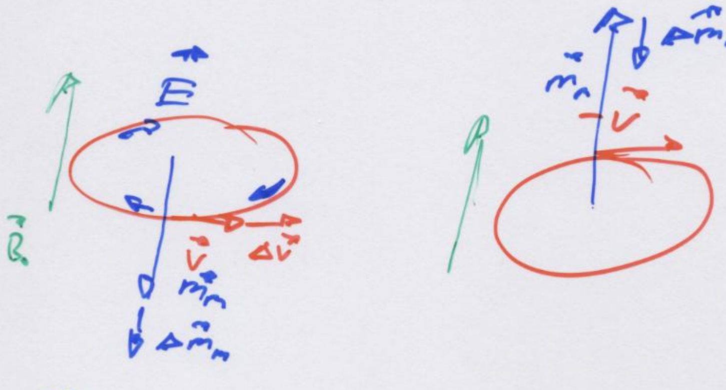
Alle Materialien sind diamagnetisch

Effekt: Bei Anschalten eines B_0-Feldes

$\Rightarrow$ Induktion eines $\vec{m}_m$

a) $B_0 = 0$

b) B_0



Einschalten von B_0: Erzeugung eine Feldes $\vec{E}$, das $\vec{B}_0$ entgegen wirkt

$B_0 = 0$: $\sum_{i=1}^{2} \vec{m}_{m_i} = 0$

B_0 $\sum_{i=1}^{2} \vec{m}_{m_i} = 2 \Delta \vec{m}_m \neq 0$

$\Rightarrow$ Magnetisierung durch Einschalten von B_0

Zur Anwendung kommt Lenzsche Regel:

Änderung des magnetischen Flusses erzeugt el. Feld das Flussänderung entgegenwirkt

$$\oint \vec{E} \, d\vec{s} = - \frac{\partial \phi_B}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial t} \left(B \cdot \pi r^2 \right)$$

$$\Rightarrow E = - \frac{r}{2} \frac{\partial B}{\partial t}$$

mit $m_m = I \cdot A = -e \nu \pi r^2$

$$\doteq -\frac{e}{2} r^2 \omega$$

$$\Delta m_m = \mp \frac{1}{2} e r^2 \Delta\omega$$

$$= \mp \frac{1}{2} e r^2 \left(\frac{e B_0}{2m}\right)$$

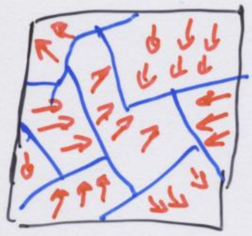
Folgt aus Lorentz Kraft

$$= \mp \frac{e^2 B r^2}{4m}$$

Magnet. Suzeptibilität $\chi = \mathcal{O}(-10^{-6} \ldots -10^{-5})$

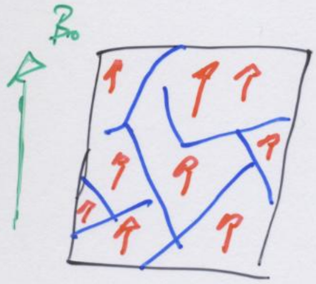
3] Ferromagnetismus

Polykristalline Festkörper, in denen Atome durch Wechselwirkung der Hüllen sich ordnen, dass alle $\vec{m}_{m_i}$ in einem Bereich parallel sind.



$\Rightarrow \sum \vec{m}_{m_i} = 0 = \vec{\mu}$

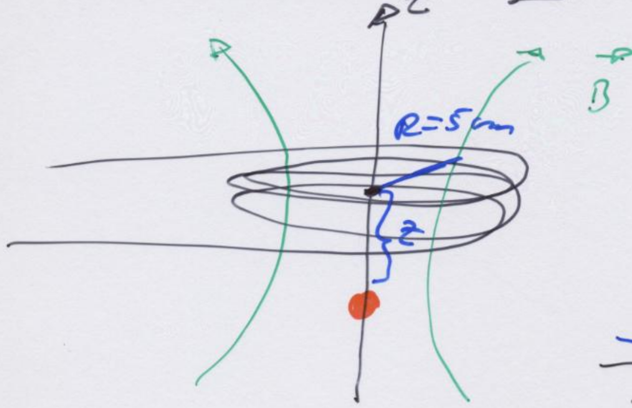
Weißsche Bezirke

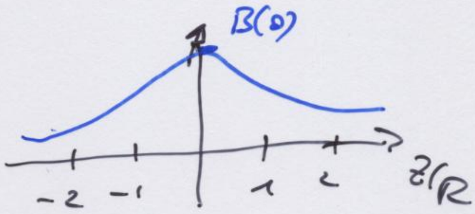


$\Rightarrow \vec{\mu} \neq 0$

auch nachdem $\vec{B}_0$ ausgeschaltet

Schwebende Kugel





a) $B_z = \frac{\mu_0 I \pi R^2}{2\pi (z^2+R^2)^{3/2}}$

b) Magnetisierung der Eisenkugel

$$m_m = \frac{\chi}{\mu_0} B \cdot V \qquad (\chi \sim 2000)$$

c) Kraft auf Eisenkugel

$$\vec{F} = (\vec{m}_m \nabla)\vec{B} = m_m \frac{\partial B}{\partial z} \vec{e}_z$$

$$\frac{\partial B}{\partial z} = -3z\,(z^2+R^2)^{-5/2}\,\frac{\mu_0 n I R^2}{2}$$

$$F = \frac{\chi}{\mu_0} \frac{\mu_0 n I \pi R^2}{2\pi (z^2+R^2)^{3/2}} \cdot V \cdot \frac{-3z}{2} \frac{\mu_0 n I R^2}{(z^2+R^2)^{5/2}}$$

$$= -\frac{3 \mu_0 n^2 I^2 R^4 z}{4 (z^2+R^2)^4} \chi V$$

Für $z = -R$

$$F = \frac{3 \mu_0 n^2 I^2 R^5 \chi V}{4 \cdot 16 R^8}$$

$$= 10^{-6}\, m^2 N$$

Mit $\rho = 7{,}5\ g/cm^3$ $\quad m = 7{,}5\ g$

$$mg = 7{,}5 \cdot 10^{-2}\ N = F = n^2 \cdot 10^{-6}$$

$$\Rightarrow n = \sqrt{75000} \simeq 270$$

$$l \approx 2\pi R \cdot n \simeq 50\ m$$

Um 1A $\rightarrow$ $R = 12\ \Omega$

Kupferdraht $\rho = R \frac{A}{L} \Rightarrow A = \frac{L \cdot \rho}{R}$

$$= 0.8\ mm^2$$