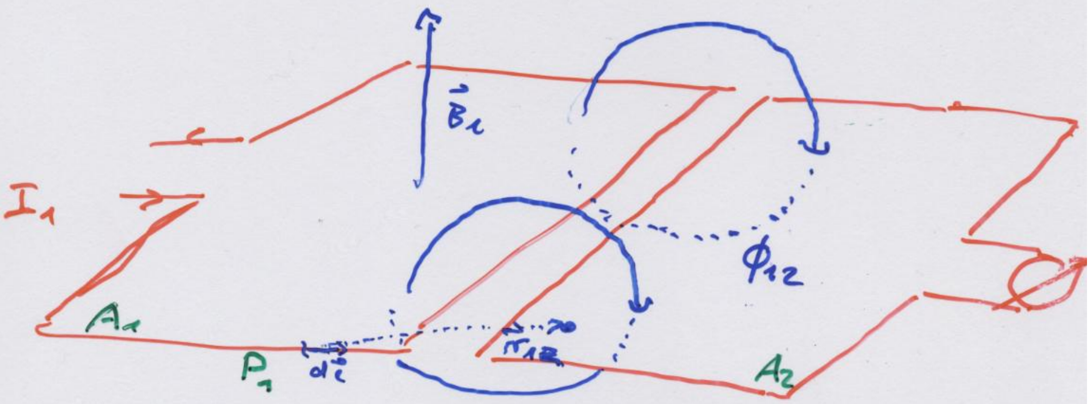
5.1.2 Induktivität

Einfluß einer stromdurchflossenen Schleife auf eine zweite:



Fluß $\phi_{12} = \int_{A_2} \vec{B}_1 \, d\vec{A} \quad \propto I_1$

$$\equiv L_{12} \, I_1$$

Induktivität

$$[L] = 1 \text{ H (enry)} = 1 \frac{\text{Tm}^2}{\text{A}}$$

$$= 1 \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$$

Berechnung von L:

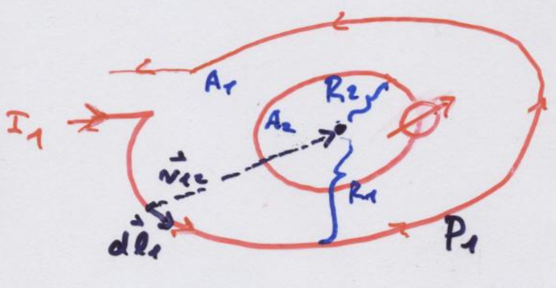
Mit $\phi_{12} = \int_{A_2} \vec{B}_1 \, d\vec{A}$

$$= \int_{A_2} \left(\underbrace{\int_{P_1} \mu_0 \frac{I_1 \, d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12}}{4\pi r_{12}^3}}_{\text{Biot-Savart}} \right) d\vec{A}$$

$$L_{12} = \int_{A_2} \int_{P_1} \mu_0 \frac{d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12}}{4\pi r_{12}^3} \, d\vec{A}$$

Beispiele

a) 2 konzentrische Leiterkreise:



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot d\vec{l}_1 \times \vec{r}_{12}}{4\pi r_{12}^3}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{4\pi} \frac{2\pi R_1^2}{R_1^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{2} \frac{I_1}{R_1}$$

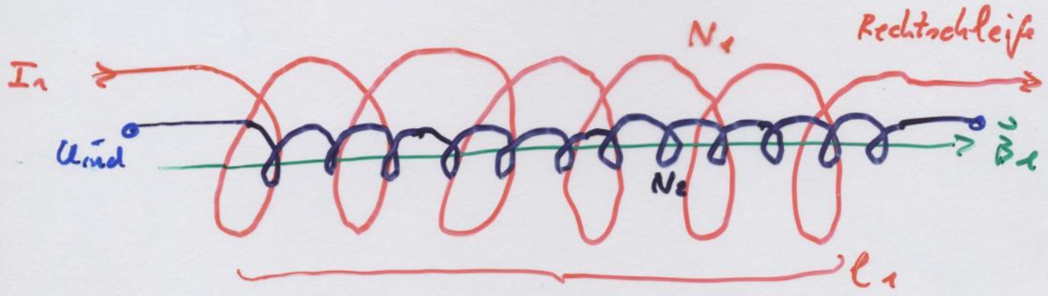
Für $R_1 \gg R_2$:

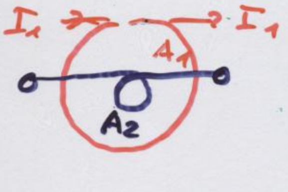
$$\Phi_{12} \approx B_2 \cdot A_2$$

$$= \frac{\mu_0}{2} \frac{I_1}{R_1} \cdot \pi R_2^2$$

$$L_{12} = \frac{\pi}{2} \mu_0 \cdot \frac{R_2^2}{R_1}$$

b) 2 Spulen





$$B_1 = \mu_0 \cdot \frac{N_1 I_1}{l_1}$$

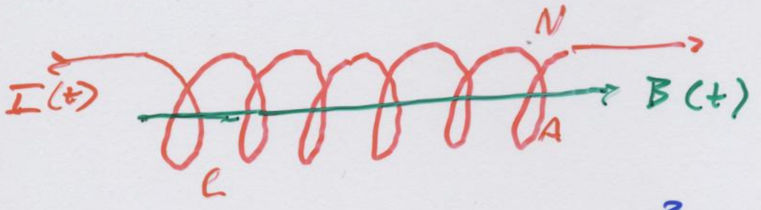
$$L_{12} = \mu_0 \cdot \frac{N_1 \cdot N_2}{l_1} A_2$$

Bei zeitl. Veränderung von I_1:

$$U_{ind} = -N_2 \cdot A_2 \cdot \frac{dB_1}{dt}$$

$$= -\mu_0 \cdot \frac{N_1 N_2}{l_1} A_2 \cdot \frac{dI_1}{dt}$$

c) Selbstinduktivität

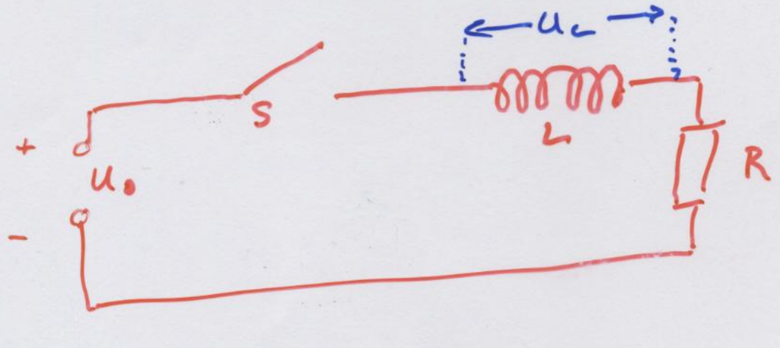


$$|L_{12}| \equiv L = \mu_0 \cdot \frac{N^2}{l} \cdot A$$

$$= \mu_0 \cdot n^2 \cdot l \cdot A$$

Zeitl. Veränderung von I →
zeitl. " von B →
baut eine Spannung auf, die der Änderung als „Widerstand" entgegenwirkt.

<u>Anwendung</u>: Stromkreis mit Widerstand und Spule



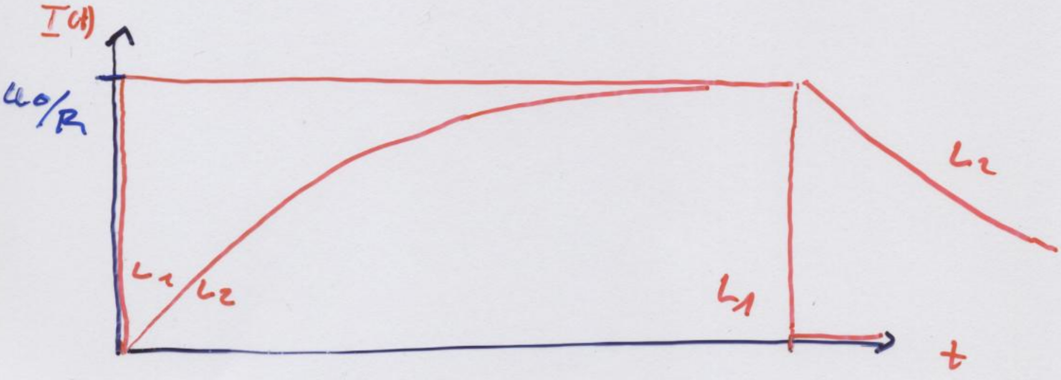
1. Anschalten:

$$u_0 = u_R + u_L$$

$$= I(t) \cdot R + L \frac{dI}{dt}$$

Ansatz: $I(t) = I_0 + I_1 \cdot e^{-\alpha t}$

Lösung: $I(t) = \frac{u_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L} \cdot t}\right)$



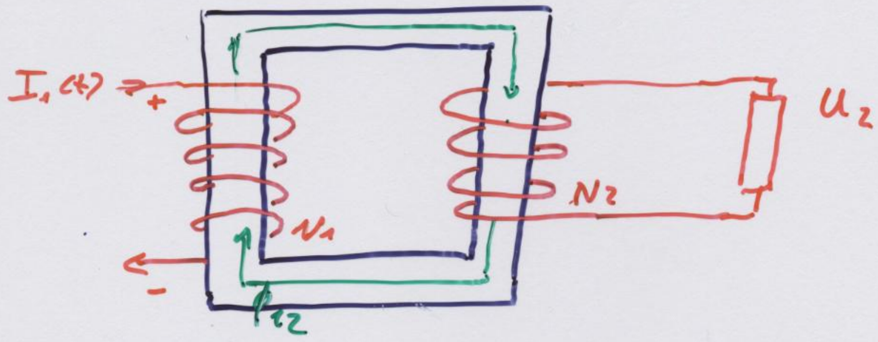
$L_1 \ll L_2$

2. Abschalten

$$u_0 = u_R + u_L = 0$$

Lösung: $I(t) = \frac{u_0}{R} \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}$

5.1.3 Transformatoren



$$L \frac{dI_1}{dt} \left(= U_1\right) = N_1 \cdot \frac{d\phi_1(t)}{dt}$$

$$= -N_2 \frac{d\phi_1(t)}{dt}$$

$$= U_2$$

Ergebnis: Transformation von U_1 auf U_2

$$U_2 = - U_1 \cdot \frac{N_2}{N_1}$$

Beispiel: $U_1(t) = U_0 \cdot \sin \omega t$

$$\Rightarrow U_2(t) = \frac{N_2}{N_1} \sin(\omega t - \pi)$$

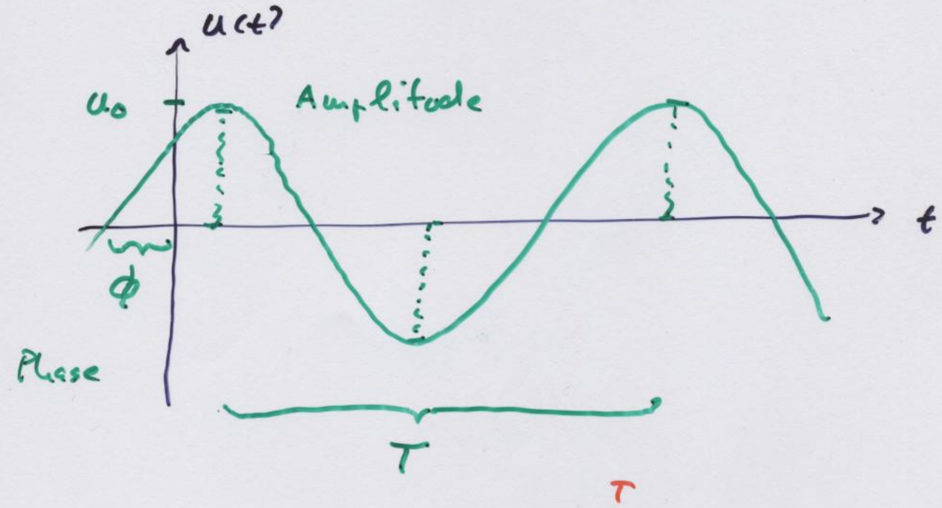
5.2 Wechselstrom und Schaltkreise

Wechselspannungen /-- ströme können aus Überlagerung von Sinusspannungen /-- Str

erzeugt werden:

$$U(t) = \sum_n U_n \sin(n \cdot \omega \cdot t + \phi_n)$$

Relevante Größen:



Mittelwert: $$\langle U \rangle \equiv \frac{\int_0^T U(t)\,dt}{T}$$

$$= \frac{1}{T} \int_0^T u(t)\,dt$$

$$\left(\underset{\text{für sinus}}{=} 0 \right)$$