

Potentielle Energie :

Definiert über

$$W = \int_{\vec{r}}^{\infty} q \vec{E} d\vec{s} \equiv E_{\text{pot}}(\vec{r})$$

Im Coulombfeld:

$$E_{\text{pot}}(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \cdot q$$

Potential:

$$V(\vec{r}) \equiv \int_{\vec{r}}^{\infty} \vec{E} d\vec{s} \equiv \frac{E_{\text{pot}}(\vec{r})}{q}$$

Coulombpotential:

$$V(\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Physikalisch relevant sind Differenzen
in E_{pot} bzw V

Spannung

$$U \equiv V(\vec{r}_1) - V(\vec{r}_2)$$

Energiediff.

$$\Delta E_{\text{pot}} = -q \cdot U = -\Delta E_{\text{kin}}$$

Energieerhaltung: $\Delta E_{\text{pot}} + \Delta E_{\text{kin}} = 0$

$$[U] = 1V$$

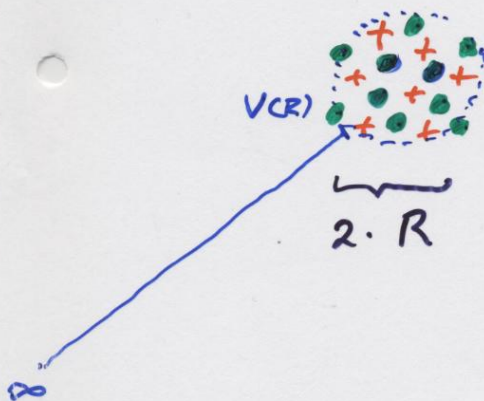
$$[E] = 1eV$$

Elektronenvolt

$\hat{=}$ Energie einer Elementarladung
die in 1V Spannung
beschleunigt wurde

$$\hat{=} 1,6 \cdot 10^{-19} J$$

Beispiel: 1. El. Potential auf Oberfläche
eines Goldkerns



$$Q = Z \cdot e$$

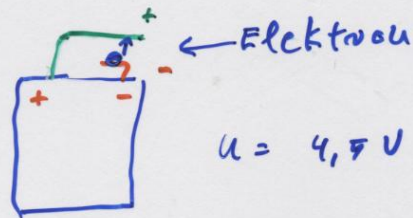
$$= 79 \cdot e$$

$$= 79 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} C$$

$$R = 6,6 \cdot 10^{-15} m$$

$$\Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{R} \approx 1,7 \cdot 10^7 V$$

2. Beschleunigung im elektrost. Potential

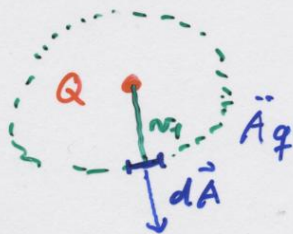


$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{kin}} &= -\Delta E_{\text{pot}} \\ &= e \cdot U \\ &= e \cdot 4.5 \text{ V} = 4.5 \text{ eV} \\ &= \frac{1}{2} m_e v^2\end{aligned}$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{2e \cdot U}{m_e}} = 1.3 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Äquipotentialflächen:

Orte mit $V = \text{const}$



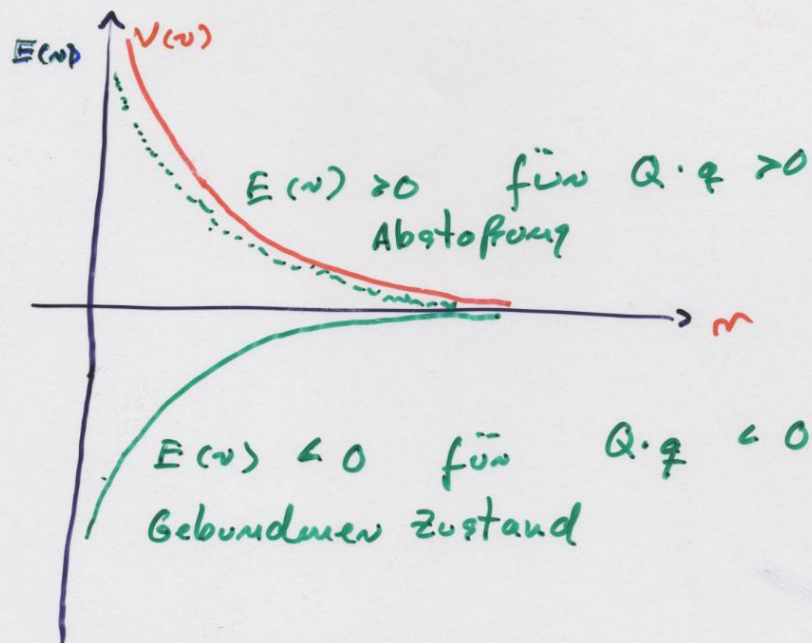
$$\vec{E}(\vec{r}) \parallel d\vec{A}(\vec{r})$$

Verschiebung einer Ladung q auf einer $\ddot{A}_q$ ändert nicht die E_{pot}

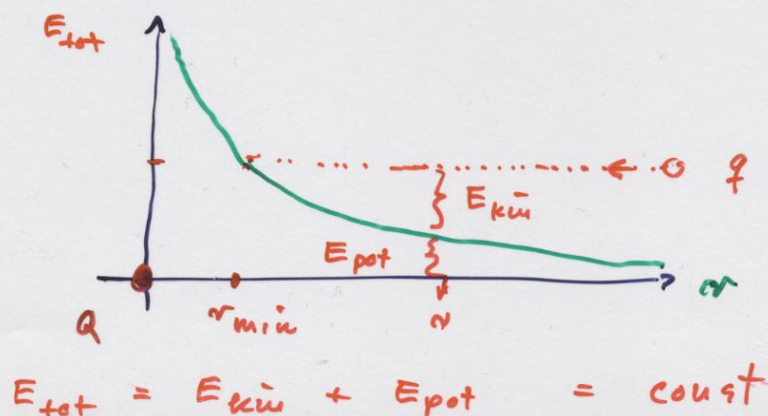
2.1.7 Beispiele von Feldern, Potentialen

a) Coulomb - Potential

$$V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad ; \quad E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot q$$



• Abstoßende Fall:



$$\begin{aligned}
 E_{\text{tot}} &= E_{\text{kin}}(v) + V(r) \cdot q \\
 &= \frac{1}{2} m_q v^2 + q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}
 \end{aligned}$$

• v_{max} : Bei $v = 0$:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{tot}} &= \frac{1}{2} m_q v_{\text{max}}^2 \\
 \Rightarrow v_{\text{max}} &= \sqrt{\frac{2 E_{\text{tot}}}{m_q}}
 \end{aligned}$$

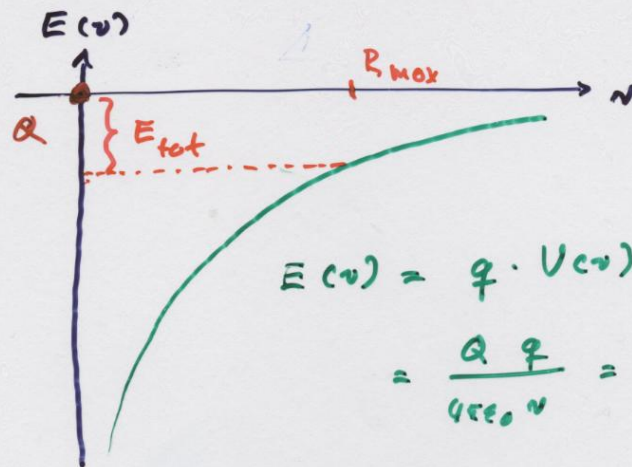
• r_{min} : Bei $v = 0$

$$\begin{aligned}
 E_{\text{tot}} &= q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \\
 \Rightarrow r_{\text{min}} &= \frac{q Q}{4\pi\epsilon_0 E_{\text{tot}}}
 \end{aligned}$$

• Bei $r = R$: $E_{\text{kin}} = E_{\text{tot}} - E_{\text{pot}}$

$$\Rightarrow v(R)$$

Anziehenden Fall:



$$E(v) = q \cdot V(v)$$

$$= \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0 v} = - \frac{|q \cdot Q|}{4\pi\epsilon_0 v}$$

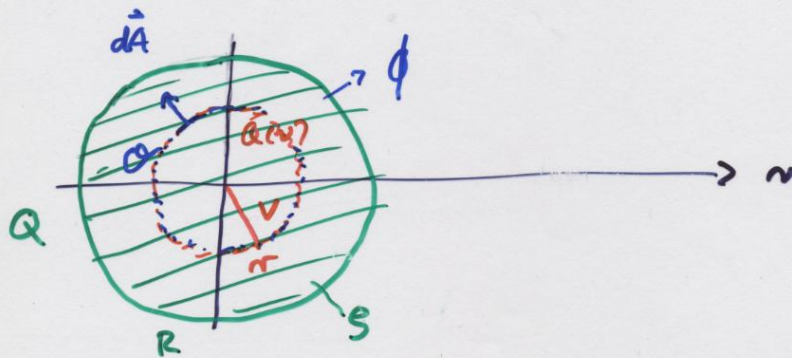
Für $E_{tot} < 0$: Gebundener Zustand

Max. Abstand von q , Q :

$$E_{tot} = \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0 R_{max}} \Rightarrow R_{max} = \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0 E_{tot}}$$



b) Potential, Feld einer homogen geladenen Kugel



$$s = \frac{Q}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \text{const}$$

$$Q(r) = \int_V s \cdot dV$$

$$= \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot s \quad \text{für } r \leq R$$

$$= Q \quad \text{für } r \geq R$$

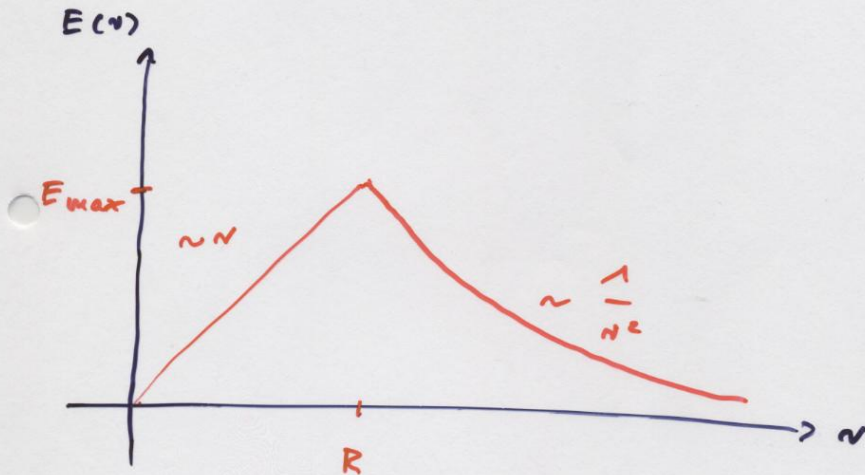
$$\begin{aligned} \text{Gauss: } \phi &= \frac{Q(r)}{\epsilon_0} = \int_Q \vec{E} \cdot d\vec{A} \\ &= E(r) \cdot 4\pi r^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

El. Feld:

$$E(r) = \frac{Q \cdot r}{3 \epsilon_0} \quad \text{für } r \leq R$$

$$= \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r^2} \quad \text{für } r > R$$



Spannung:

für $r > R$:

$$U = V(r) - V(\infty) = - \int_{\infty}^r \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r'^2} dr'$$
$$= \frac{Q}{4\pi \epsilon_0 r} = V(r)$$

$$r \leq R :$$

$$U = V(r) - V(R) = - \int_R^r \frac{S n'}{3 \epsilon_0} dn'$$

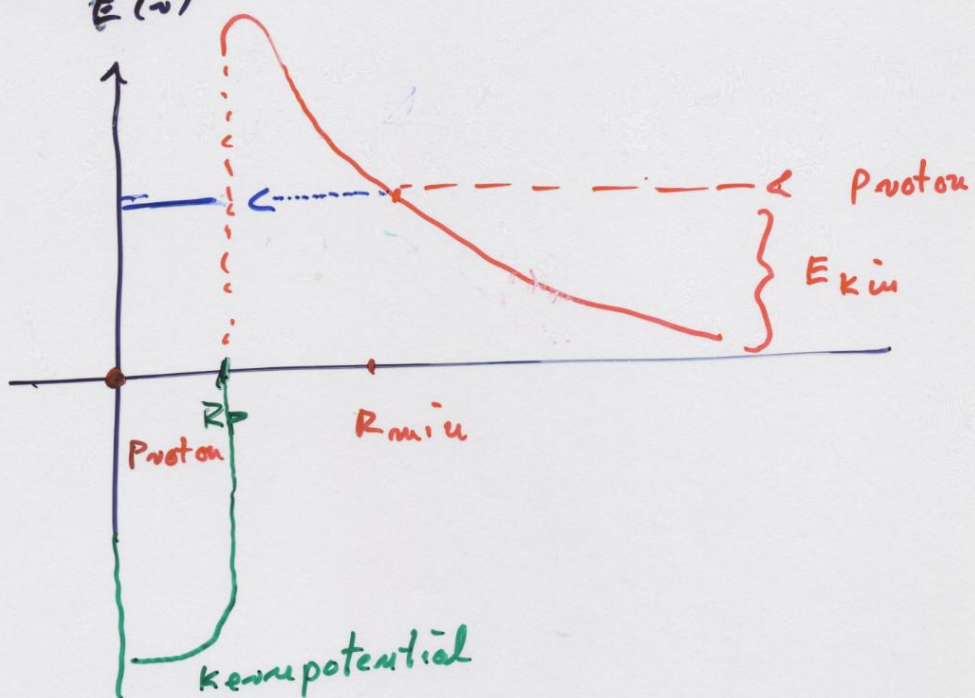
$$= - \frac{S n^2}{6 \epsilon_0} + \frac{S R^2}{6 \epsilon_0}$$

$$\Rightarrow V(r) = \frac{S R^2}{6 \epsilon_0} + \frac{Q}{4 \pi \epsilon_0 R} - \frac{S n^2}{6 \epsilon_0}$$

$$= \frac{S R^2}{2 \epsilon_0} - \frac{S n^2}{6 \epsilon_0}$$



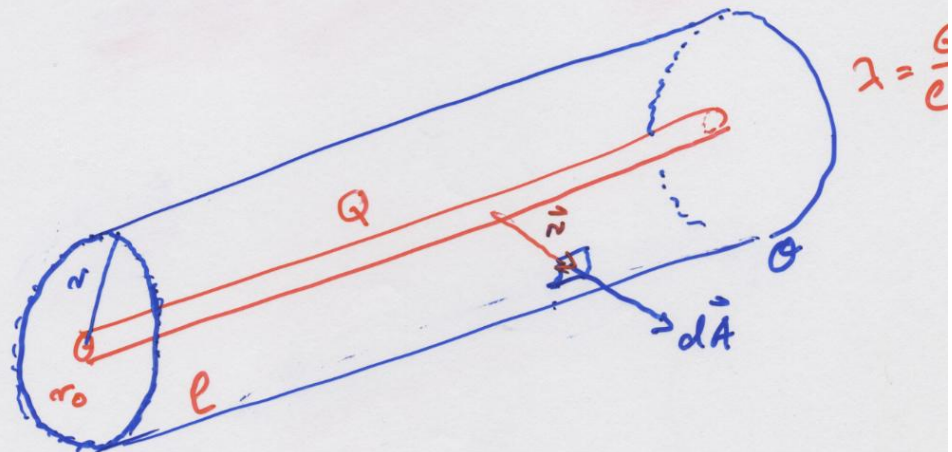
Anwendung
 $E(\text{eV})$



Kernfusion in der Sonne

c) Potential, Feld eines geladenen
Drahtes

$$l \gg r$$



$$\text{Gau\ss: } \frac{Q}{\epsilon_0} = \oint_{\partial} \vec{E} d\vec{A}$$

$$= 2\pi r \cdot l \cdot E(r)$$

$$\text{Feld: } (\vec{E} \cdot d\vec{A} = |\vec{E}| \cdot |d\vec{A}|)$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{Q}{\epsilon_0 \cdot 2\pi r l}$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$$

Potential :

$$V(r) = \int_r^{\infty} E(r') dr' = \infty !$$

Nehme $U(r) = V(r_0) - V(r)$

$$= \int_{r_0}^{\infty} \frac{\lambda}{2\epsilon_0 \pi} \frac{1}{r'} dr'$$

$$- \int_r^{\infty} \frac{\lambda}{2\epsilon_0 \pi} \frac{1}{r'} dr'$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln \frac{r}{r_0}$$

Anwendung : Geiger - Müller - Zähler

