Zusammenfassung v06 vom 2. Mai 2013

Ausflug in die Kernphysik: Atomkerne des Elements "Sym" werden durch Angabe der Massenzahl A und Kernladungszahl Z spezifiziert: $A = Z + N$, wobei N die Neutronenzahl ist. Die Notation lautet dann ${}^A_Z Sym$

Die Radien von schweren Kernen ($A > 40$) können durch eine so genannte Woods-Saxon-Kurve beschrieben werden:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + exp(\frac{r-a}{d})} \tag{25}$$

$$a = 1.18A^{1/3} - 0.48fm \tag{26}$$

$$d = 0.55 \pm 0.07fm \tag{27}$$

NB: die Abhängigkeit $A^{1/3}$ bedeutet, dass die mittlere Dichte ρ_0 von Kernmaterie ungefähr konstant ist.

Die Bindungsenergie schwerer Kernbruchstücke nach einer Spaltung eines Kerns in Bruchstücke mit typischem Radius R kann ebenfalls sinnvoll aus dem Coulombpotenzial abgeschätzt werden:

$$\Delta E_{sp.} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{R} \tag{28}$$

Kernradien erhält man aus Tabellenwerken oder aus der Saxon-Woods-Gleichung (27). Typische Werte sind 200 MeV/c^2.

Die Kapazität C eines Objektes gibt an, mit welcher Ladung Q es bei einer Spannung U geladen werden kann:

$$Q = C \cdot U \tag{29}$$

Die Einheit der Kapazität ist das Farad (F); 1 F = 1 C/V.

Es ergibt sich für die Kapazität

- einer leitenden Kugel mit Radius R: $C_{Kugel} = 4\pi\epsilon_0 R$
- eines Plattenkondensators mit Plattenfläche A, die den Abstand d haben:
  $C_{Kond.} = \epsilon_0 \cdot A/d$

Die Schaltung von Kondensatoren kann parallel oder seriell erfolgen. In Parallelschaltung liegt an den Elementen die gleiche Spannung, die Ladungen und Kapazitäten addieren sich. In Serienschaltung addieren sich die Spannungen und die Ladungen sind jeweils gleich gross:

$$C_{parallel} = C_1 + C_2 \tag{30}$$

$$1/C_{serie} = 1/C_1 + 1/C_2 \tag{31}$$

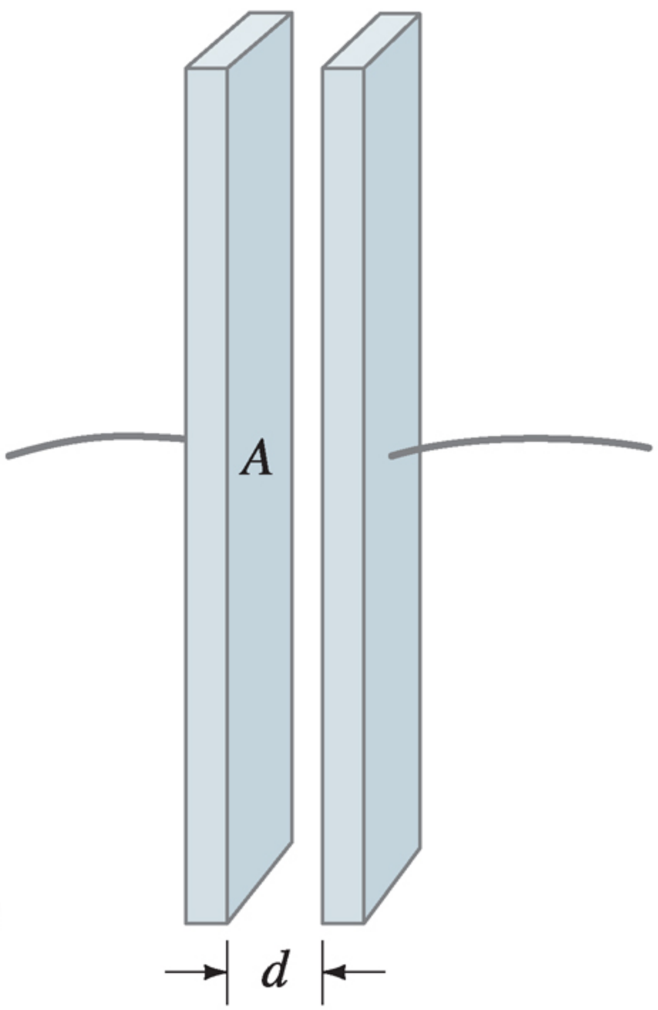
Die Energie im Kondensator ergibt sich aus der Integration der mechanischen Arbeit, wenn man die Platten trennt. Eine Integration der zugeführten Ladungen aus $dW = u \cdot dq$ liefert das gleiche Ergebnis:

$$W_{Kond.} = \frac{1}{2}\ C\ U^2 = Q^2/(2C) \tag{32}$$

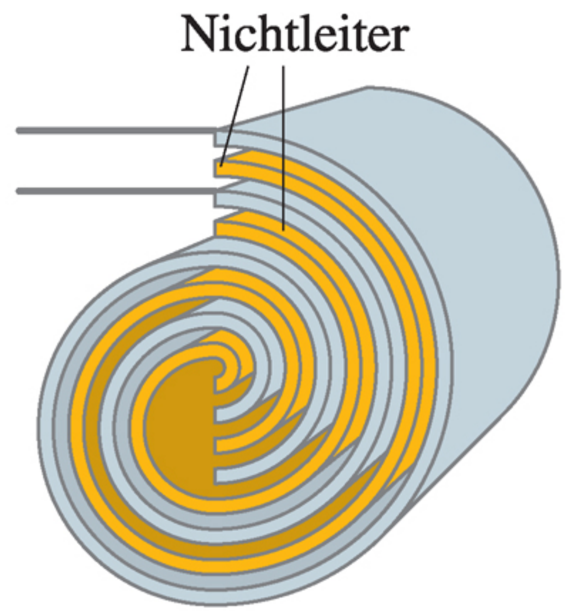
Die Energiedichte des elektrischen Feldes kann man mit Hilfe des Plattenkondensators herleiten, indem die darin gespeicherte Energie (s.o.) durch das Volumen dividiert wird. Das Resultat ist aber unabhängig von diesem speziellen Fall allgemein gültig:

$$w_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \tag{33}$$

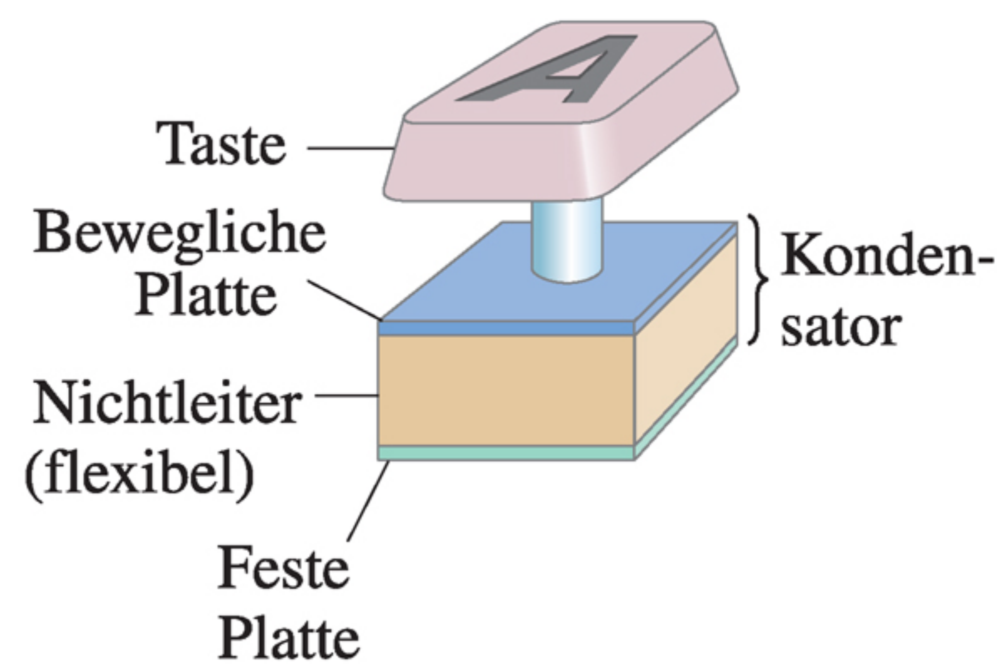
Kondensator, mit Dielektrikum, Anwendung:Schalter



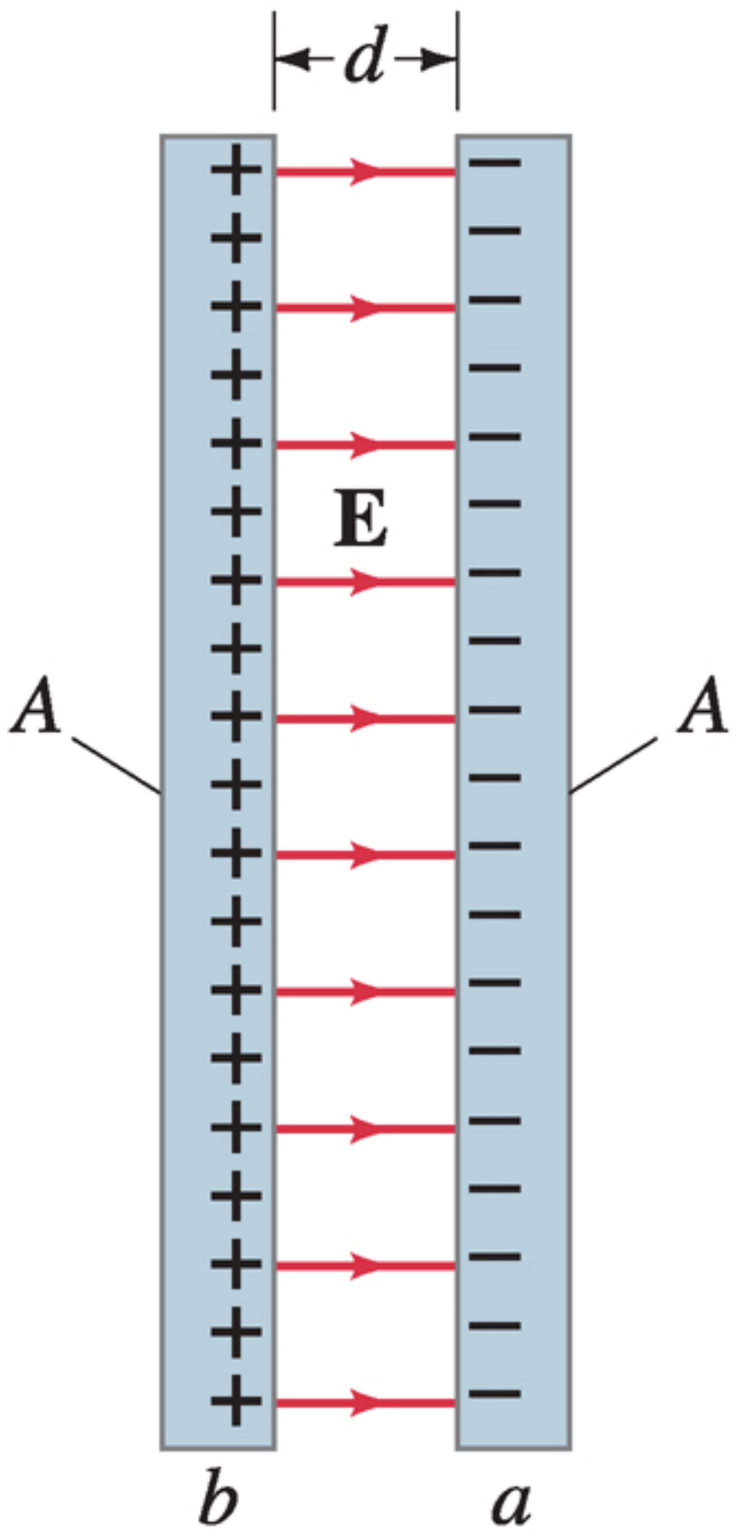
(a)

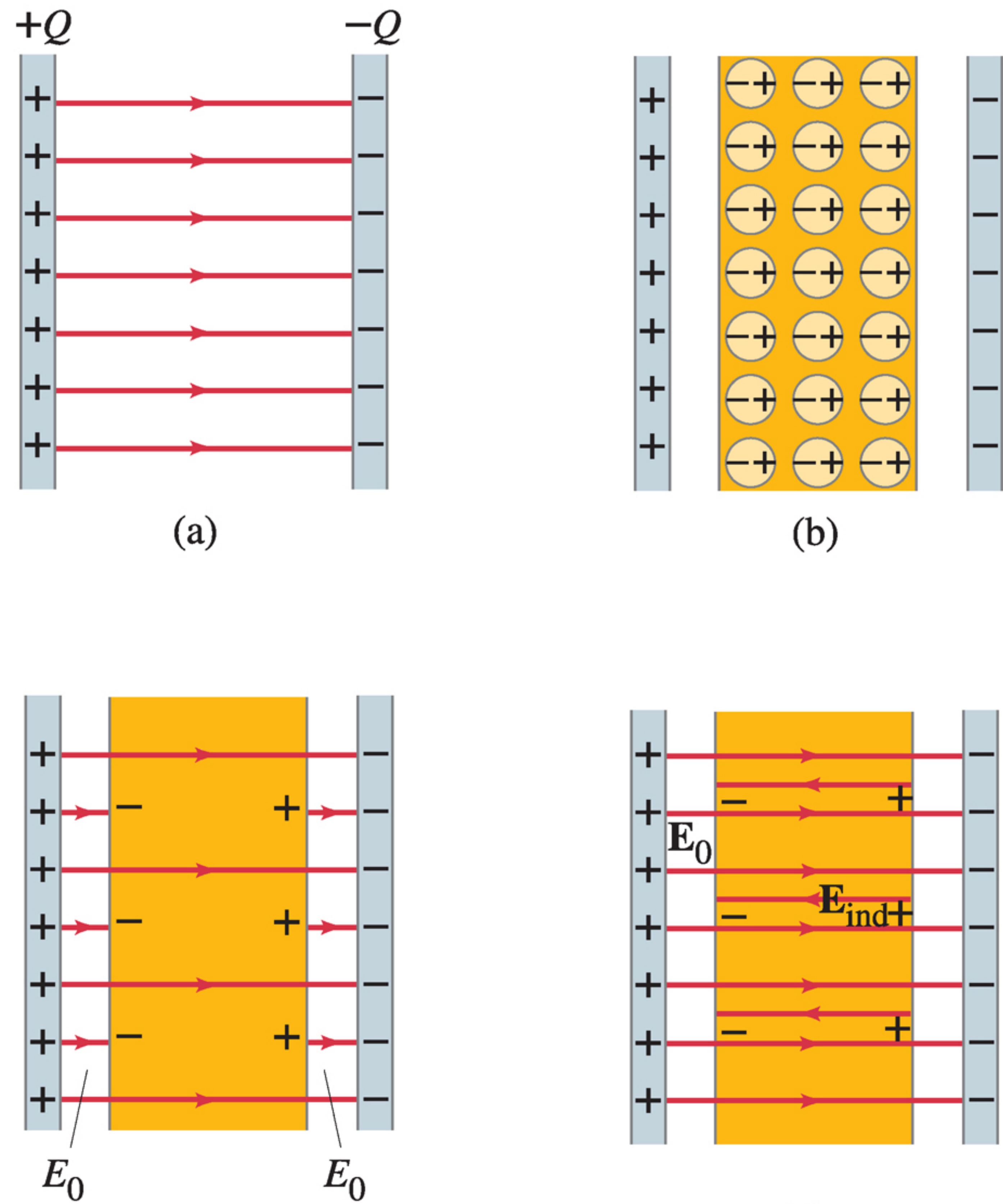


(b)



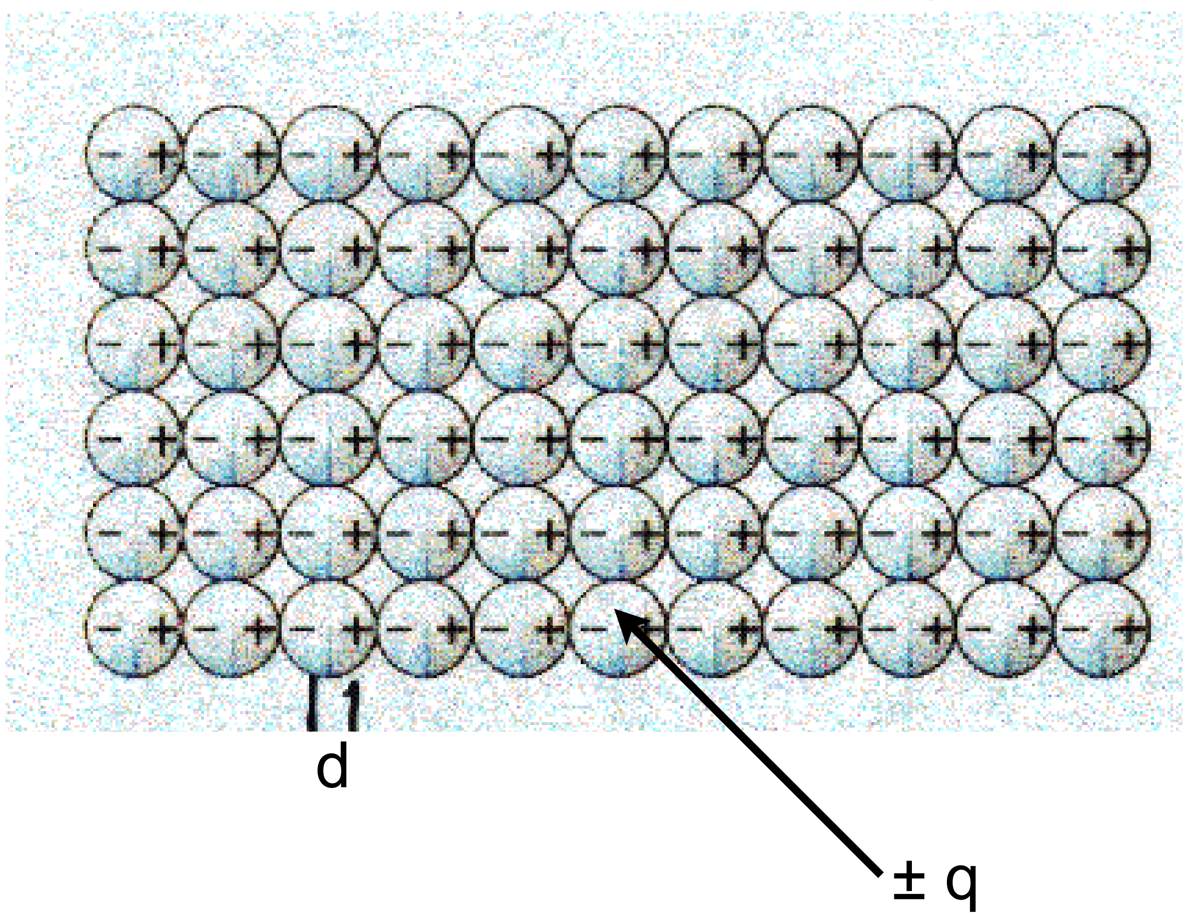
Energie im Kondensator; Dielektrika





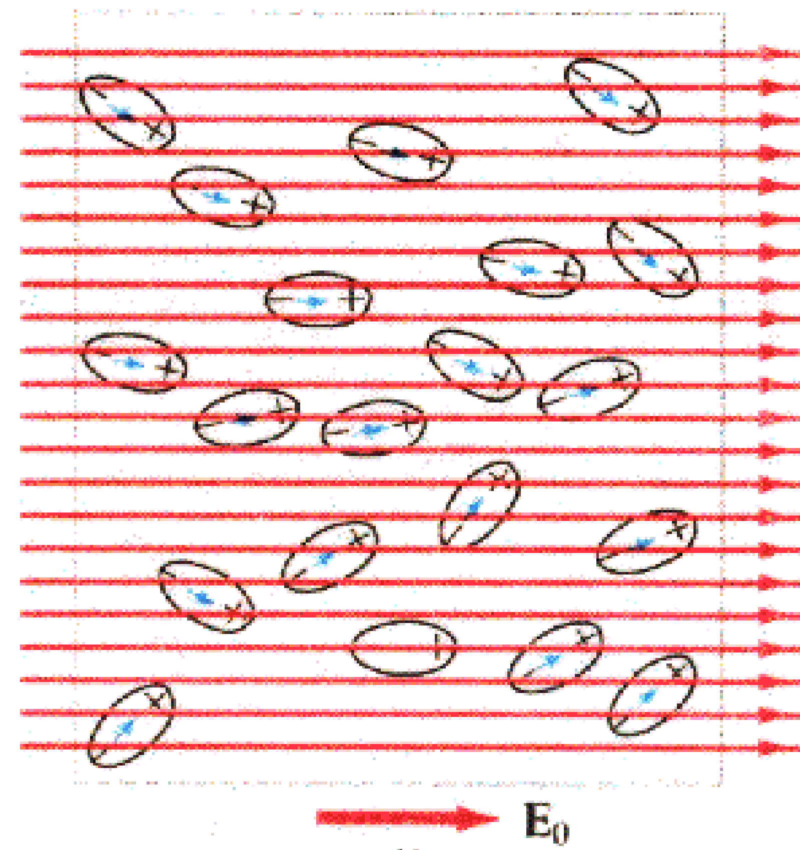
Polarisation

Verschiebungspolarisation



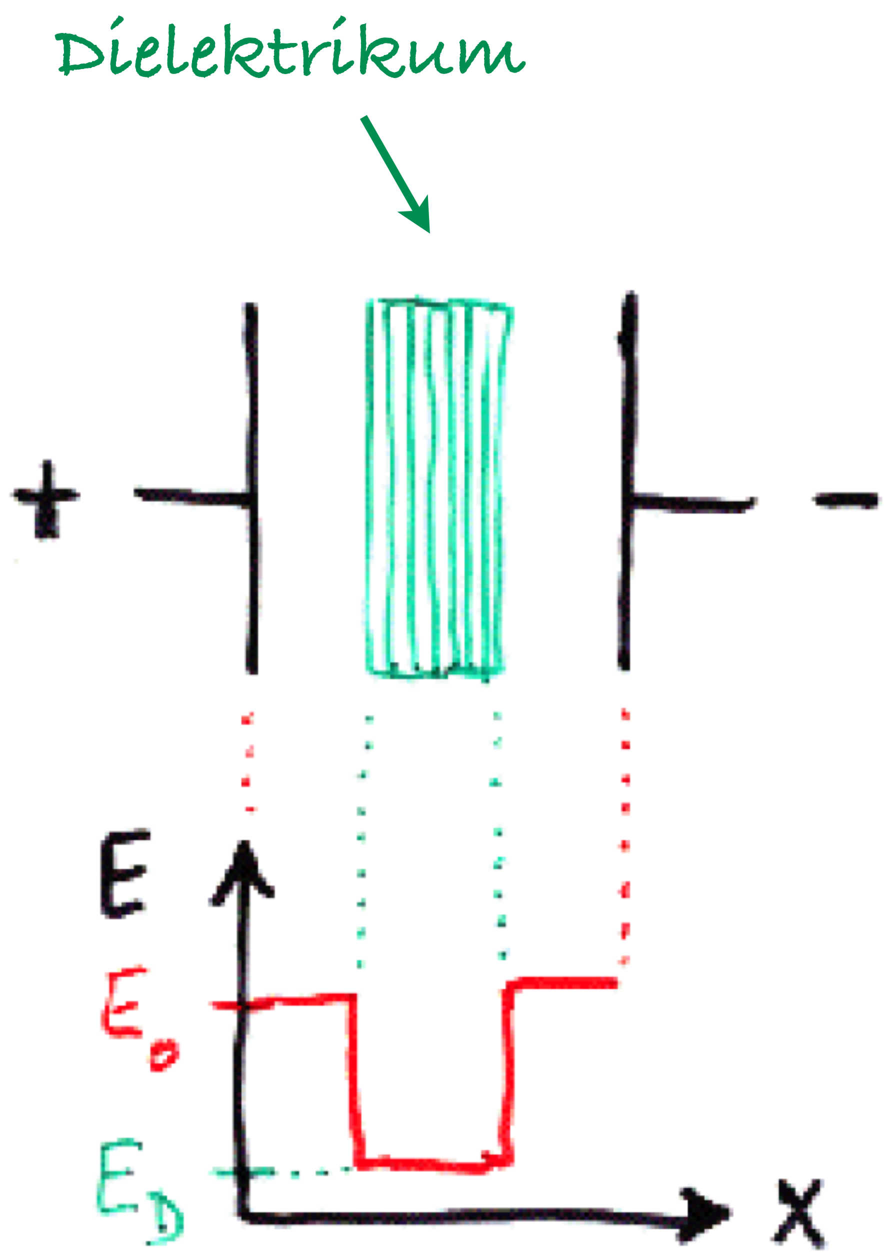
Orientierungs-
polarisation

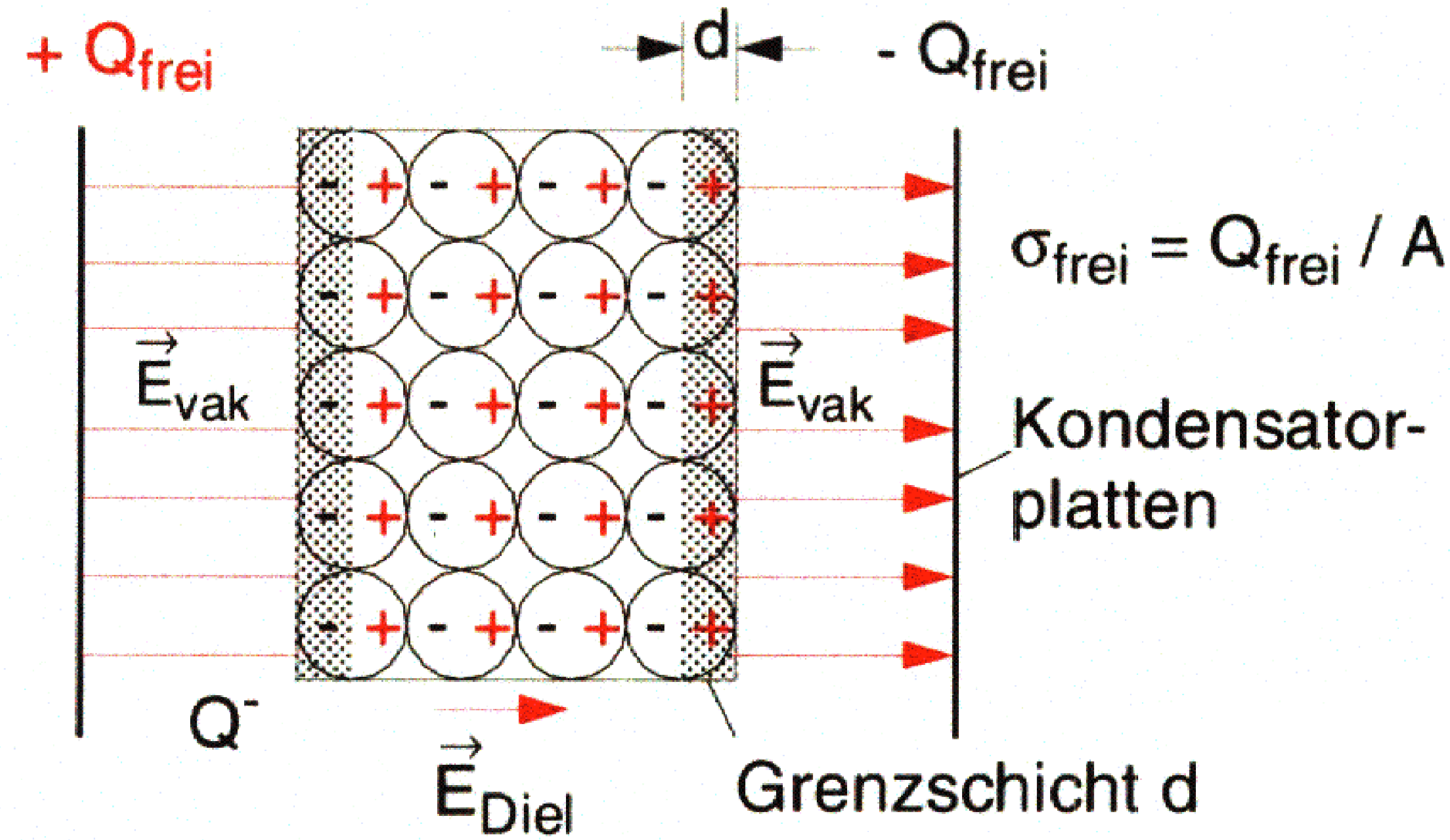
(a) ohne Feld



(b) mit Feld

Feldverlauf und Polarisierbarkeit





Polarisation = Vektorsumme der Diplomomente aller N Atome pro Volumeneinheit

Tabelle 1.1. Relative statische Dielektrizitätszahl ε_r einiger Stoffe bei 20 °C

Stoff	ε_r
Quarzglas	3,75
Pyrexglas	4,3
Porzellan	6–7
Kupferoxyd CuO_2	18
Keramiken	
TiO_2	$\approx$ 80
$CaTiO_3$	$\approx$ 160
$(SrBi)TiO_3$	$\approx$1000
Flüssigkeiten	
Wasser	81
Ethylalkohol	25,8
Benzol	2,3
Nitrobenzol	37
Gase	
Luft	1,000576
H_2	1,000264
SO_2	1,0099

[Demtröder]

1.7.4 Die elektrische Feldenergie im Dielektrikum

Füllt man das Volumen zwischen den Platten eines Kondensators mit einem Dielektrikum, so steigt die Kapazität C um den Faktor ε an (bei gleicher Spannung wird eine höhere Ladungsdichte erzielt). Deshalb ist die Energie des elektrischen Feldes

$$\begin{aligned} W_{\mathrm{el}} &= \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \frac{A}{d} \left(d \cdot E^2\right) \rightarrow (dE)^2 \\ &= \varepsilon \cdot \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 \cdot A \cdot d = \varepsilon \cdot \frac{1}{2} \varepsilon_0 \cdot E^2 \cdot V \end{aligned}$$

und die Energiedichte $w_{\mathrm{el}} = W_{\mathrm{el}}/V$ mit $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$

$$\boxed{w_{\mathrm{el}} = \varepsilon \cdot \frac{\varepsilon_0}{2} E^2 = \frac{1}{2} E \cdot D} \quad . \tag{1.67}$$

Gleichung (1.67) ist die verallgemeinerte Form von (1.50), die sowohl im Vakuum ($D = \varepsilon_0 E$) als auch in Materie gilt.

Man kann sich die Erhöhung der Energiedichte bei Einführen des Dielektrikums folgendermaßen klar machen: Zu der Energiedichte $\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$ des Feldes im Vakuum kommt noch die Energie, die für die Ladungsverschiebung x in den Atomen gegen die rücktreibenden Kräfte $\boldsymbol{F} = -k\boldsymbol{x} = Q \cdot \boldsymbol{E}$ notwendig ist. Sie ist pro induziertem Dipol

Wird der geladene Kondensator aus Abb. 1.46 von der Spannungsquelle entkoppelt, so bleibt die Spannung zwischen den Platten beim Einbringen des Dielektrikums nicht konstant, d. h. die im Feld gespeicherte Energie verringert sich. Ohne Dielektrikum beträgt die Energie $W = \frac{1}{2} E_0 D_0 V$, wenn V das Volumen des Kondensators ist. Bei vollständig eingedrungenem Dielektrikum ist $D_1 = D_0$ (wegen $\varrho_{\mathrm{ges}} = \mathrm{const}$) und $E_1 = E_0/\varepsilon$, die Energie beträgt also $W = \frac{1}{2\varepsilon} E_0 D_0 V$, ist also kleiner als ohne Dielektrikum. Ein Dielektrikum wird in einen isolierten geladenen Kondensator hineingezogen! Man gewinnt also mechanische auf Kosten der elektrischen Energie. Man muss Arbeit aufwenden, um das Dielektrikum wieder aus dem Kondensator zu bringen.

Beim isolierten Kondensator ist es leicht einzusehen, dass das Dielektrikum hineingezogen wird. Das System Kondensator/Dielektrikum ist abgeschlossen, und die Energie, die das Feld freisetzt, wird als kinetische Energie auf das Dielektrikum übertragen.

Etwas schwieriger zu verstehen ist jedoch der Fall, dass am Kondensator eine feste Spannung anliegt (z. B. durch Verbinden des Kondensators mit einer Batterie, Abschn. 2.8). Führt man das Dielektrikum in den Kondensator ein, so fließen Ladungen aus der Batterie auf die Platten nach. Das $\boldsymbol{D}$-Feld wird um den Faktor ε größer, und die Energie steigt (bei konstantem $\boldsymbol{E}$-Feld) ebenfalls um den Faktor ε. Das Dielektrikum

[Demtröder]

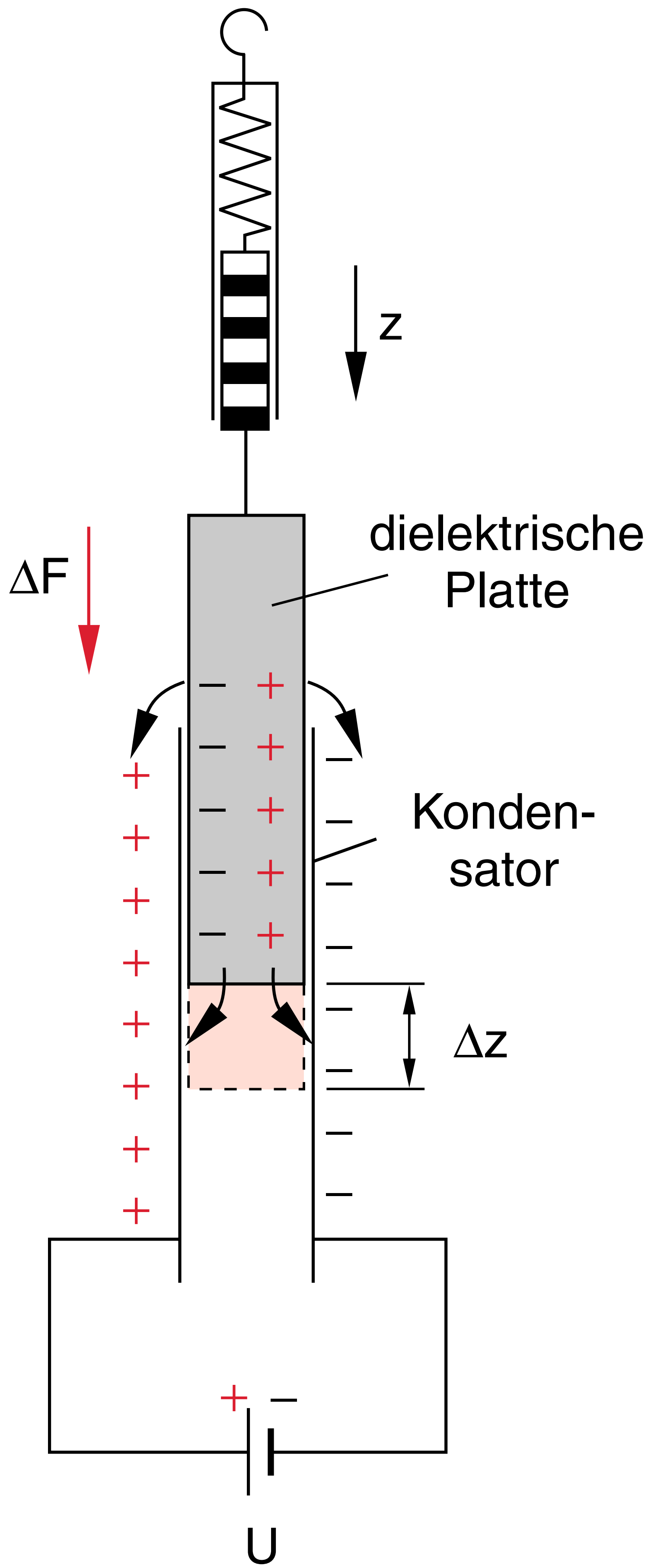


Abb. 1.47. Kraft auf eine dielektrische Platte, die in ein elektrisches Feld hineingezogen wird

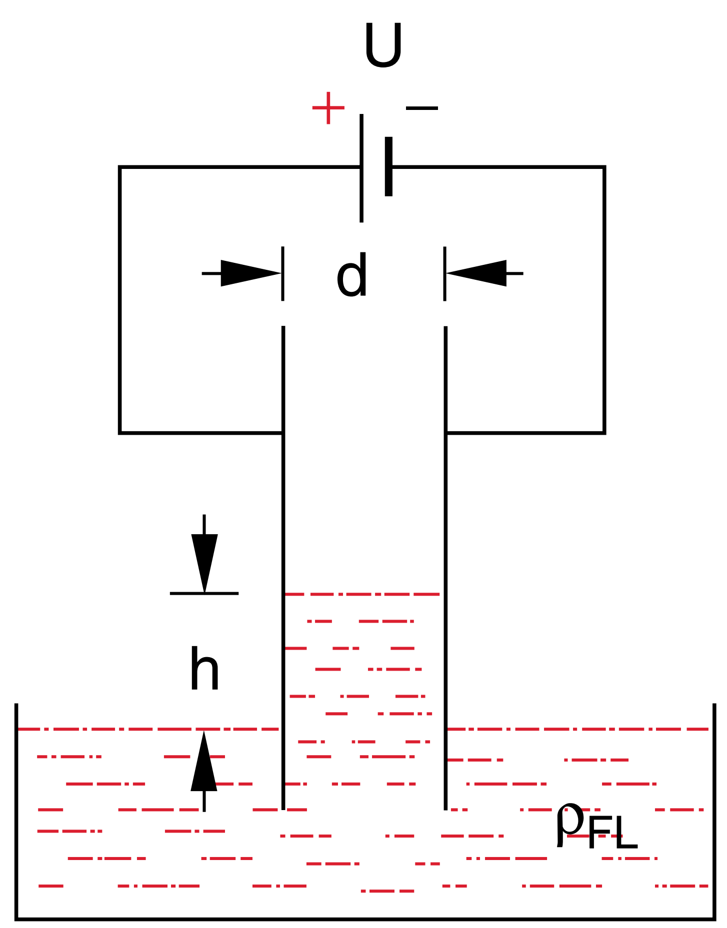
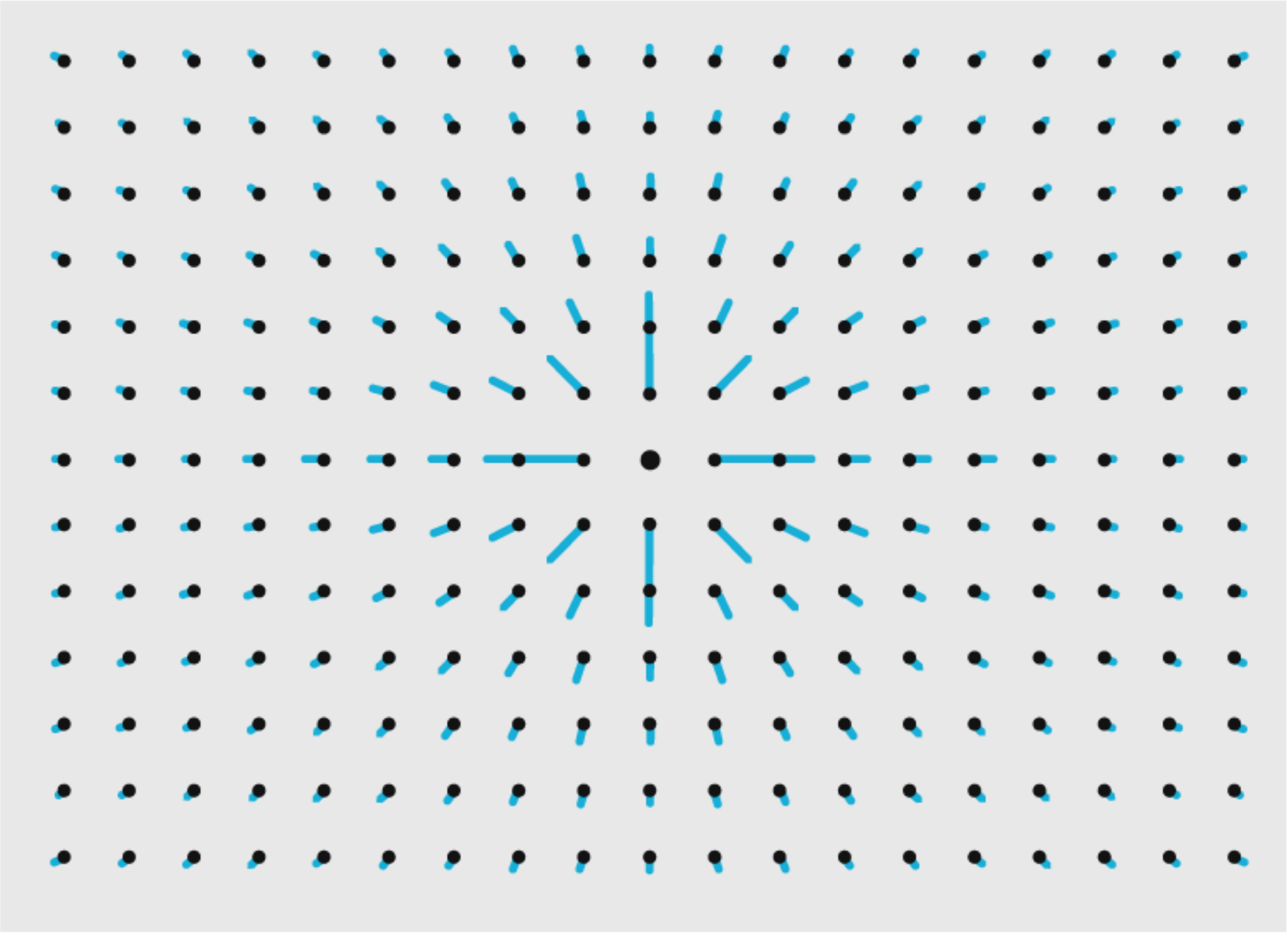


Abb. 1.48. Zur Steighöhe einer dielektrischen Flüssigkeit im elektrischen Feld eines Plattenkondensators

$$h = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)}{\varrho_{\mathrm{Fl}} \cdot g} E^2$$

Potenzial und Feld einer Punktladung



[Gerthsen/Physik]

Abb. 6.5. Das Feld einer positiven Punktladung. Die Strichlängen stellen $|\boldsymbol{E}|$ dar. Die Feldlinien ergeben sich, wenn man solche Linienstücke zusammensetzt

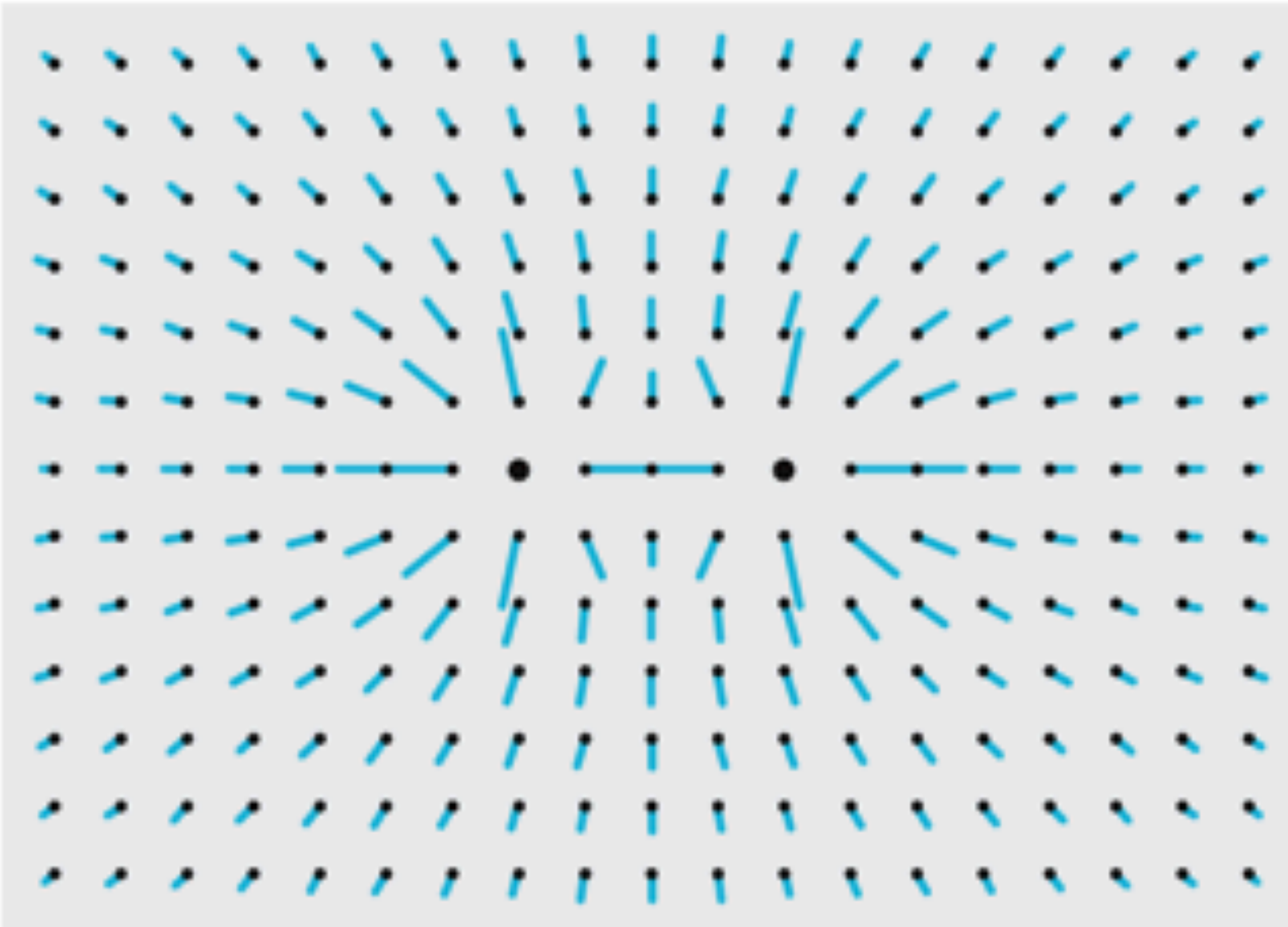


Abb. 6.12. Feld von zwei gleich großen positiven Ladungen

[Gerthsen/Physik]

Bilder zu Potenzial und Feld aus Gerthsen/Physik

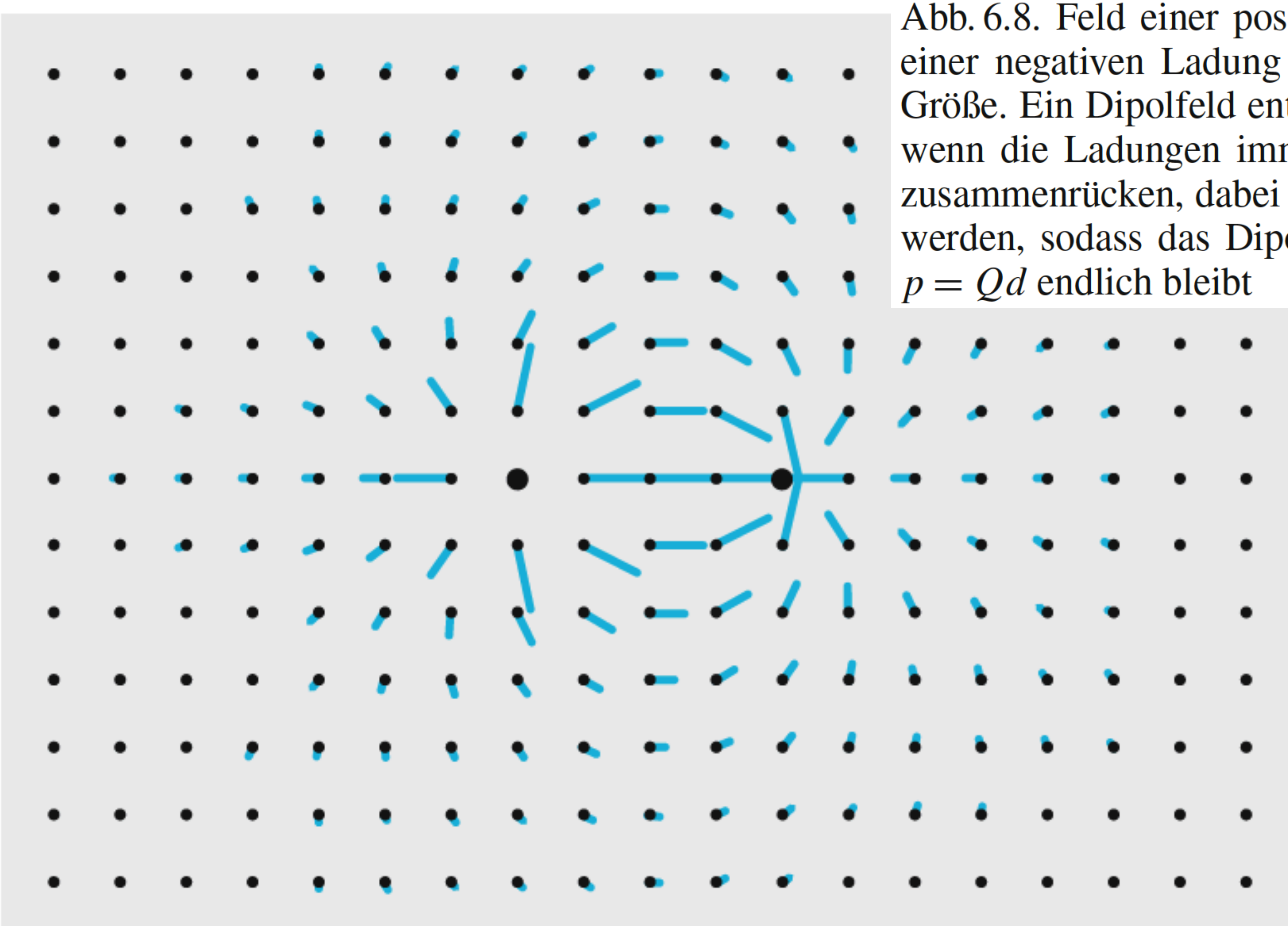
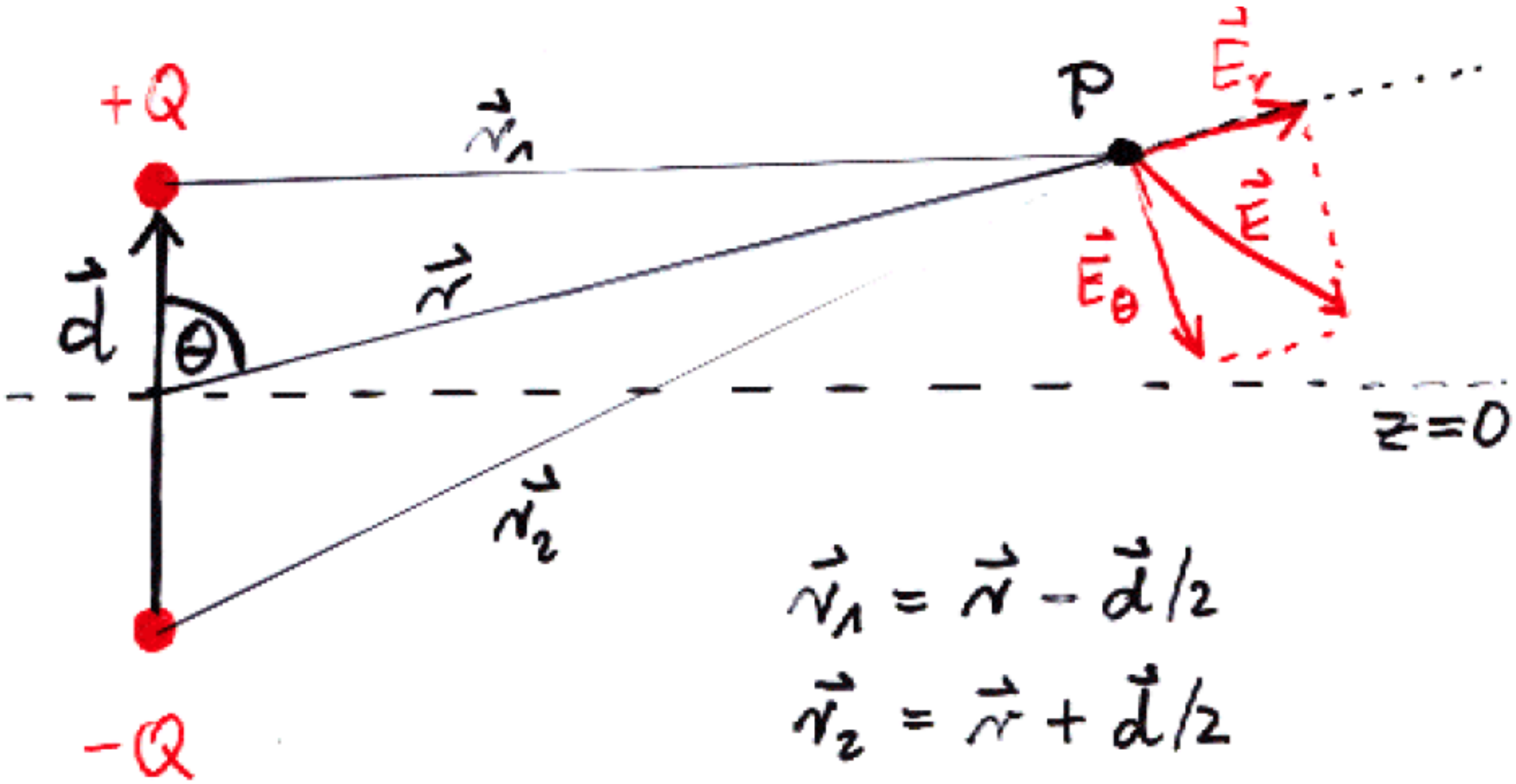


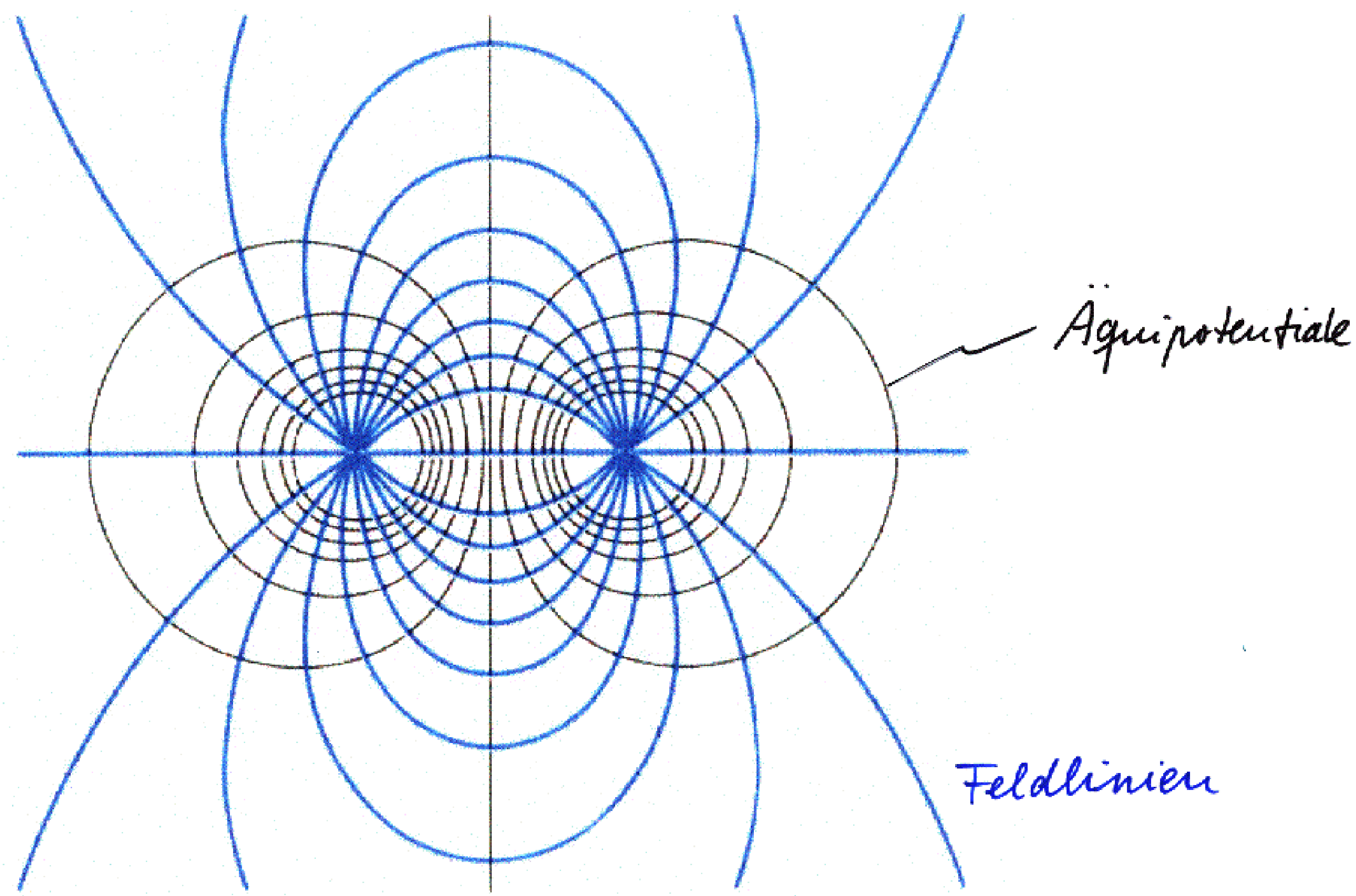
Abb. 6.8. Feld einer positiven und einer negativen Ladung gleicher Größe. Ein Dipolfeld entsteht daraus, wenn die Ladungen immer mehr zusammenrücken, dabei immer größer werden, sodass das Dipolmoment $p = Qd$ endlich bleibt

[Gerthsen/Physik]

Dipolfeld



$$\vec{r}_1 = \vec{r} - \vec{d}/2$$
$$\vec{r}_2 = \vec{r} + \vec{d}/2$$



Dipol im externen Feld