

## Zusammenfassung v17 vom 05. Juli 2013

**Leistungsberechnungen in Wechselstromkreisen** erfordern die Berücksichtigung der Phasen von Strom und Spannung:

- Die mittlere Wirkleistung für ideale Spulen und Kondensatoren ist Null. In der realen Welt sind Strom und Spannung um einen Winkel  $\phi$  verschoben;
- Der "Leistungsfaktor"  $\lambda = \cos(\phi) = \frac{P}{UI}$  ist oft auf elektrischen Geräten angegeben.
- Der Wirkstrom ist  $I_w = I \cdot \cos(\phi)$ ; die Wirkleistung  $P = UI \cos(\phi) = UI \lambda$
- Der Blindstrom ist  $I_b = I \cdot \sin(\phi)$ ; die Blindleistung  $Q = UI \sin(\phi)$ ;
- Die Scheinleistung ist  $S = UI$ .

Blindströme verrichten keine Arbeit im Verbraucher, belasten die Netze und verursachen Verluste in Zuleitungen. Sie können durch *Leistungsanpassung* vermieden werden, indem eine induktive Last mit der Blindleistung  $Q_L$  durch eine parallel geschaltete Kapazität mit der Blindleistung  $Q_C$  kompensiert, d.h. der Kondensator muss die Kapazität  $C = Q_L / (U^2 \omega)$  haben.

**Schwingkreise** In einem einfachen RC-Kreis entlädt sich der Kondensator exponentiell über den Widerstand, es kann keine Schwingung statt finden. In einem idealen LC-Kreis flutet die gespeicherte Energie zwischen Spule und Kondensator hin und

her. In einem RLC-Kreis kommt es zu *gedämpften Schwingungen*, die wir hier als Ladung  $q(t)$  betrachten:

- Die Maschenregel fordert  $\sum U_i = 0; i = R, L, C$
- Die Teilspannungen sind  $U_R = RI = R\dot{q}$  am Widerstand,  $U_C = q/C$  am Kondensator und  $U_L = L\dot{I} = L\ddot{q}$  an der Spule;
- Die Dgl. lautet  $R\dot{q} + q/C + L\ddot{q} = 0$ ; Ansatz:  $q(t) = q_0 \cdot e^{i\omega t}$ ;
- Für unsere Anfangsbedingung  $q(t=0) = q_0$  ist die Lösung  $q(t) = q_0 \cdot \exp(-\frac{R}{2L}t) \cdot \cos(\omega t)$ . Man kann exponentielle, kritische und überkritische Dämpfung je nach relativer Grösse von  $1/LC$  und  $R^2/4L^2$  unterscheiden.

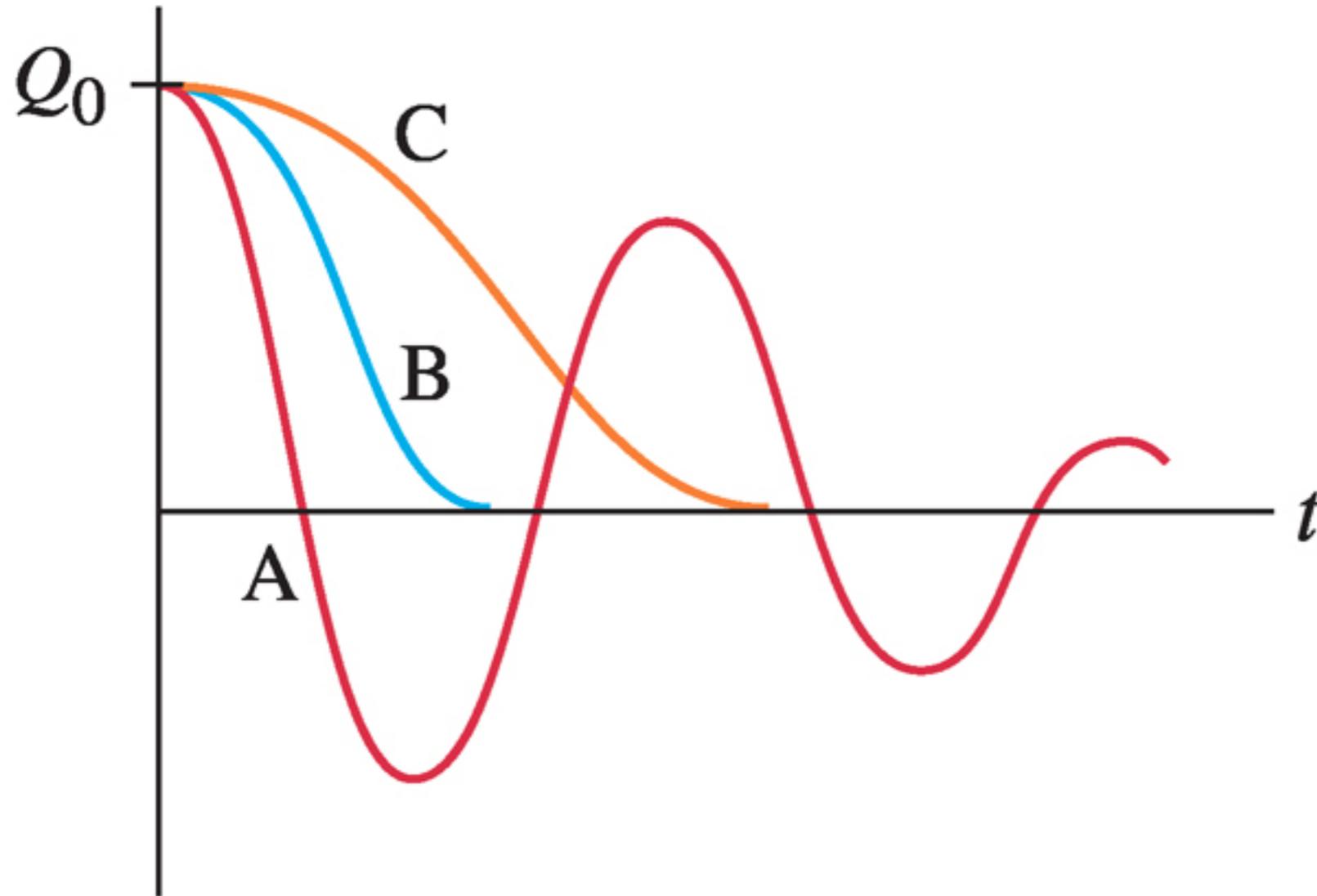
Dabei ist  $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$  die Resonanzfrequenz des gedämpften Schwingkreises, die für  $R \rightarrow 0$  in die eines ungedämpften Systems  $\omega_0 = \sqrt{1/(LC)}$  übergeht.

### Vergleich von mechanischen und elektrischen Schwingungen

Das mechanische Analogon eines RLC-Kreises ist z.B. ein mit der Federkonstante  $D$  elastisch aufgehängter Körper der Masse  $m$ , der in einem Medium gedämpfte periodische Bewegungen ausführt, wobei die Reibungskraft  $F_r = \rho v$  proportional zur Geschwindigkeit  $v$  sei (es gibt auch andere Abhängigkeiten, z.B.  $F_r = \rho v^2$  bei turbulenter Strömung).

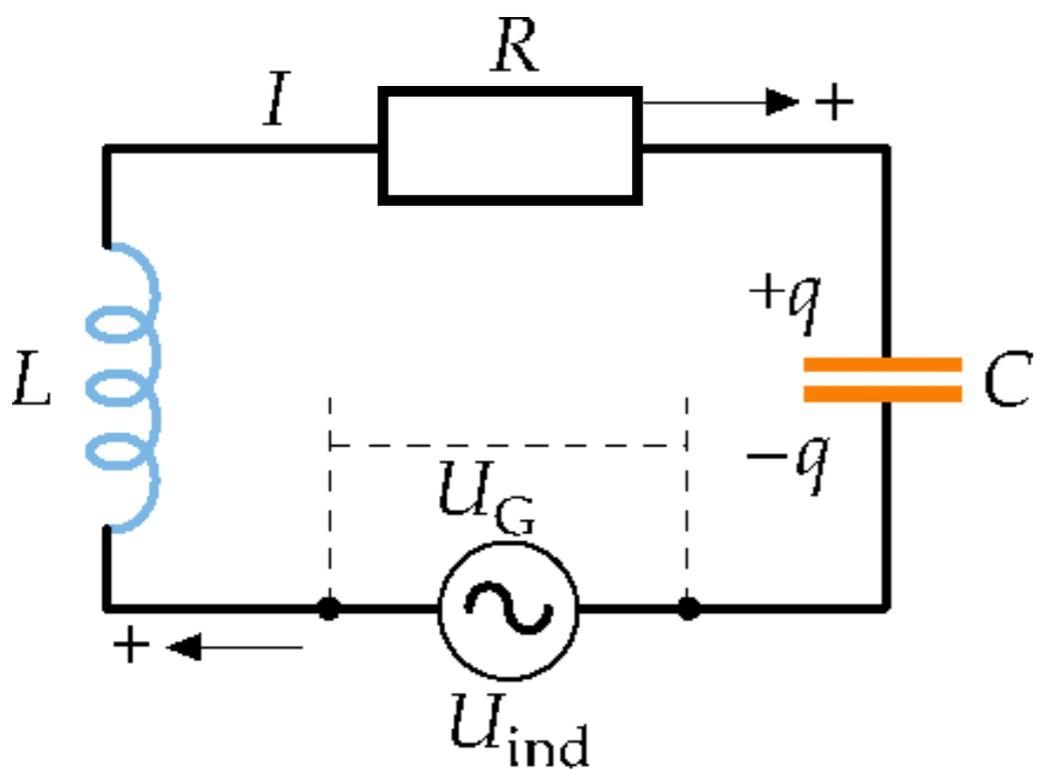
Elektromagn. Schwingungen	Mechan. Schwingungen
$L\ddot{q} + q/C + R\dot{q} = 0$	$m\ddot{y} + Dy + \rho\dot{y} = 0$
$L, C, R$	$m, D, \rho$
$q, I, U$	$y, v = \dot{y}, a = \ddot{y}$

# gedämpfte Schwingungen



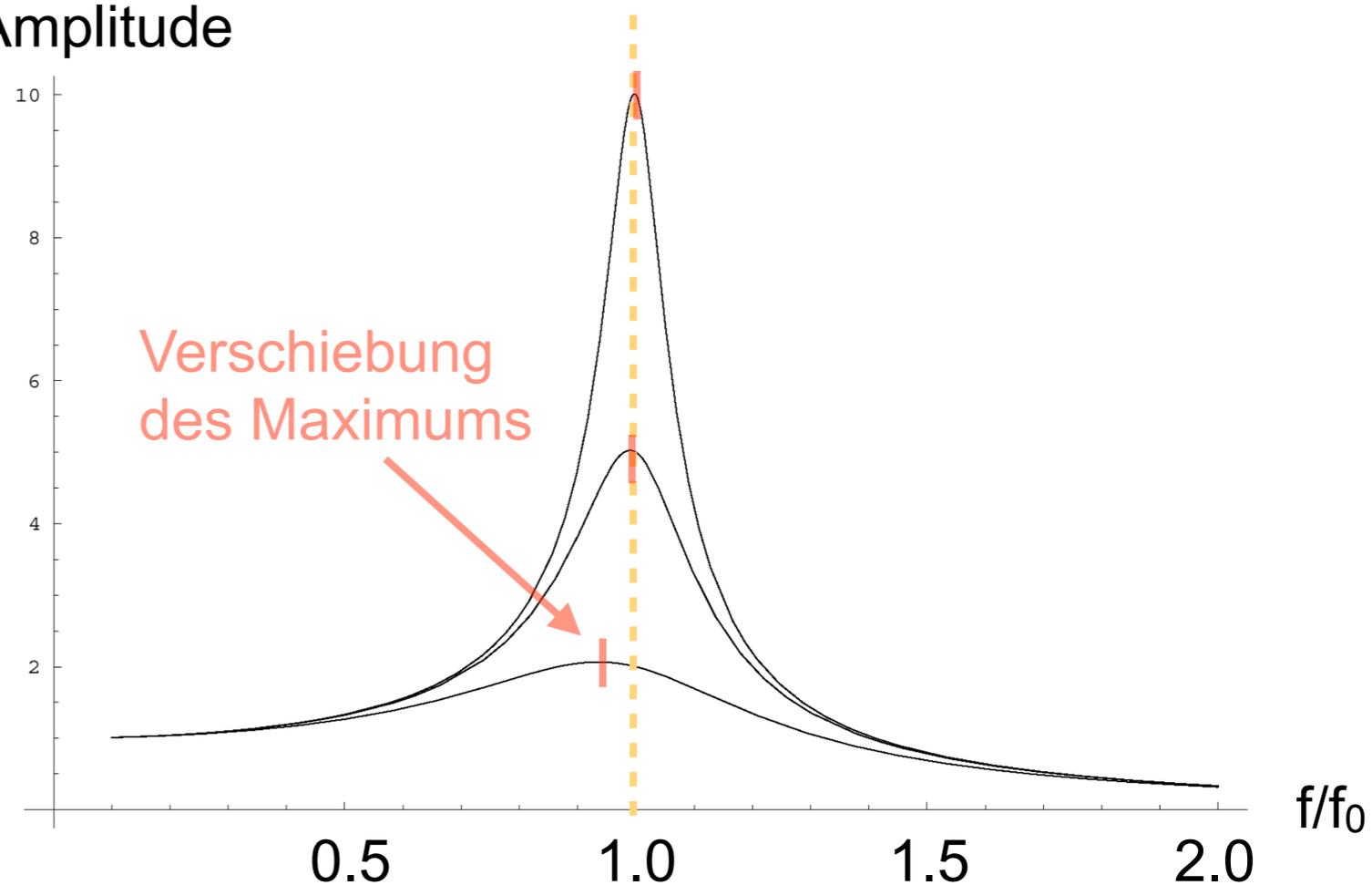
- A) schwache - mittlere Dämpfung, mehrere Oszillationen
- B) kritische Dämpfung,  $\nu$ -Term = 0 (aperiodischer Grenzfall)
- C) starke Dämpfung, Kriechfall

# Resonanzkurven, erzwungene Schwingungen

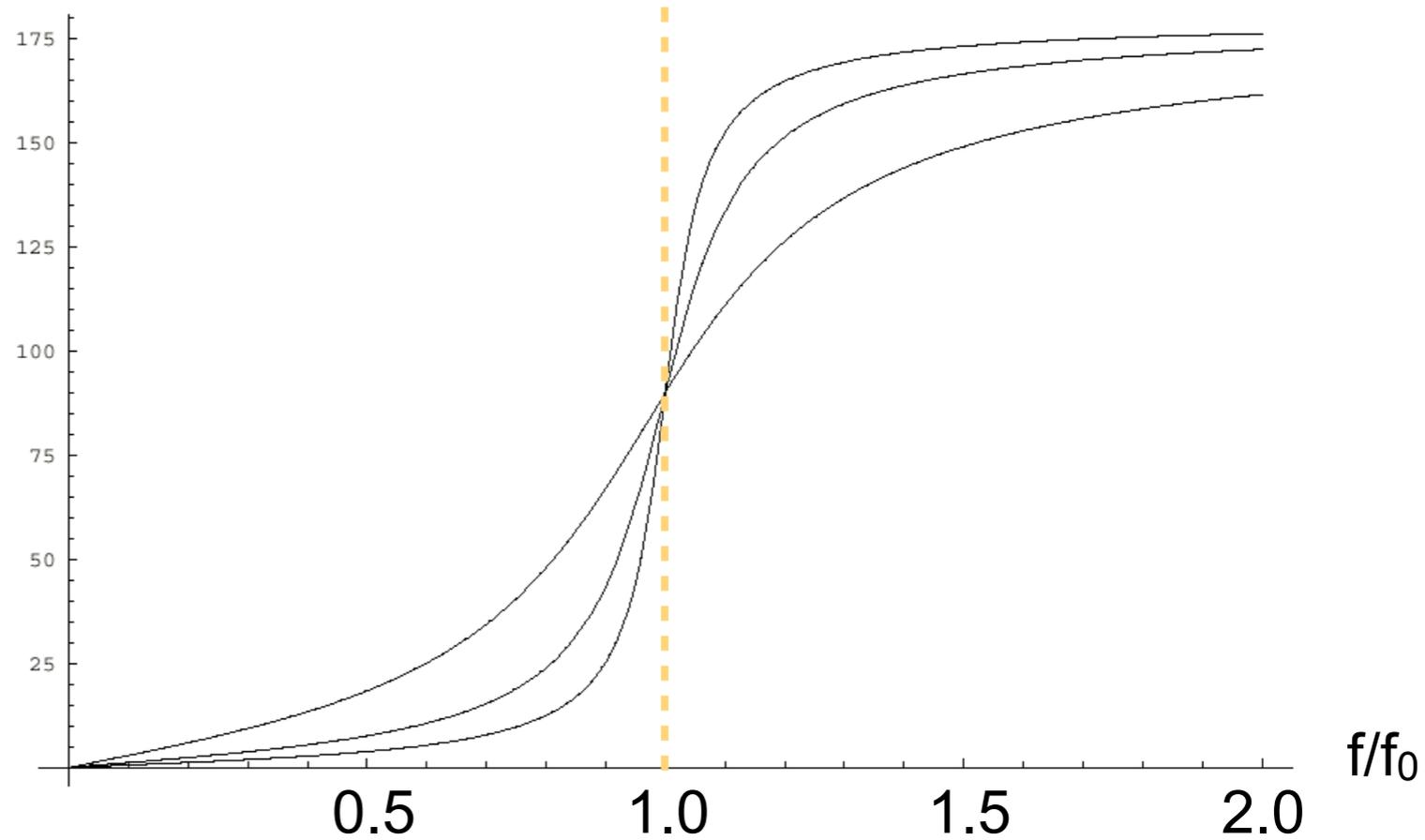


*"f" in Resonanzkurven ->*

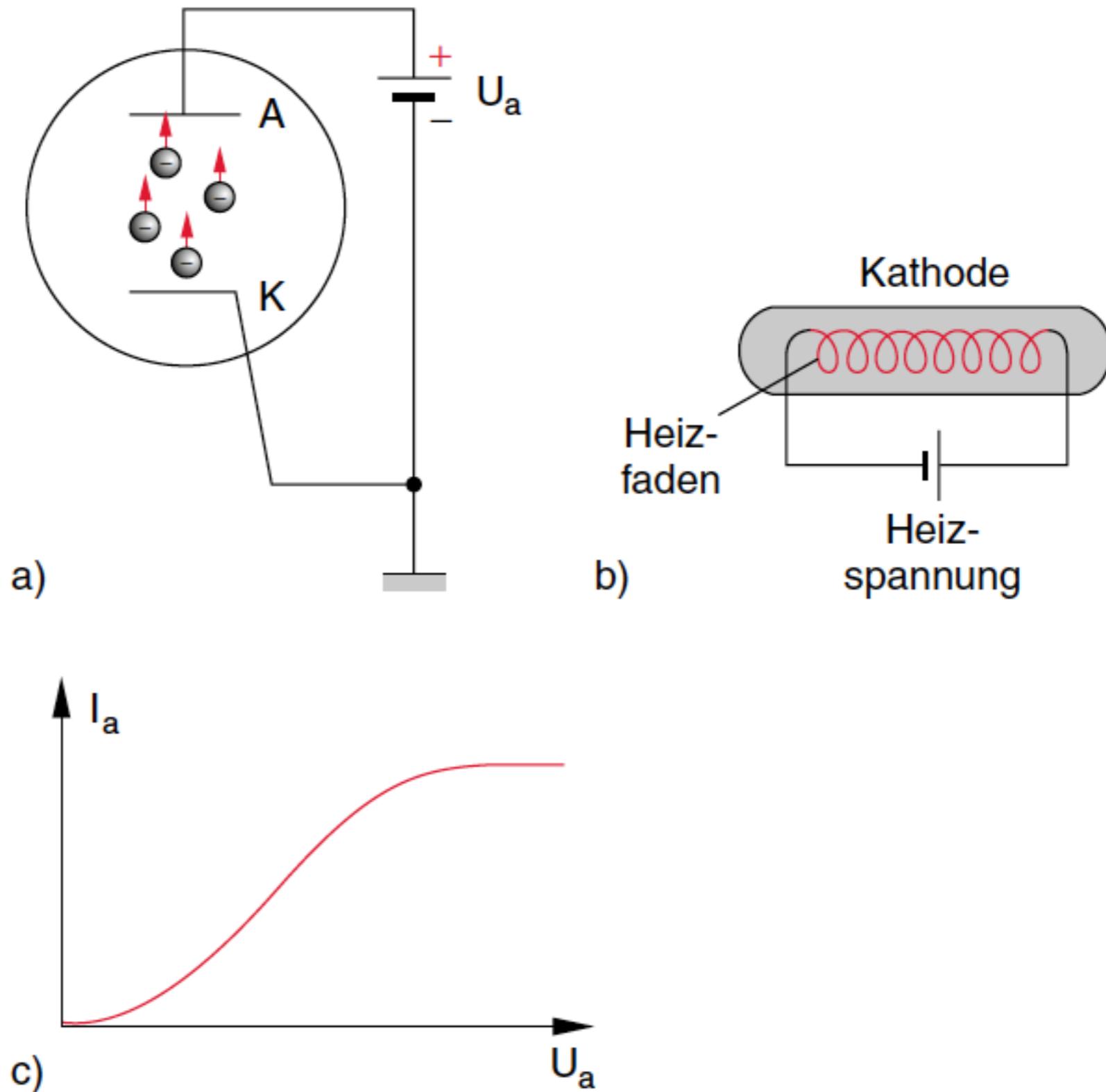
Amplitude



Phase

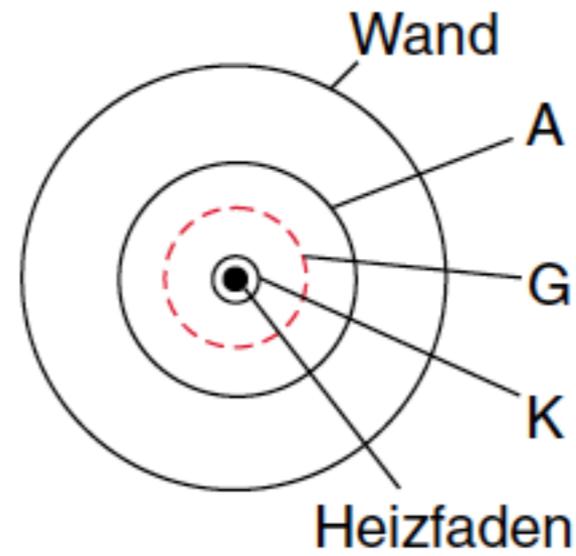
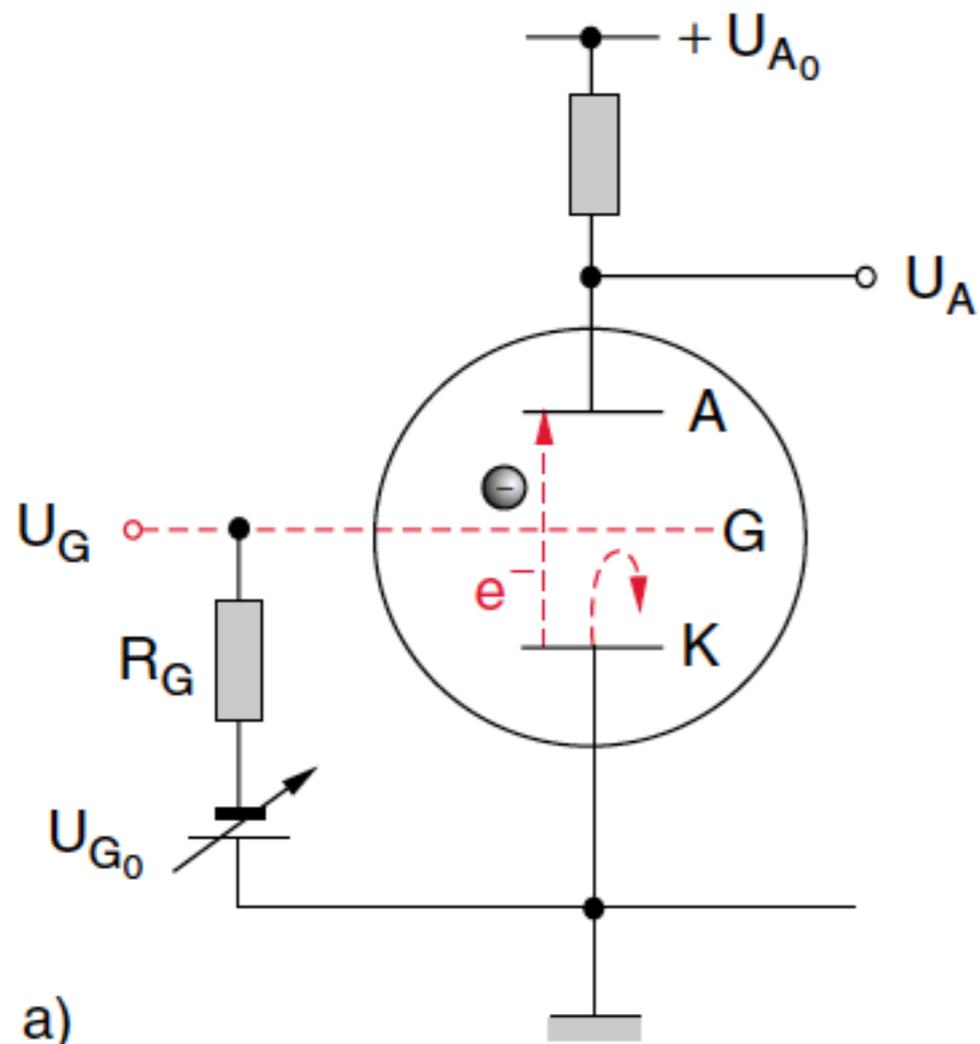


# Röhrendiode

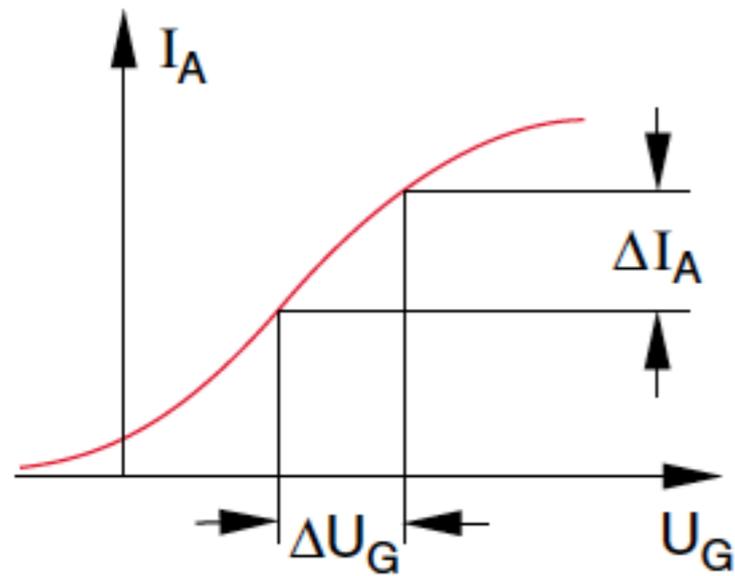


**Abb. 5.46a–c.** Vakuum-Diode. **(a)** Aufbau; **(b)** Glühkathode; **(c)** Strom-Spannungs-Charakteristik

# Röhrentriode



a)



b)

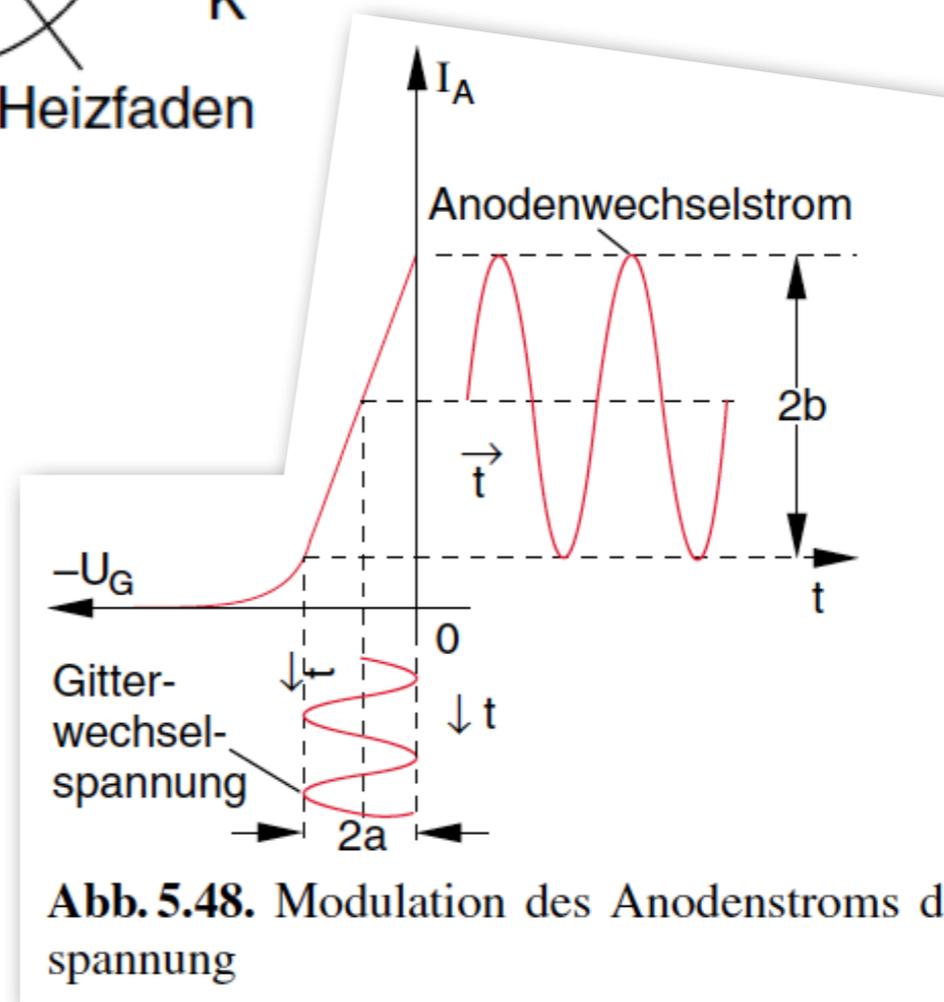
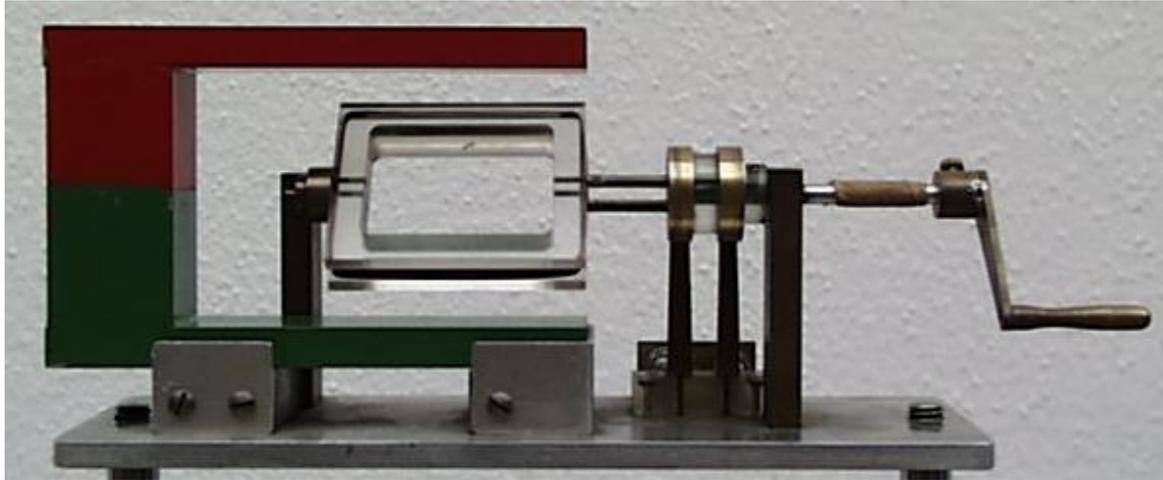


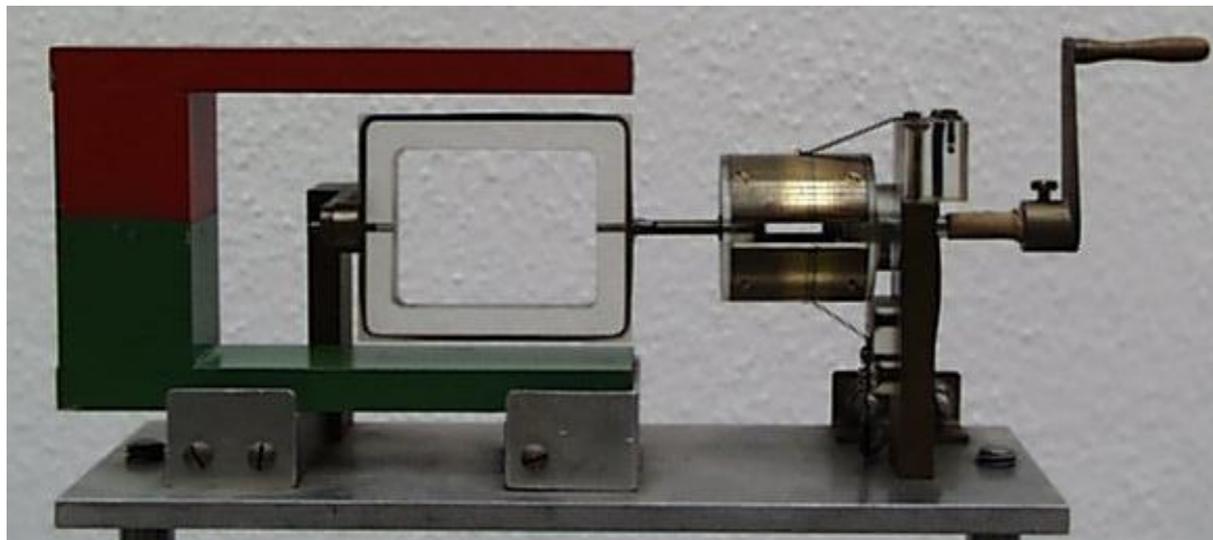
Abb. 5.48. Modulation des Anodenstroms durch die Gitterspannung

Abb. 5.47a,b. Triode. (a) Aufbau; (b) Einfluss der Gitterspannung auf den Anodenstrom

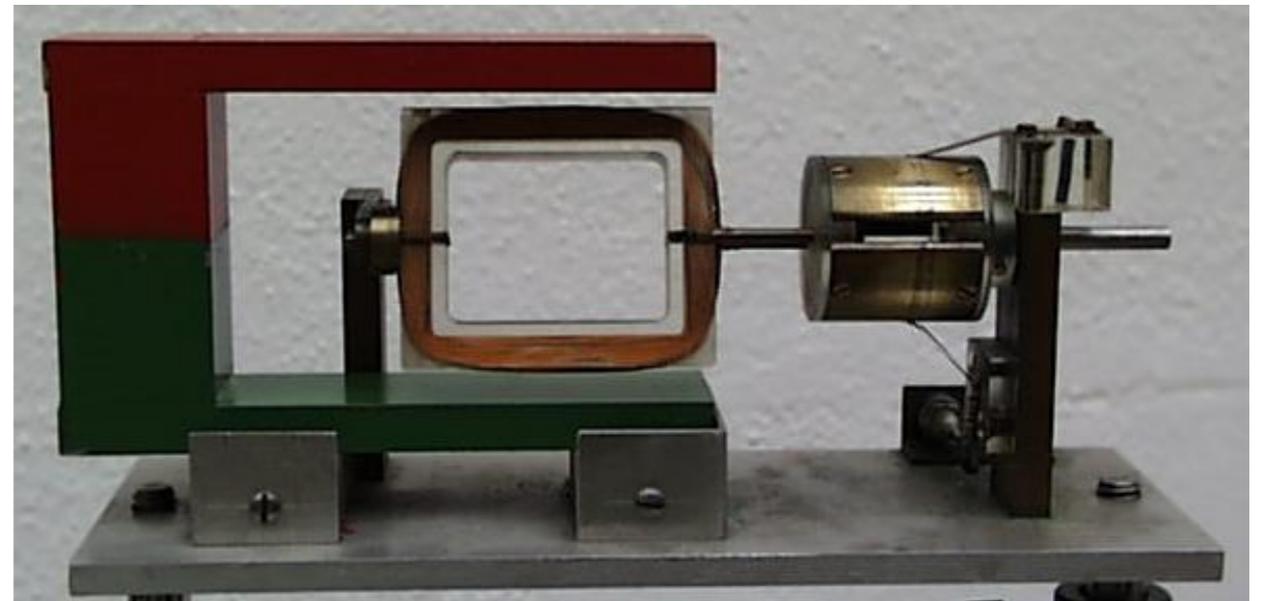
# Modelle für Motoren, Generatoren



(a) Wechselstromgenerator

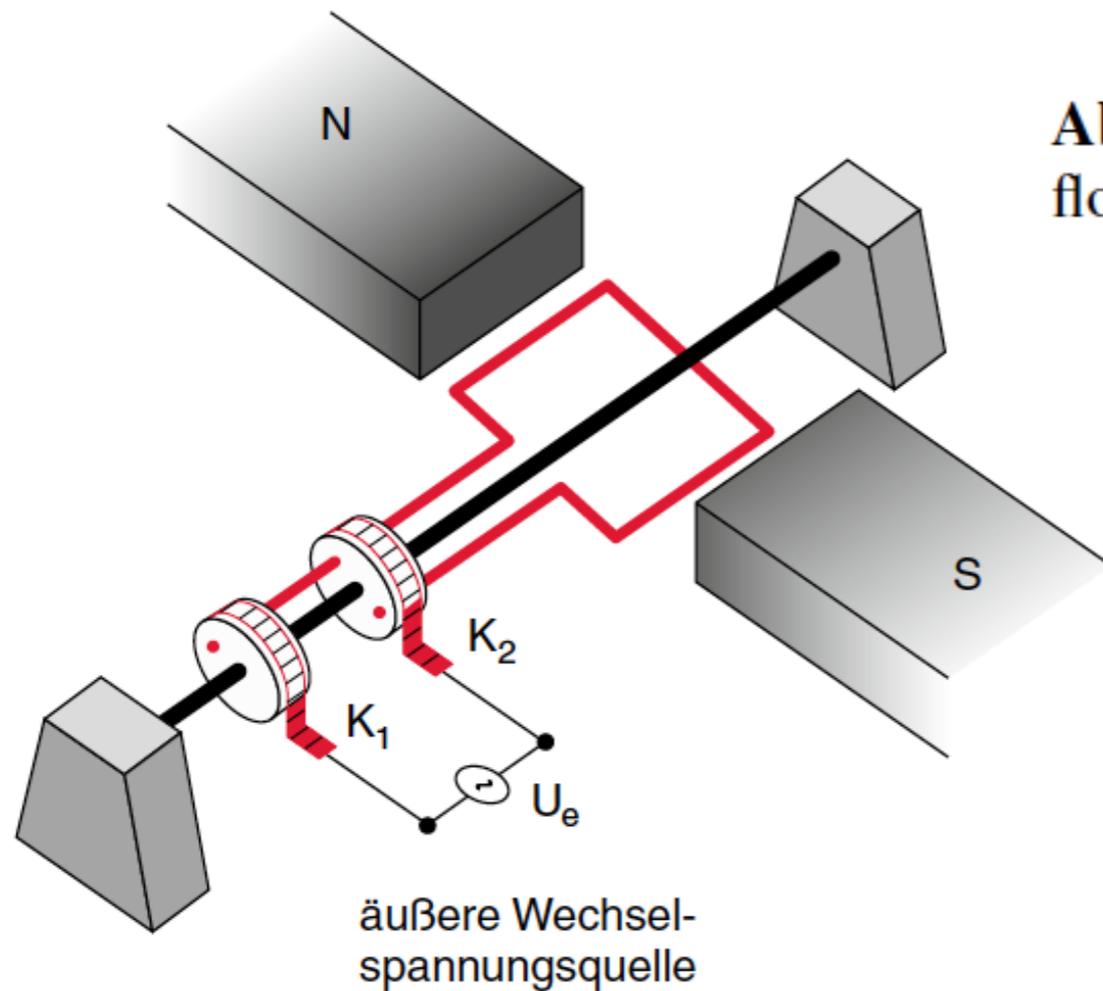


(b) Gleichstromgenerator

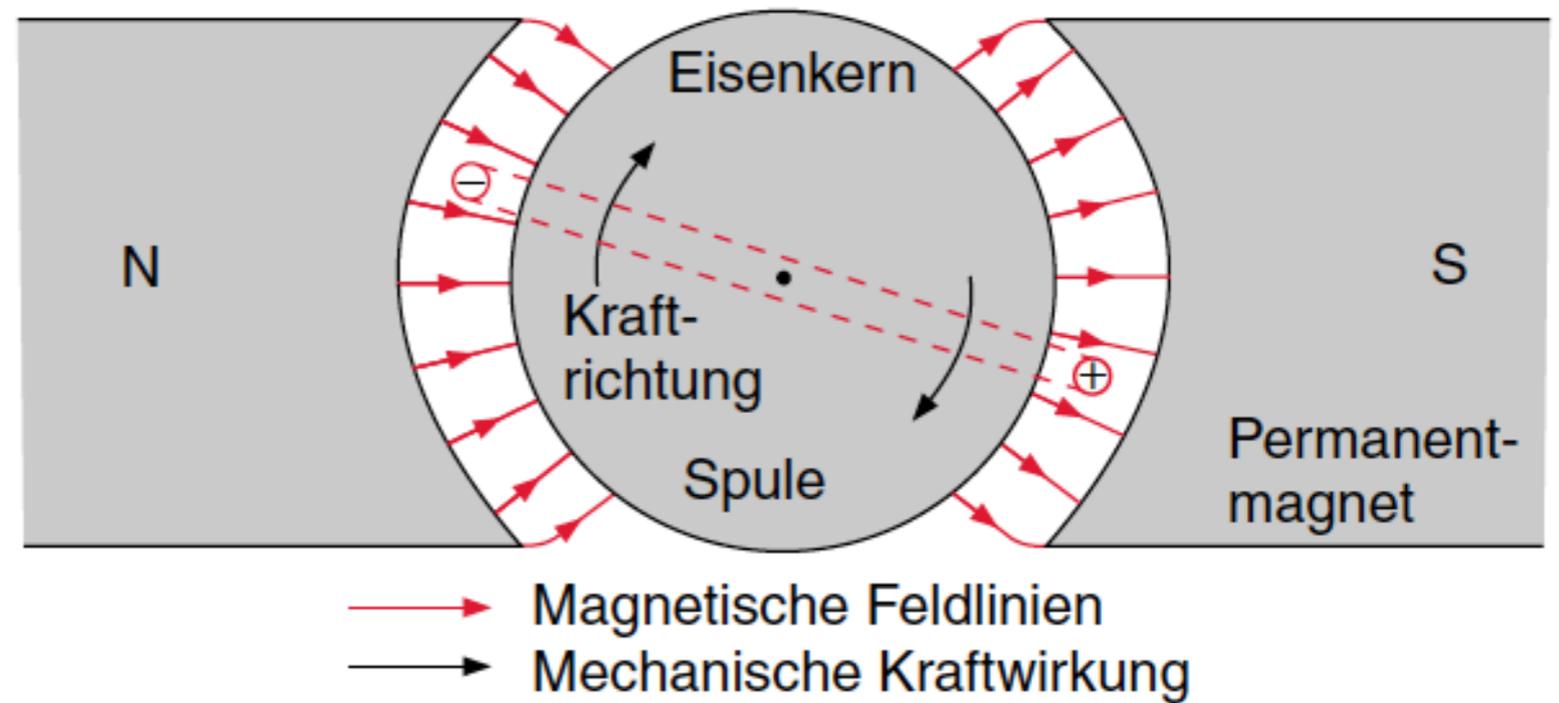


(c) Gleichstrommotor

# Elektromotor

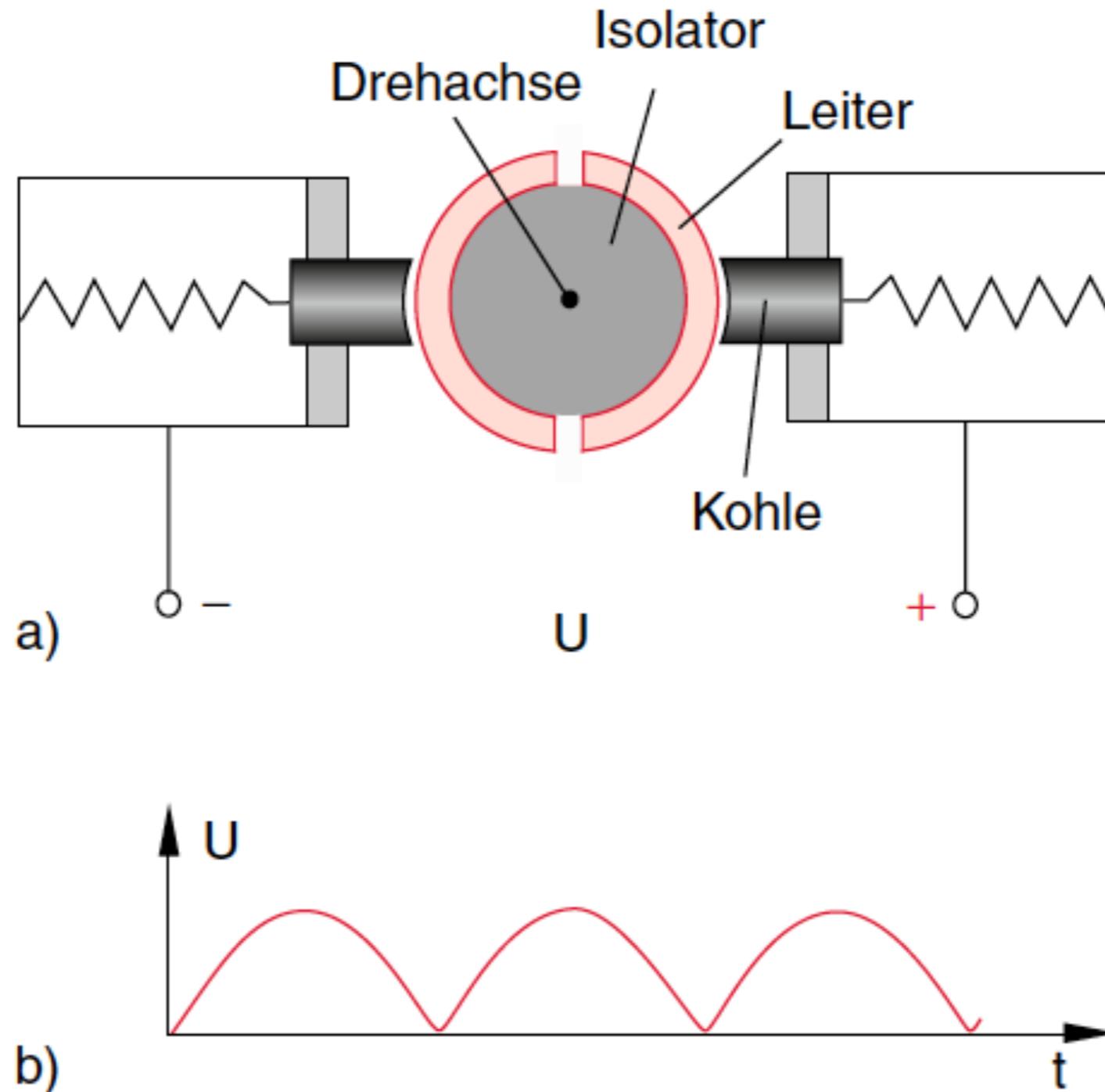


**Abb. 5.1.** Einfaches Modell eines Wechselstromsynchronmotors mit einer drehbaren Spule



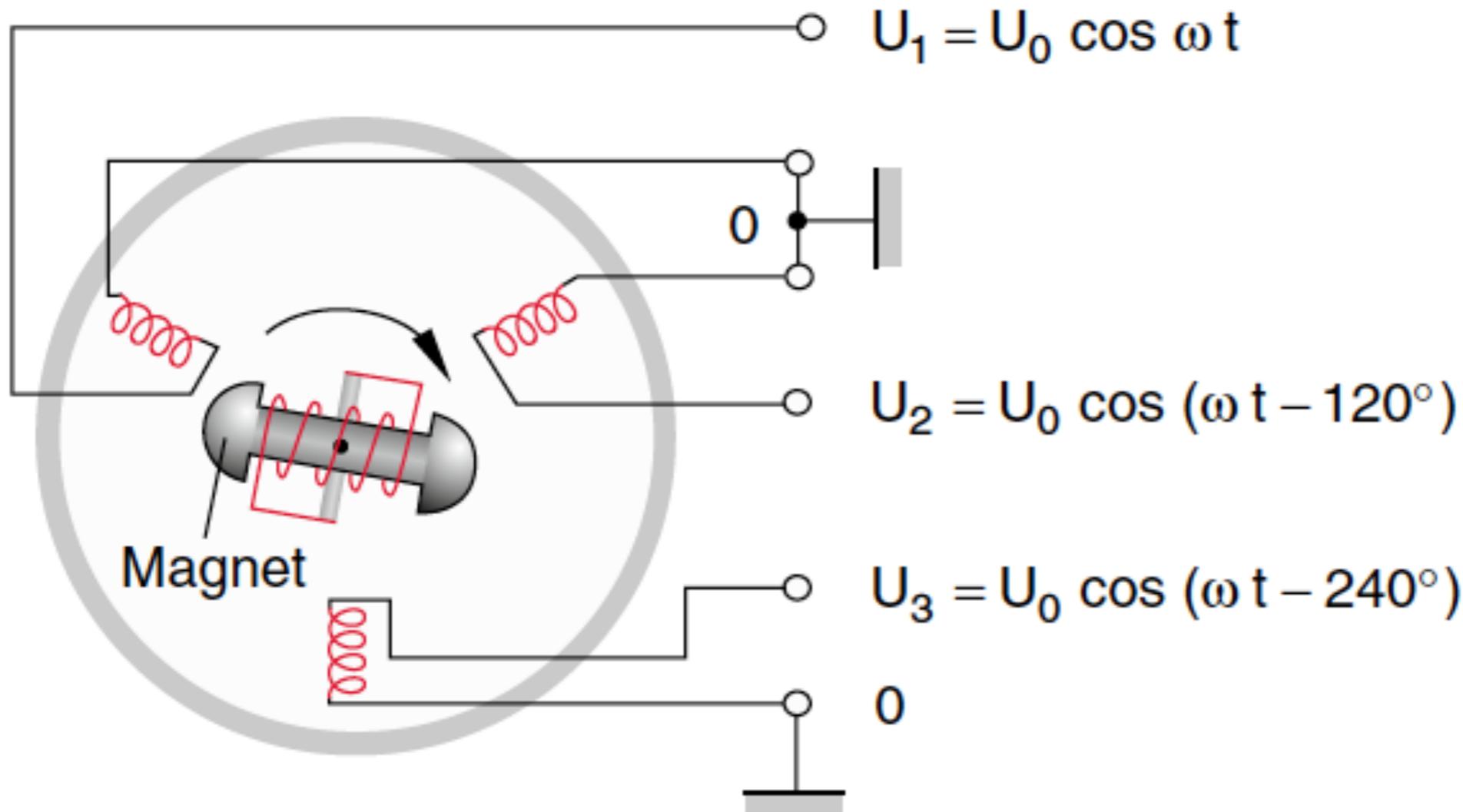
**Abb. 5.3.** Verstärkung der Kraftwirkung auf eine stromdurchflossene Leiterschleife durch ein starkes radiales Magnetfeld

# Generator



**Abb. 5.2.** (a) Zweiteiliger Kommutator mit Schleifkontakten eines Gleichstromgenerators bzw. Motors mit nur einer Spule; (b) pulsierende Gleichspannung bei nur einer sich drehenden Spule

# Dreiphasenstrom



**Abb. 5.15.** Erzeugung von drei gegeneinander um  $120^\circ$  phasenverschobenen Wechselspannungen mit gemeinsamen Bezugspol 0

# Dreiphasenstrom: Dreieck- und Sternschaltung

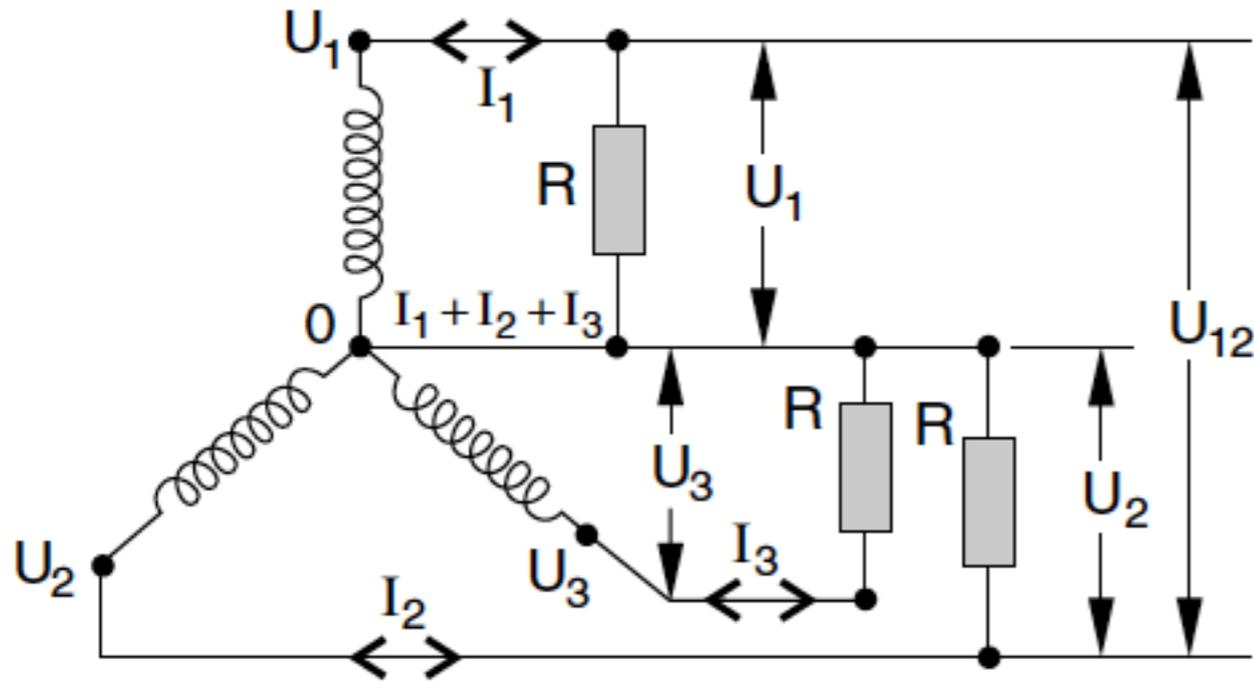


Abb. 5.16. Sternschaltung des Drehstroms

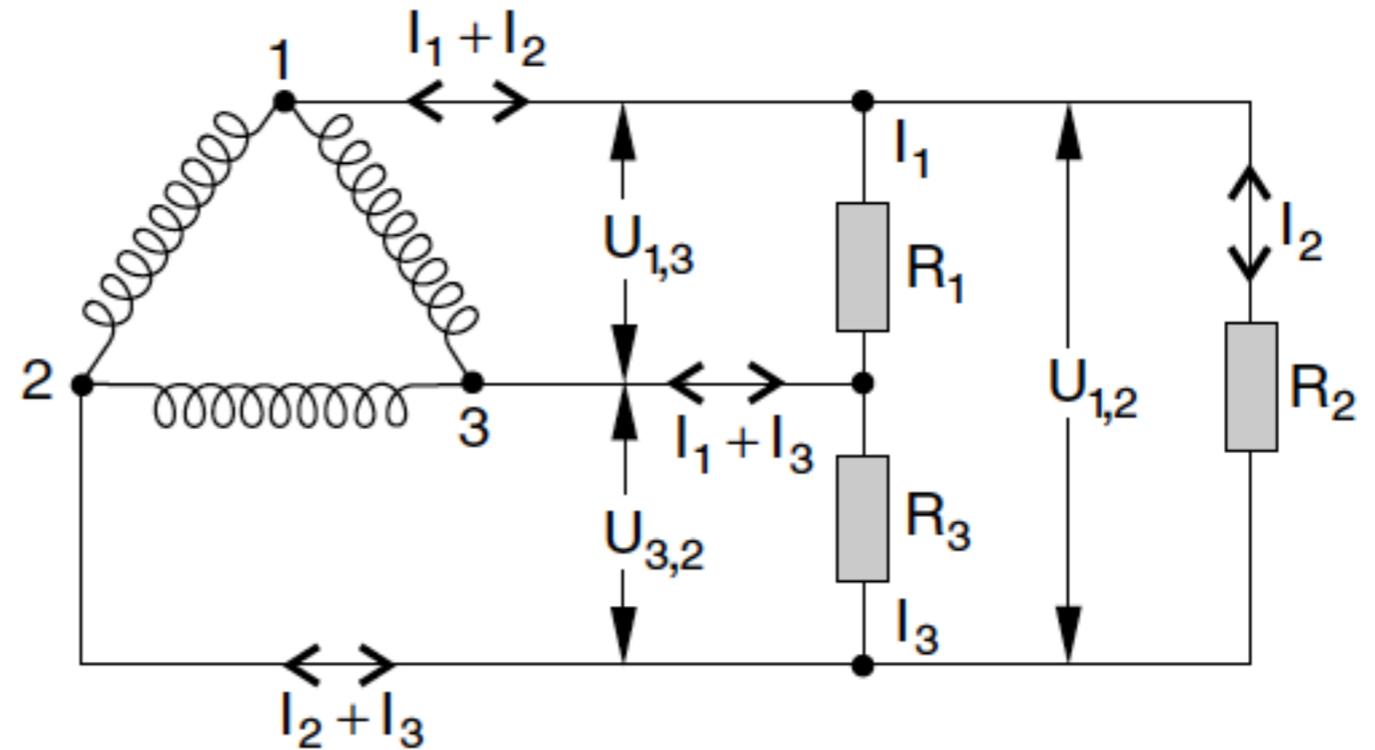
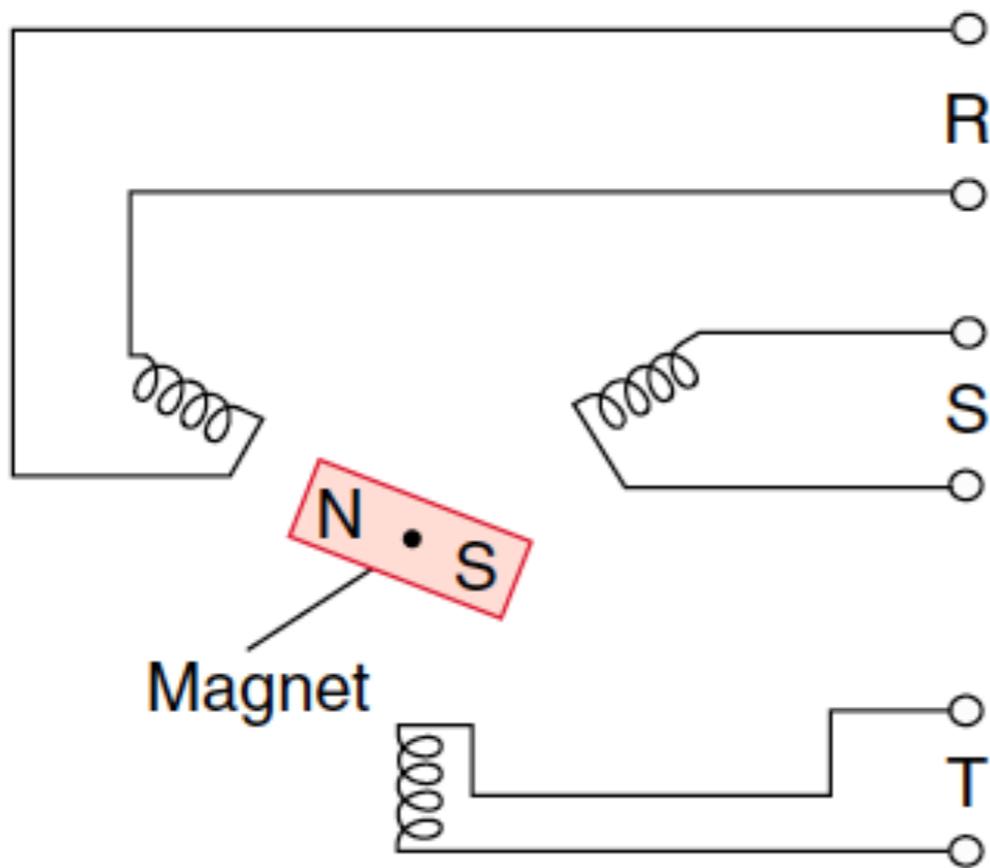


Abb. 5.18. Dreieckschaltung für Drehstrom

# magn. Drehfeld



**Abb. 5.19.** Demonstration des magnetischen Drehfeldes des Drehstroms

## Math. Einschub: Vektoranalysis

Erinnerung  $\operatorname{div} \vec{a} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$

$$= \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

„ $\Sigma$  der part. Abl. der Raumkomp. nach ihren jew. Koord.“

neue Operation: „Rotation“-bildung

$$\operatorname{rot} \vec{a} = \vec{\nabla} \times \vec{a} = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} \\ \frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} \\ \frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Beispiel  $\vec{a} = a \cdot \frac{\vec{n}}{r^3} \Rightarrow$  sofort:  $\operatorname{rot} \vec{a} = 0$

Zusf. der Nabla-Operationen:

$$\begin{aligned} \operatorname{grad} f &= \vec{\nabla} f \\ \operatorname{div} \vec{a} &= \vec{\nabla} \cdot \vec{a} \\ \operatorname{rot} \vec{a} &= \vec{\nabla} \times \vec{a} \end{aligned}$$

Nützl. Beziehungen:

$$\operatorname{rot} \operatorname{grad} f = \nabla \times (\nabla f) = (\nabla \times \nabla) f$$

$= 0$   
Gradient einer skalaren Funktion,  $\rightarrow$  Potential ...

Rotation eines Gradientenfeldes verschwindet, Feld ist wirbelfrei

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{a} = \nabla \cdot (\nabla \times \vec{a})$$

$$= \vec{a} \cdot (\nabla \times \nabla) = 0$$

Divergenz eines Wirbelfeldes verschwindet

Herleitungen zur Vektoranalysis,  
Gauß'schem Satz, Stokes'schem Satz:  
Lehrb. der Math. u./o. Hänzel/Neumann  
"Physik" Bd 2  
Spektrum

Gauß'scher Satz  $\int_V \operatorname{div} \vec{A} \, dV = \int_A \vec{A} \, d\vec{A}$

Stokes'scher Satz  $\int_A \operatorname{rot} \vec{A} \, d\vec{A} = \oint_C \vec{A} \, d\vec{s}$

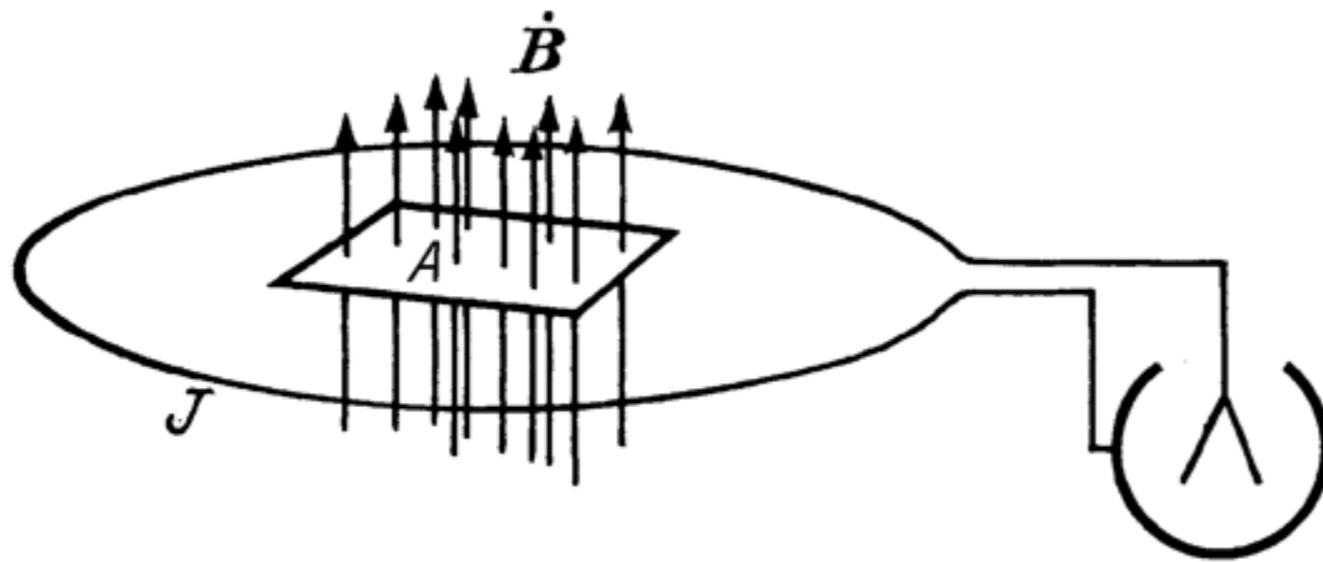
$\vec{A}$  Vektorfeld

# Induktion vertieft – 1 [Lüders, Pohl]

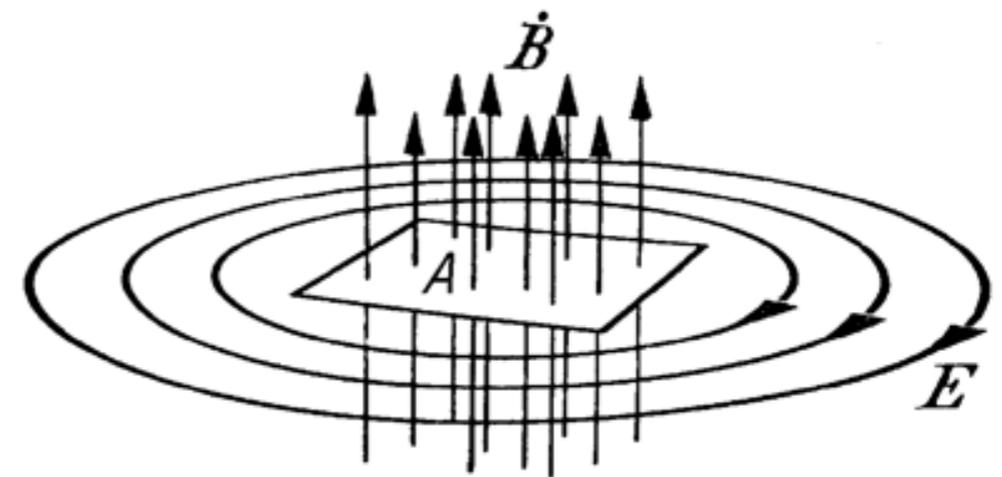
Dann beobachtet man an den Enden der Drahtschleife die induzierte Spannung (ohne Berücksichtigung des Vorzeichens)

$$U = \dot{B} A.$$

Gl. (75) v. S. 73



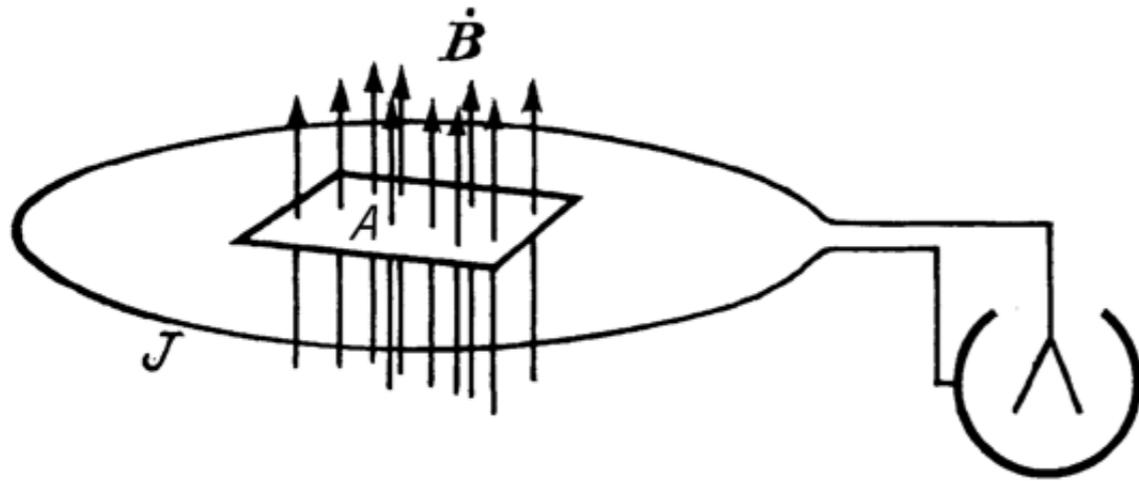
**Abb. 144.** Schema eines Induktionsversuches mit einer Induktionsspule mit nur einer Windung ( $N_J = 1$ ). Das Vektorfeld  $\dot{\vec{B}}$  ist die zeitliche Ableitung des Vektorfeldes  $\vec{B}$ .



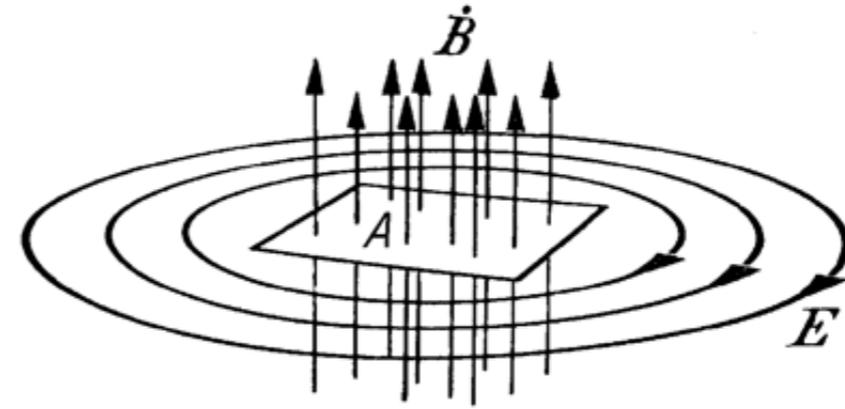
**Abb. 145.** Zur vertieften Deutung des Induktionsvorganges. Positive Richtung von  $\vec{E}$  von + nach – gezählt.

Dieser experimentelle Befund wird nun in vertiefter Auffassung folgendermaßen gedeutet: *Der Leiter, die Drahtwindung, ist etwas ganz Unerhebliches und Nebensächliches. Der eigentliche Vorgang ist von der zufälligen Anwesenheit der Drahtwindung ganz unabhängig. Er besteht im Auftreten geschlossener elektrischer Feldlinien rings um das sich ändernde Magnetfeld herum (Abb. 145).*<sup>K1</sup>

## Induktion vertieft – 2 [Lüders, Pohl]



**Abb. 144.** Schema eines Induktionsversuches mit einer Induktionsspule mit nur einer Windung ( $N_J = 1$ ). Das Vektorfeld  $\dot{\mathbf{B}}$  ist die zeitliche Ableitung des Vektorfeldes  $\mathbf{B}$ .



**Abb. 145.** Zur vertieften Deutung des Induktionsvorganges. Positive Richtung von  $\mathbf{E}$  von + nach – gezählt.

Dieser experimentelle Befund wird nun in vertiefter Auffassung folgendermaßen gedeutet: *Der Leiter, die Drahtwindung, ist etwas ganz Unerhebliches und Nebensächliches. Der eigentliche Vorgang ist von der zufälligen Anwesenheit der Drahtwindung ganz unabhängig. Er besteht im Auftreten geschlossener elektrischer Feldlinien rings um das sich ändernde Magnetfeld herum* (Abb. 145).<sup>K1</sup>

In sich geschlossene elektrische Feldlinien sind etwas gänzlich Neues und Unerwartetes. Bisher kannten wir nur elektrische Feldlinien mit Enden. An den Enden saßen elektrische Ladungen.

Weiter heißt es dann in der vertieften Auffassung: *Die Drahtwindung ist lediglich der Indikator zum Nachweis des elektrischen Feldes.* Er misst längs seines Weges das Linienintegral des elektrischen Feldes  $\mathbf{E}$ , also die induzierte Spannung  $U = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$ .