

Klassische Physik 2

Elektrodynamik

SS2013

Johannes Blümer

V05 30. April

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA



Grundkonzepte der Elektrostatik

(punktförmige) Ladungen und Kräfte; Coulombgesetz;
elektrisches Feld, Feldlinien, Probeladung: Demonstrationen;
Coulombkräfte und Lorentzkräfte;
el. Feldstärke, el. Fluss, "Flussregel";
Spannung und Potential
Vektoranalysis

Poisson-Gleichung

Ladungsverteilungen, praktische Feldberechnungen

frühe Anwendung auf Atomphysik und Kernspaltung

Kapazität, Kondensator

Dielektrika

Dipole

Klausurtermin

Woche von
12. August

post-Vorlesung:
14.8. 11-13 Uhr!

Poisson-Gleichung

1) $\Phi = \int \vec{E} dA$
el. Fluss durch Fläche A

2) $\Phi = Q / \epsilon_0$
Flussregel

3) $\vec{E} = -\text{grad } U$
Feld - Potential

$$\text{grad } G = \vec{\nabla} G$$

$$\text{div } \vec{F} = \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \quad \text{Skalarprodukt}$$

$$\text{rot } \vec{F} = \vec{\nabla} \times \vec{F} \quad \text{Vektorprodukt}$$

→ Gauß'scher Satz →

$$\Delta U = -\frac{1}{\epsilon_0} \rho(r)$$

$$\oint_A \vec{E} d\vec{A} = \int_V \underbrace{\text{div } \vec{E}}_{Q \text{ in } V} dV = \underbrace{\Phi}_{(1)} = \frac{1}{\epsilon_0} \underbrace{Q}_{(2)} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \underbrace{\rho}_{\rho \text{ Ladungsdichte}} dV$$

vgl. 1 $\Rightarrow$ $\boxed{\text{div } \vec{E} = \rho / \epsilon_0}$ - "differentielle Flussregel" vgl. 1)

3)

div grad $U(\vec{r}) = - \frac{1}{\epsilon_0} \rho(\vec{r})$

z (13) $\Delta U(\vec{r}) = - \frac{1}{\epsilon_0} \rho(\vec{r})$ Poisson-Gleichung

Lösung für $U(\vec{r})$ bei gegeb. $\rho(\vec{r})$:

„irgendeine“ Lösung + Randbedingung
 = einzige Lösung
 geschickt raten

Beispiele für Feldberechnungen

1) Punktladung : $\phi = \oint_A \vec{E} d\vec{A} = 4\pi r^2 \cdot E$, $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2}$

2) homogen geladene Kugel mit Radius R

$$\rho(r) = \text{konst} \equiv \rho \quad \text{für } r < R$$

Gesamtladung = $Q = \frac{4}{3} \pi r^3 \cdot \rho$ innerhalb r

$$E(r) = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \underline{r} \quad r < R \quad (A_2), \text{ innen}$$

$$E(r) = \frac{4}{3} \pi \frac{\rho R^3}{4\pi\epsilon_0} \cdot \underline{\frac{1}{r^2}} \quad (A_1), \text{ aussen}$$

$$U(r) = -\frac{\rho}{6\epsilon_0} r^2 + U(0) \quad r < R$$

$$U(r) = -\frac{4}{3} \pi R^3 \frac{\rho}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} + U(0) \quad r > R$$

3) gleichmäßig geladene Hohlkugel

im Inneren: kein Feld, da keine Ladungen

$$\oint_{\text{innen}} \vec{E} d\vec{A} = 0$$

außen: wie 2) oben

4) gleichmäßig geladener unendlich langer Draht
mit 1-dim Ladungsdichte λ [C/m]

Zylindersymmetrie $\rightarrow$ E-Feld radial

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(r)$$

gestrich. Zyl. um Draht legen $\rightarrow \phi = 2\pi r l \cdot E$
 $= \frac{Q}{\epsilon_0}$

Q : Ladung im Zyl: $Q = l \cdot \lambda$

$$\cdot \oint = 2\pi r \cdot \underline{l} E = \frac{Q}{\epsilon_0} = \underline{l} \lambda \frac{1}{\epsilon_0} \rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$$

integr. für $U(r) = - \int_0^r E(r') dr' = - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln r + U(0)$

5) el. Feld auf der Achse einer Ringladung

Skizze: Abstand $P - dq = r = (x^2 + R^2)^{1/2}$

" dq " verhält sich wie Punktladung im Abstand r

$$U(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{(x^2 + R^2)^{1/2}} \rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{(x^2 + R^2)^{1/2}}$$

jedes dq liefert den gleichen Beitrag, $\int dq = Q$

Test: $\perp$ sollte für $x \gg R$ wie Punktladung
sein $\hookrightarrow u(x \text{ groß}) \rightarrow \frac{Q}{x} \checkmark$

6) geladene Scheibe: aus Ringen aufbauen, s.o.

$$u(x) = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2} \left([x^2 + R^2]^{1/2} - x \right)$$

7) beliebige Metallkörper

Ladungen frei beweglich $\rightarrow$ Gleichgewichtszustand
 $\rightarrow$ keine restl. Kräfte $\rightarrow$ gleiches Potential
 $\rightarrow$ Äquipotentialfläche

Oberfläche: nur $E_{\perp} \neq 0$

$E_{\parallel} = 0$ sonst würden Ladungen fließen

8) hohle Metallkörper

Poisson-Gleichung $\Delta U = -\rho/\epsilon_0$

$$\rho = 0 \rightarrow \Delta U = 0$$

Wenn U nicht
max linear?

Randbedingung $E = 0$, s.o

$$\rightarrow U = \text{konst.}$$

Triviale Lösung ist die eindeutige Lösung, $E = 0$
im Inneren jedes leitenden Körpers
„Faraday-Käfig“

„Moderne“ Anwendungen

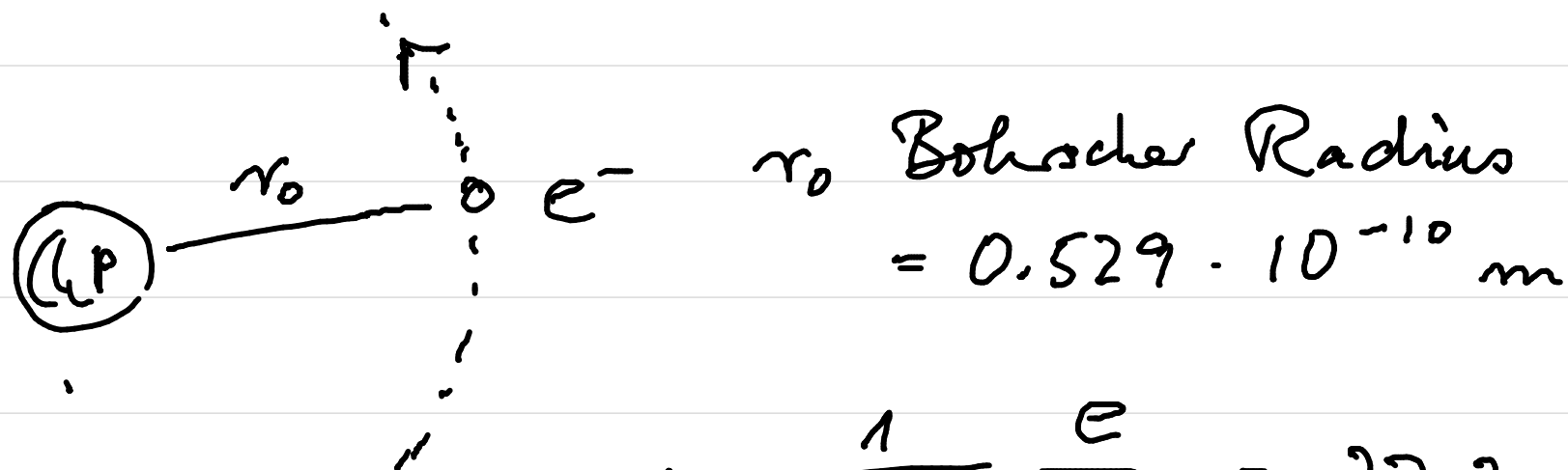
1. Atomphysik

2. Kernspaltung

Potentialbegriff $\rightarrow$ Ionisation von Wasserstoff
diskrete Energieniveaus von e^-
in Atomen

Fraunck-Hertz-Versuch $\leftrightarrow$ Emission von Spektrallinien
Licht mit best. $\lambda \rightarrow$

Wasserstoff ionisieren: e^- entfernen, d.h. nach $U=0$
bringen



r_0 Bohrscher Radius
 $= 0.529 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e}{r_0} = 27.2 \frac{\text{Nm}}{\text{C}} = 27.2 \text{ Volt}$$

= Potential des Protons im Abstand r_0
= Energiediff. zw. $r=r_0$ und $r \rightarrow \infty$

Verbesserung:

" e^- kreist um p "

Virialsatz! $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} E_{\text{ges}}$ für ein gebund. System

$$\hookrightarrow E_{\text{pot}} = 13.6 \text{ eV} - 27.2 \text{ eV} = -13.6 \text{ eV}$$

↑
Energie

↑
muss man aufwenden

= pot. Energie des e^- , wenn es
im Ruhezustand wäre