

Klassische Physik 2

Elektrodynamik

SS2013

Johannes Blümer

V16 02. Juli

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA



Zusammenfassung v15 vom 27. Juni 2013

Energie des Magnetfelds Die Herleitung kann mit Hilfe der Entladung eines Kondensators über einen Widerstand und eine Spule erfolgen. Die Energie im Magnetfeld einer Spule mit Induktivität L bei einem Strom I ist gleich

$$E_{\text{Spule}} = \frac{1}{2} L I^2 \quad (67)$$

Aus dem Volumen der Spule folgt die Energiedichte des Magnetfelds zu

$$w_{\text{mag}} = B^2 / (2\mu_0) \quad (68)$$

Diese Gleichung gilt auch für beliebige Magnetfelder.

RL-Stromkreis: Der Einschaltvorgang (Anlegen der Spannung U_0 zur Zeit $t = 0$ an die Serienschaltung von Widerstand R und Spule L führt zu einem Stromverlauf

$$I(t) = (U_0/R) \cdot (1 - \exp(-(R/L)t)) = I_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \quad (69)$$

mit $\tau = L/R$ als Zeitkonstante des RL -Kreises.

Erzeugung von Wechselstrom Gleichmässige Rotation (konstante Winkelgeschwindigkeit ω) einer Leiterschleife induziert eine sinusförmige Spannung.

Effektivwerte Strom oder Spannung können auf verschiedene Arten gemittelt werden:

- einfacher Mittelwert:

$$\langle U \rangle = \frac{\int_0^T U(t) dt}{\int_0^T dt} = 0 \quad (70)$$

- Gleichrichtwert: erst alles auf die positive Seite "umpolen", dann wird gemittelt:

$$\bar{U} = \frac{\int_0^T |U(t)| dt}{\int_0^T dt} = 0 \quad (71)$$

Für $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$ folgt dann $\bar{U} = \frac{2}{\pi} U_0 \approx 0.64 \cdot U_0$

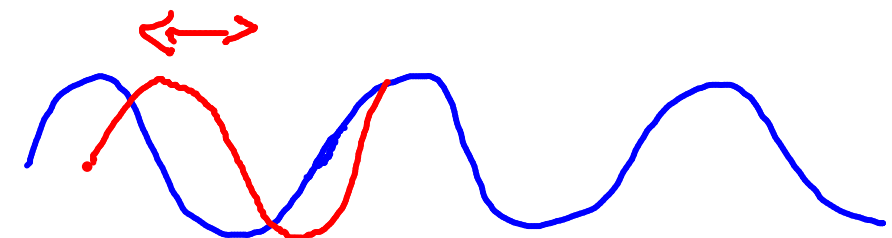
- Der *Effektivwert* ist für Anwendungen besonders wichtig: es wird so gemittelt, dass die gleiche Leistung wie bei einem Gleichstrom anfällt,

$$U_{\text{eff}}^2 = \frac{\int_0^T [U(t)]^2 dt}{\int_0^T dt} \quad (72)$$

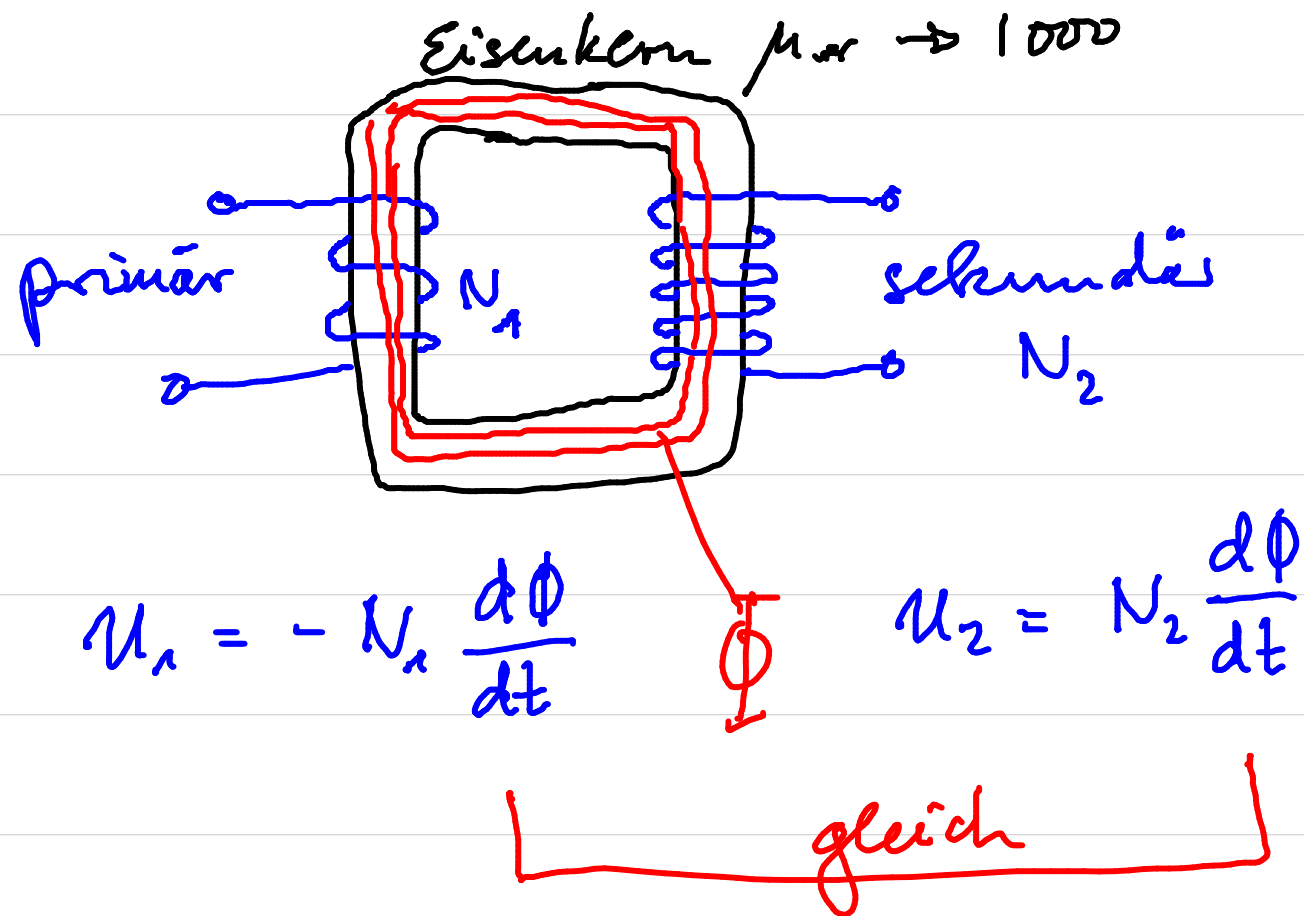
Für $U(t) = U_0 \sin(\omega t)$ folgt dann $U_{\text{eff}} = U_0 / \sqrt{2}$

↓ └─ Netzangabe

$$u(t) = u_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$



Übertragung el. Energie



Energieerhaltung

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \approx \frac{I_2}{I_1} = \tilde{u}$$

Indizes!

e-Schweißversuch $\tilde{u} \approx 200$

Übertragung el. Leistung über - lange Kabel
- ohmsche Widerstände

1. Trafo $U_2 = 40 \times U_0$

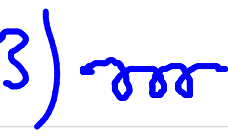
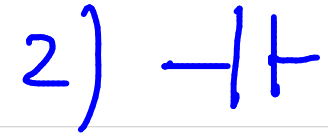
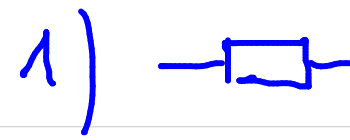
2. Trafo $U_2 = \frac{U_2}{40}$

I_{klein}

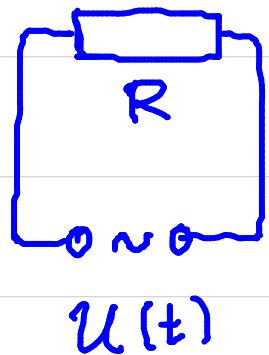
U_{Hoch}

Wirkungs-
grad $\rightarrow 98\%$

Wechselstromwiderstände



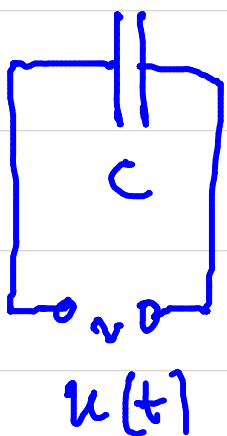
1) Ohmsche Widerstand: belässt rel. Phase von u, I



Wirkwiderstand: $R_w = R_\Omega = \frac{U}{I}$

$$= \frac{U_0 \sin(\omega t)}{I_0 \sin(\omega t + \phi)} = \frac{U_0}{I_0} = \frac{U_{\text{eff}}}{I_{\text{eff}}}$$

2) Kapazitive Blindwiderstand



$[R=0]$

[gleichstrom: nur "Ladestrom",
dann $I \rightarrow 0$, $Q = C \cdot U$]

Wechselspannung: ständiges Umladen

$$\underline{I(t)} = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt} (C \cdot u) = C \cdot \frac{du}{dt} = C \frac{d}{dt} (U_0 \sin \omega t)$$

$$= \omega C U_0 \cos \omega t = \omega C U_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)$$

$$I_{\text{eff}} = \omega C U_{\text{eff}}$$

$\underbrace{\quad}_{\substack{= \frac{1}{\omega C} \\ \text{"Widerstand" des} \\ \text{Kond.}}}$

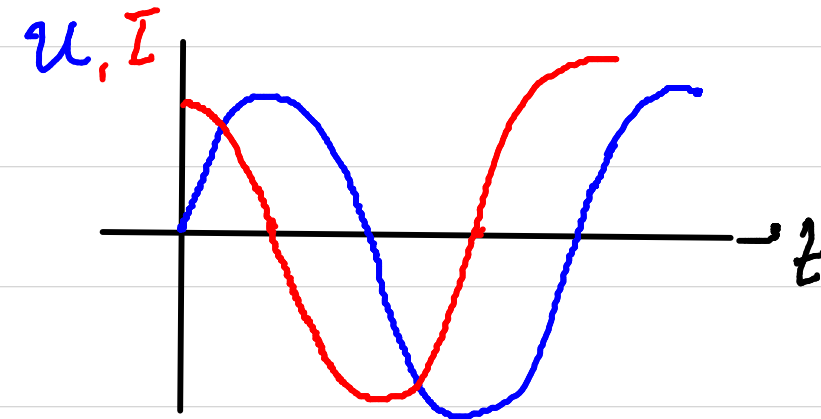
$$X_C = \frac{U_C}{I_C} = \frac{1}{\omega C} \text{ "kapazitiver Blindwiderstand"}$$

Phase $\frac{\pi}{2}$: Strom eilt der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ (90°) voraus.

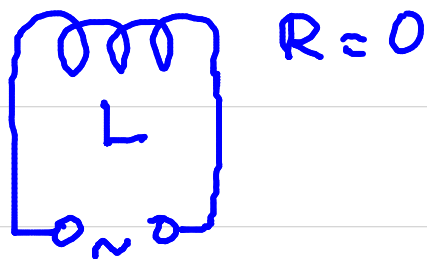
kapazitive Blindleistung: "P = U · I" zeitabhängig schreiben

$$P_C = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) \cdot I(t) dt$$

$$= \frac{U_0 I_0}{T} \int_0^T \sin \omega t \cdot \cos \omega t dt = 0$$



3) Induktiver Blindwiderstand



Induktion einer Gegenspannung
Lenz'sche Regel

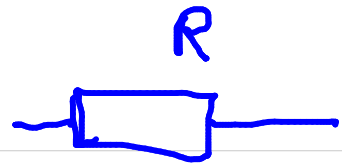
$$\begin{aligned} U_L &= L \cdot \frac{dI}{dt} = L \frac{d}{dt} I_0 \sin \omega t = \omega L I_0 \cos \omega t \\ &= \underbrace{\omega L I_0}_{X_L} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

$$U_{\text{eff}} = \omega L I_{\text{eff}}$$

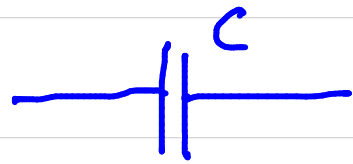
$$X_L = \frac{U}{I} = \omega L \text{ „indukt. Blindwiderstand“}$$

Phase: Spannung eilt dem Strom um $\frac{\pi}{2}$ (90°) voraus.

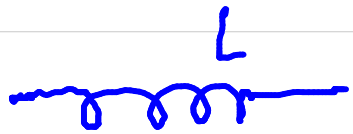
induktive Blindleistung: $P_L = 0$ wie bei 2)



R_{Ω} : frequenzunabhängig



$X_C = \frac{1}{\omega C} \rightarrow 0$ für hohe Frequenzen
 $\rightarrow \infty$ niedr.



$X_L = \omega L \rightarrow \infty$ — " —
 $\rightarrow 0$ niedr.

- " Kondensator läßt hohe Freq. durch "
- " blockiert Gleichstrom "
- " Spule läßt Gleichstrom durch "
- " blockiert hohe Freq. "

↗ U, I mit $\pm 90^\circ$ Phase

allg. Fall : muss phasenverschobene Ströme, Spannungen addieren

Zeigerdiagramm

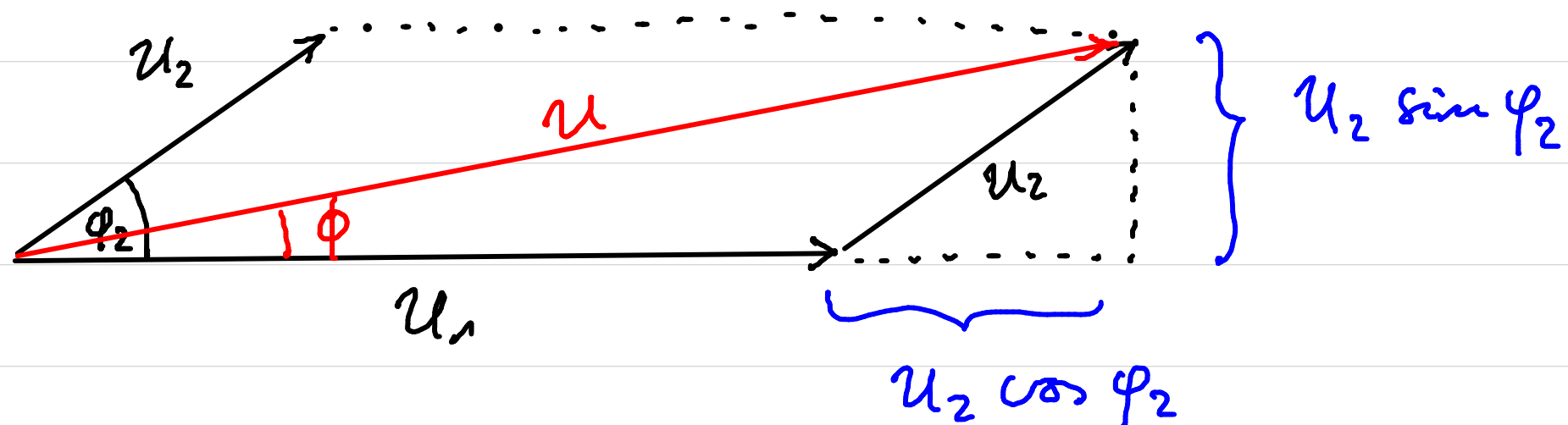
einfacher Fall m. 2 Komponenten:

$$+ \begin{cases} u_1(t) = U_{10} \cdot \sin \omega t \\ u_2(t) = U_{20} \cdot \sin(\omega t + \varphi_2) \end{cases} \quad \varphi_1 = 0; \quad \begin{aligned} u_1 &= u_{1\text{eff}} \\ u_2 &= u_{2\text{eff}} \end{aligned}$$

$$\rightarrow u(t) = u_1(t) + u_2(t) = \underline{U_0} \cdot \sin(\omega t + \underline{\phi})$$

? ✓ ?

u, I als zeitabhängige komplexe Zahlen darstellen
und wie Vektoren addieren



$$U = [U_{eff}] = \left(U_1^2 + U_2^2 + 2U_1U_2 \cos \varphi_2 \right)^{1/2}$$

∴ wg $U^2 = (U_1 + U_2 \cos \varphi_2)^2 + (U_2 \sin \varphi_2)^2$

$$U_0 = \sqrt{2} U$$

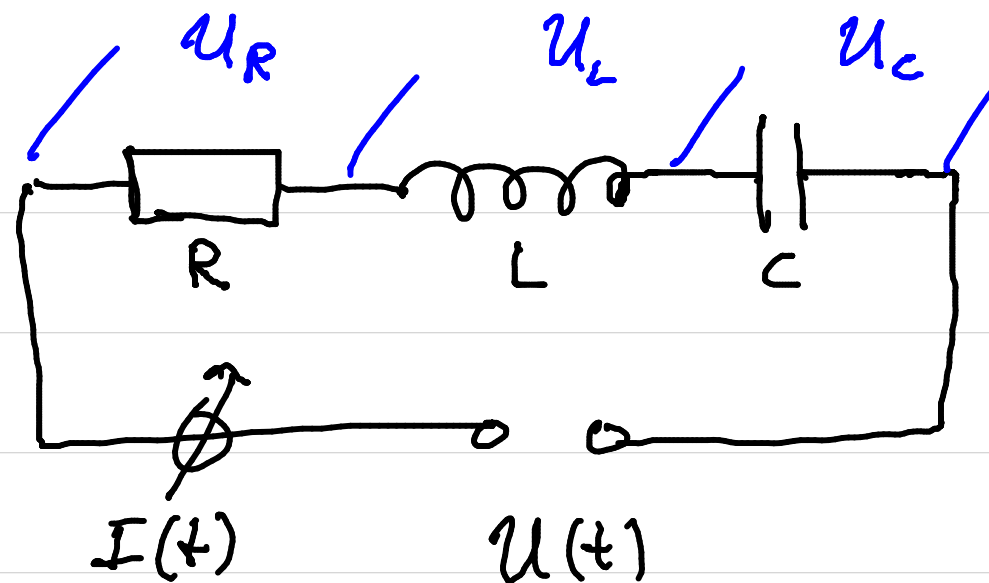
$$\tan \phi = \frac{U_2 \sin \varphi_2}{U_1 + U_2 \cos \varphi_2}$$

} ✓ vgl Ansatz

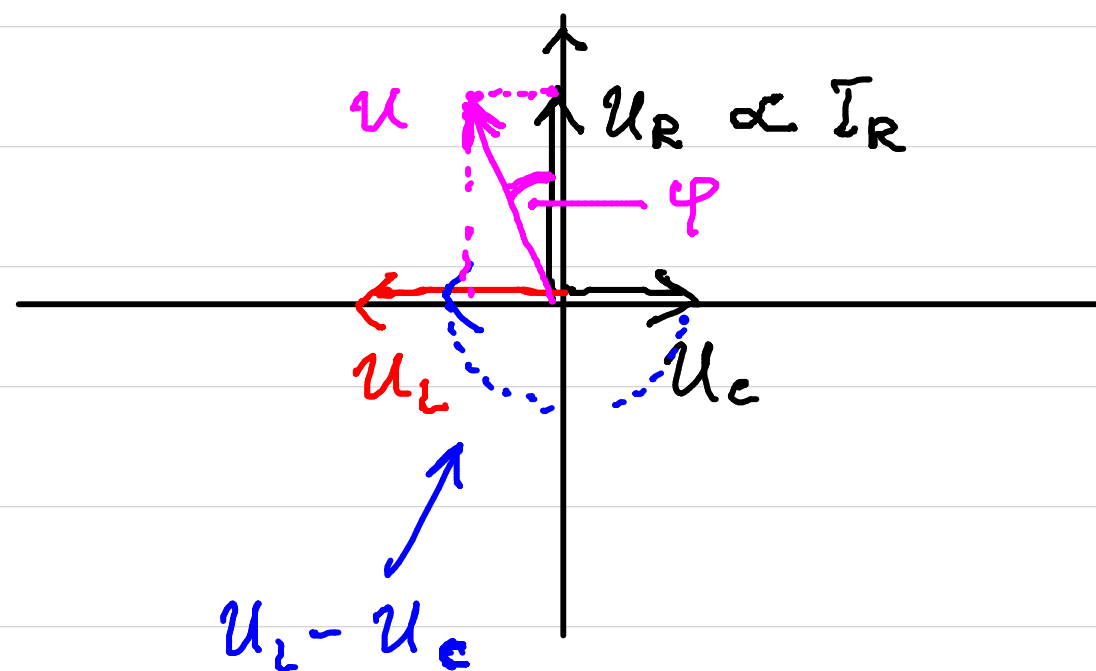
Schaltungen von Wechselstromwiderständen

$\frac{\text{gesamtspannung}}{\text{gesamtstrom}} = \text{"Scheinwiderstand, Impedanz"} : Z = \frac{U_{ges}}{I_{ges}}$

Reihenschaltung:



Teilspannungen U_R , U_L , U_C phasenrichtig addieren
 $I(t)$ überall gleich!



$$U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2$$

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

$$= I \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

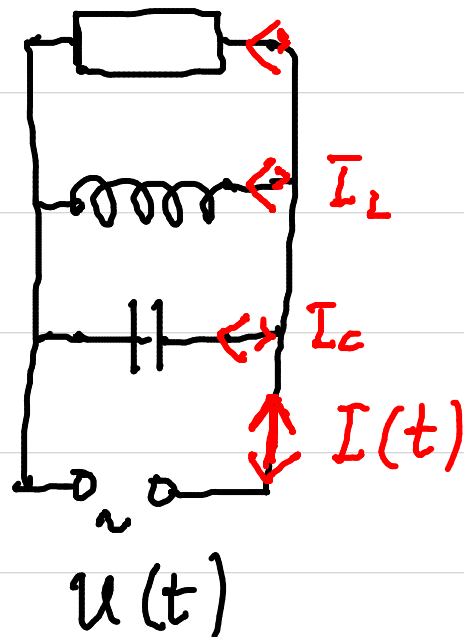
→ Scheinwiderstand der Reihenschaltung ist also

$$Z = \frac{U_{\text{ges}}}{I_{\text{ges}}} = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \text{mit Blindwiderstand}$$

$$X = X_L - X_C$$

Phasenbeziehung: $\tan \varphi = \frac{X}{R} = \omega L - \frac{1}{\omega C}$

Parallelschaltung



Strom teilt sich auf!

Spannung ist gleich an allen Elementen

$$I^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2$$



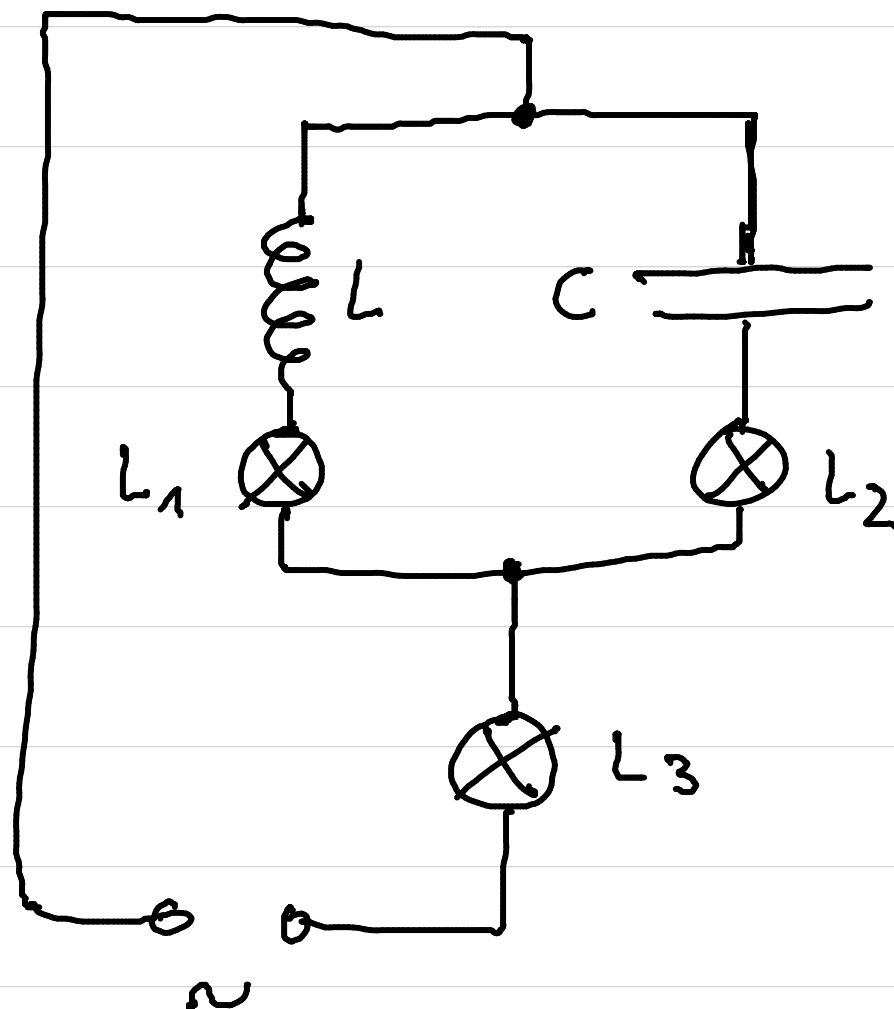
180°

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = U \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

$$I = Y \cdot U \text{ mit Scheinleitwert } Y = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2}$$

Z, Y hängen von den Bauteileigenschaften R, C, L und von der Frequenz ab!

VERSUCH



$u(t), I(t)$ ω variieren!

L_1, L_2, L_3 ohm'sche Widerstände

	L_1	L_2	L_3
ω klein	✓	—	✓
ω resonant	✓	✓	—
ω hoch	—	✓	✓