Karlsruher Institut für Technologie

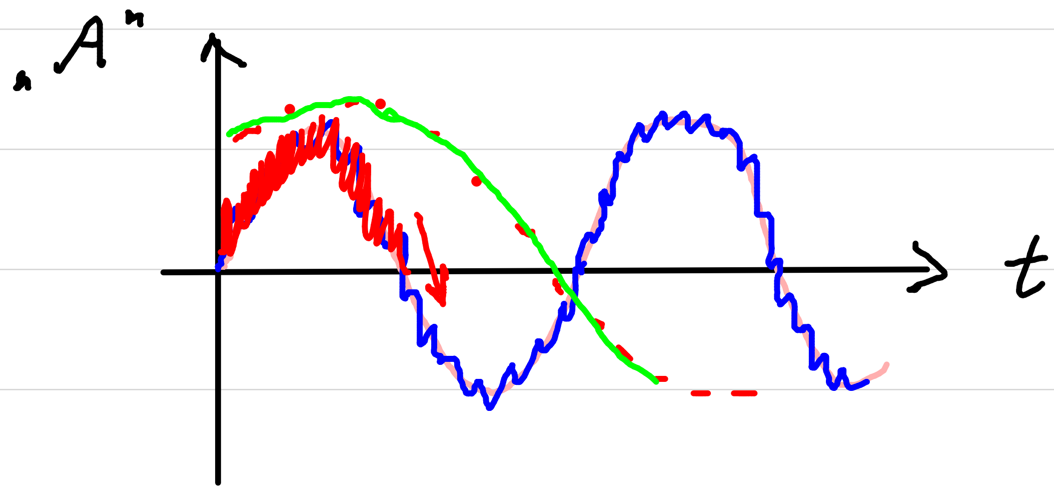
Klassische Physik 2 Elektrodynamik SS2013

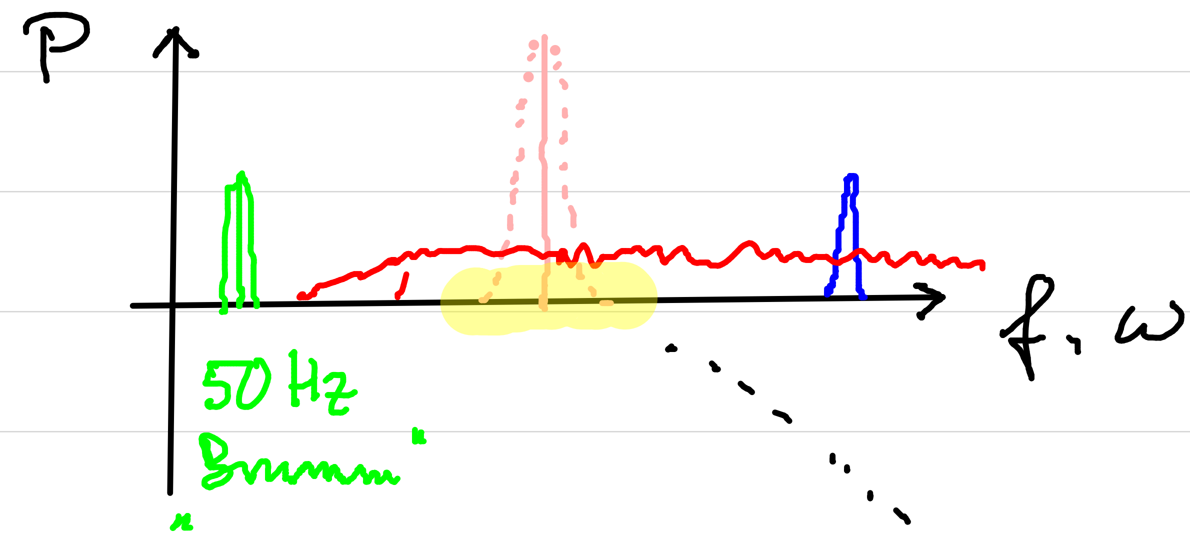
Johannes Blümer

V17 04. Juli

KIT-Centrum Elementarteilchen- und Astroteilchenphysik KCETA

Filterelemente [→ Vierpole]





Zeitdomäne ← FT → Frequenzdomäne

Graphiken „7.43 a – d"

a) Tiefpass

b) Hochpass

c, d) Frequenzband wird durchgelassen, gesperrt

Resonanz

Reihenresonanz $Z_R = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \longrightarrow$ min.

Parallelresonanz $Y_P = \sqrt{G^2 + (B_C - B_L)^2} \longrightarrow$ ~~max.~~ min

Extremwerte treten für $X_L - X_C = 0 = \omega L - \frac{1}{\omega C} \rightarrow \omega^2 LC = 1$

$B_C - B_L = 0 = \omega C - \frac{1}{\omega L} \rightarrow \omega^2 LC = 1$

Resonanzbedingung: $\omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

$Z \rightarrow$ min : $I \rightarrow$ max „Stromresonanz", hohe Teilspannungen

$Y \rightarrow$ min : $I \rightarrow$ min „Spannungsresonanz", hohe Teilströme

als Funktion von ω für gegeb. R, L, C

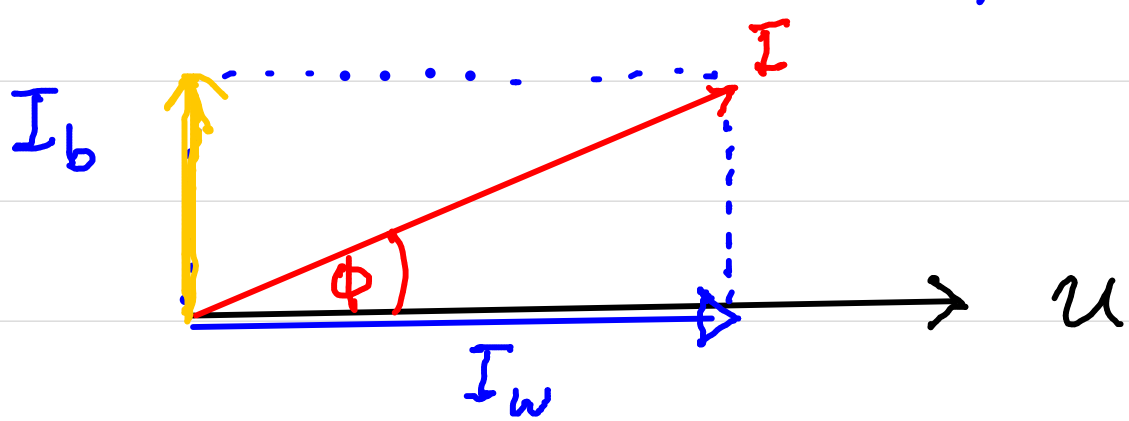
Leistung im Wechselstromkreis

Mittler Wirkleistung P ist Null für ideale Spulen, Kondensatoren

Blindleistung $Q = U \cdot I$

↳ real: I um Phase ϕ gegen U verschoben

↳ in Komponenten zerlegen



$I_b \perp U$ Blindstrom

$I_b = I \cdot \sin\phi$

$I_w \parallel U$ Wirkstrom

$I_w = I \cdot \cos\phi$

defin. analog zur Gleichstromsituation

$$P = I_w \cdot U = U \cdot I \cdot \cos\phi$$

$$\cos\phi = \lambda = \frac{P}{UI}$$ „Leistungsfaktor"

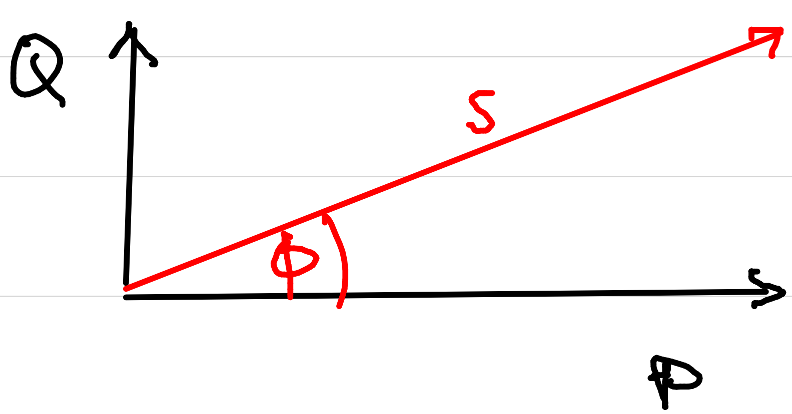
ideale Spule $\lambda_L = \cos 90° = 0$
idealer Kond. $\lambda_C = \cos(-90°) = 0$
ohmischer W. $\lambda_R = \cos 0° = 1$

$P = U \cdot I \cos\phi$
$= U I \cdot \lambda$
Wirkleistung eines bel. realen Wechselstromwiderstands

$Q = U \cdot I \cdot \sin\phi$ „Blindleistung"

$S = U \cdot I$ „Scheinleistung" $\rightarrow$ in Einheiten "VA" statt "W"

„Leistungsdiagramm" folgt aus Stromdiagramm (oben) durch "Multiplikation mit U"



$P = S \cos\phi$
$Q = S \sin\phi = P \tan\phi$
$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$

Prakt. Beispiel Elektromotor: $\lambda = 0{,}7$

Wirkleistung 25 kW @ 220 V

$S = P/\cos\phi = 36$ kVA

$I = S/U = 162$ A $\qquad I_w = I \cdot \lambda = 113$ A

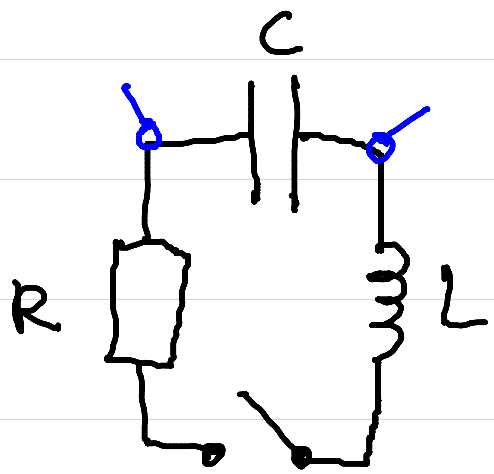
$I_b = I \cdot \sin\phi = 113$ A

- trägt nicht zu den 25 kW Wirkleistung bei
- belastet aber das Netz → Verluste

Abhilfe: richtig bemessener Kondensator parallel zur Spule schalten, so daß die kapazitive Blindleistung = ind. B-leistung wird

$Q_c = U^2 \omega C \quad \Rightarrow \quad C = \dfrac{Q_L}{\omega U^2}$

Schwingkreise



Kondensator mit Ladung $Q = C \cdot U$ aufladen

$t = 0$

Schalter schließen und Kondensator „über R, L entladen",

[Vorgang beschreiben!]

Maschenregel! $\sum\limits_{i=R,L,C} U_i = 0$

$$\left.\begin{aligned} U_R &= R \cdot I = R \cdot \dot{Q} \\ U_C &= Q/C \\ U_L &= L \cdot \dot{I} = L\ddot{Q} \end{aligned}\right\} \quad R\dot{Q} + \frac{Q}{C} + L\ddot{Q} = 0$$

Dgl. 2. Ordnung für $Q(t)$

Ansatz $Q(t) = Q_0 \cdot \underbrace{e^{i\tilde{\omega} t}}$

└ Anfangsladung des Kondensators

ε

$$\hookrightarrow \quad \dot{Q} = i\tilde{\omega}\,\underbrace{Q_0\, e^{i\tilde{\omega}t}} \qquad \ddot{Q} = -\tilde{\omega}^2\,\underbrace{Q_0\, e^{i\tilde{\omega}t}}$$

in die Dgl. einsetzen, „$\underbrace{\quad}$" kürzen

$$\frac{1}{C} - L\tilde{\omega}^2 + i\tilde{\omega}R = 0$$ quadr. Gl. für $\tilde{\omega}$

$$\tilde{\omega}_{1,2} = \frac{iR}{2L} \pm \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

in Ansatz einsetzen; Re, Im trennen, interpretieren!

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{i\left(\frac{iR}{2L} \pm \underbrace{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}\right)t}$$

$$= \underbrace{Q_0}_{\text{Anfangsladung}} \cdot \underbrace{e^{-\frac{R}{2L}t}}_{\text{expon. Dämpfung}} \cdot \underbrace{e^{\pm i\omega t}}_{\text{Schwingungsterm}} \quad \text{mit} \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

phys. Abkürzung

$$e^{i\omega t} \rightarrow \cos\omega t$$

ohne Dämpfung $\underline{R=0}$ wäre dies eine Schwingung mit der Frequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ „Eigenfrequenz"
[des ungedämpften Schwingkreises]

mit Dämpfung:

$$\omega \to \omega_R = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

Resonanzfreq. für den gedämpften Schwingkreis...

... für (max.) Ladung im Kondensator $\hat{=}$ <u>Energie</u> im Schwingkreis

R reduziert (wie Reibung in der Mechanik) die Resonanzfrequenz

betr. auch I, U

Strom u. Spannung sind phasenverschoben

$$\tan\varphi = \frac{-R\omega}{L(\omega_0^2 - \omega^2)}$$

, d.h. φ durchläuft $90°$ bei $\omega = \omega_0$

Energiebetrachtung bei kleiner Dämpfung, $R \to 0$

$$E_{max}^{Spule} = E_{max}^{Kond}$$

$$\frac{1}{2} L I^2 = \frac{1}{2} C U^2 \quad , \quad I = \frac{U}{\omega L} \text{ einsetzen : } \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} L \frac{U^2}{\omega^2 L^2}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

Vergleich von elektr. u. mechan. Schwingungen

$m\ddot{y} + Dy + \rho\dot{y} = 0$	$L\ddot{Q} + \frac{Q}{C} + R\dot{Q} = 0$
Masse m	Induktivität L
Federkonst. D	inverse Kap $1/C$
Reibung ρ	Widerstand R
Amplitude Ausl.	Ladung (Energie im Kond.)
(Geschwindigkeit)	(Strom)
(Beschleunigung)	( )