Zusammenfassung v02 vom 18. April 2013

Elektrische Ladung ist eine fundamental wichtige Eigenschaft von Materie. Ladung

- existiert in 2 Polaritäten
  - positiv: z.B. bei geriebenem Glas
  - negativ: z.B. bei geriebenem Hartgummi [1]
- kann durch Übertragen addiert, subtrahiert werden;
- wird durch seine Kraftwirkung nachgewiesen:
  - gleichartige Ladungen stossen sich ab
  - ungleichartige Ladungen ziehen sich an
- ist gequantelt und existiert nur in ganzzahligen Vielfachen einer Elementarladung e:

$$q = n \cdot e, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, ... \tag{1}$$

  Das leichteste stabile geladene Elementarteilchen ist das Elektron (e). Quarks mit drittelzahligen Ladungen kommen nicht frei vor, sondern nur in Quark-Antiquark-Paaren (Mesonen) und als 3-Quark-Systeme (Baryonen).
- ist streng erhalten, d.h. sie kann weder erzeugt noch vernichtet werden. Dies gilt auch in Prozessen der Elementarteilchenphysik, wo geladene Teilchen immer nur in entgegen gesetzt geladenen Paaren erzeugt werden.

[1] bzgl. der Reibungselektrizität sind die Materialien in der so genannten triboelektrischen Reihe angeordnet

Die Einheit der Ladung ist das Coulomb (C):

$$1 \text{ C} = 6.2 \cdot 10^{19} \ e \tag{2}$$

Ladungstrennung kann durch Reiben, Influenz, thermisch in Glühdrähten, induktiv durch Magnetfelder, photoelektrisch durch Energieübertragung von Lichtquanten auf Elektronen und chemisch in Batterien erfolgen.

Leiter, Halbleiter, Isolatoren werden nach ihrer Fähigkeit sortiert, elektrischen Strom (= bewegte Ladung) zu transportieren:

- Leiter: Elektronen sind quasi-frei beweglich;
- Halbleiter: Elektronen sind nur nach zusätzlichem Energieaufwand beweglich;
- Isolatoren: Elektronen sind verschiebbar, aber nicht beweglich.

Das Coulombsche Gesetz beschreibt die Kraft zwischen zwei Punktladungen q_1, q_2, die sich im Abstand r_{12} von einander befinden:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}} \tag{3}$$

Dabei ist $\vec{r}_{12}$ der Ortsvektor von der Ladung q_1 zur Ladung q_2. Die Dielektrizitätskonstante ist $\epsilon_0 = 8.8 \cdot 10^{-12}$ C^2/Jm. Beachte die mathematisch gleiche Form wie das Gravitationsgesetz; elektrische Kräfte sind aber viel stärker.

Zusammenfassung v03 vom 23. April 2013

Felder Kräfte werden durch Felder übertragen, um die Vorstellung von einer Fernwirkung zu vermeiden. Ein Raumgebiet sei gegeben, in dem elektrisch geladene Körper Kräfte erfahren, die nicht als Nahwirkung oder Gravitation erklärbar sind:

- Coulombkräfte treten aich bei ruhenden Körpern auf: es herrscht ein "elektrisches Feld".
- Lorentzkräfte treten nur auf, wenn die Ladungen in Bewegung sind: es herrscht ein "Magnetfeld".

Elektrische Felder ($\vec{E}$) werden durch ihre Kraftwirkung ($\vec{F}$) auf Probeladungen q definiert:

$$\vec{E} = \vec{F}/q \tag{4}$$

Feldlinien geben die Kraft auf eine positive Probeladung an. Sie beginnen in positiven Ladungen und enden in negativen Ladungen (oder im Unendlichen). Die Dichte von Feldlinien ist ein Mass für die Feldstärke.

Der Innenraum von Leitern ist feldfrei ("Faraday-Käfig").

Die Einheit der Feldstärke ist [E] = N/C aus der Definition Gl.(4) oder [E] = V/m normiert auf eine Distanz im Feldbereich, wobei die hier neue Einheit **Volt** (V) eingeführt wird durch 1 Volt = 1 Nm/C.

Feldlinien können z. B. durch längliche Grieskörnchen in Öl visualisiert werden, die sich durch Influenz entlang der Feldlinien ausrichten.

Superpositionsprinzip: Kräfte aufgrund verschiedener Ladungen addieren sich vektoriell. Dies gilt auch bei homogenen Ladungsverteilungen.

Der elektrische Fluss durch eine Fläche A ist definiert als

$$\Phi_{el.} = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_A E_n dA \tag{5}$$

wobei E_n die Normalkomponente des Feldes ist und $\vec{A}$ der Normalenvektor zur Fläche.

Beispiel: das radiale $1/r^2$-Feld einer Punktladung q ergibt einen elektrischen Fluss durch eine um die Ladung herum gelegte Kugelschale von q/ϵ_0.

Die Flussregel von Gauss-Ostrogadzki ist eine Verallgemeinerung des o.g. Beispiels und besagt, dass der elektrische Fluss, der aus einer beliebigen geschlossenen Fläche hervorquillt, proportional der darin eingeschlossenen Ladung ist:

$$\Phi_{el.} = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{1}{\epsilon_0} Q_{inA} \tag{6}$$

Dies gilt unabhängig von der räumlichen Verteilung der Ladung(en) innerhalb der Fläche A.

Zusammenfassung v04 vom 25. April 2013

Verschiebungsarbeit muss aufgebracht werden oder wird geleistet, wenn eine Ladung q im elektrischen Feld E bewegt wird:

$$dW = -\vec{F} \cdot \vec{dr} = -q\vec{E} \cdot \vec{dr}$$
$$W_{12} = -\int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} \vec{F} \cdot \vec{dr} = -q \int_{\vec{r_1}}^{\vec{r_2}} \vec{E} \cdot \vec{dr} \tag{7}$$

Demonstration: Beschleunigung eines Tischtennisballs im Plattenkondensator mit fortwährender Umladung bei den Berührungen; Elektron-Beschleuniger; elektrostatische Ablenkung von Teilchen.

Das elektrische Potenzial ist definiert als die Änderung der potenziellen elektrischen Energie (W_{12} in Gl. (7)) normiert auf die Ladungsmenge bei einer Verschiebung um ein Wegstück $d\vec{r}$ im Feld $\vec{E}$: $dU = dW_{el.}/q = -\vec{E} \cdot d\vec{r}$

Das Potenzial (die Potenzial*differenz*) zwischen zwei Punkten a, b ist entsprechend

$$\Delta Uel. = U_b - U_a = \frac{\Delta W_{el.}}{q} = -\int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r} \tag{8}$$

Zur Normierung wird meistens einer der beiden Orte ins Unendliche verlegt. Die Potenzialdifferenz zwischen zwei Orten wird auch als Spannungsdifferenz bezeichnet; die normierte Potenzialdifferenz kurz als Spannung.

Das Potenzial (die skalare Potenzialfunktion) einer Punktladung ist

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r} \tag{9}$$

Gradientenbildung erlaubt den Wechsel von Potenzial zurück zum Feld:

$$grad\ U = \nabla U = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix} U = \begin{pmatrix} \partial U/\partial x \\ \partial U/\partial y \\ \partial U/\partial z \end{pmatrix} \tag{10}$$

Damit wird

$$\vec{E} = -grad\ U \tag{11}$$

Diese Differentialoperation kehrt die Integration in Gl. (8) um.

Äquipotenzialflächen sind Flächen mit konstantem Wert für das Potenzial, $\phi = const.$. Abbildungen zu Potenzial und E-Feld siehe Gerthsen/Physik.

Mathematischer Einschub:

$$\int_V div\vec{F}(\vec{r})dV = \oint_A \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{A} \tag{12}$$

Dies ist der Gauss'sche Satz für ein allgemeines Vektorfeld $\vec{F}$. Er überführt ein Volumenintegral von $div\vec{F}$ über das Volumen V in ein Oberflächenintegral von $\vec{F}$ über die das Volumen einschliessende Fläche A.

$$grad\ G = \nabla G \tag{13}$$

$$div\ grad\ G = \Delta = \vec{\nabla}^2 \tag{14}$$

$$div\vec{F} = \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \tag{15}$$

$$rot\vec{F} = \vec{\nabla} \times \vec{F} \tag{16}$$

Empfehlung für mathematische Werkzeuge:
Horst Hänsel, Werner Neumann
Physik · Elektrizität · Optik · Raum und Zeit
Spektrum-Verlag.

Zusammenfassung v05 vom 30. April 2013

Die differentielle Flussregel ergibt sich aus der integralen Formulierung (Gl. 6) mit Hilfe des Gauss'schen Satzes (Gl. 12) und der Ladungsverteilung $\rho(r)$ zu

$$div\vec{E} = \rho/\epsilon_0 \tag{17}$$

Ersetzt man darin $\vec{E}$ mit Hilfe von Gl. (11) und (15) so erhält man die

Poisson-Gleichung

$$\Delta U(\vec{r}) = \rho(\vec{r})/\epsilon_0 \tag{18}$$

Berechnung des elektrischen Feldes von Beispielsituationen: das Feld oder das Potential ...

- einer Punktladung: $E = Q/(4\pi\epsilon_0) \cdot 1/r^2$
- einer homogen geladene Kugel mit Radius R:

$$E(r) = \rho/(3\epsilon_0) \cdot r \qquad r < R \tag{19}$$
$$U(r) = -\rho/(6\epsilon_0) \cdot r^2 + U(0) \tag{20}$$
$$E(r) = \rho R^3/(3\epsilon_0) \cdot 1/r^2 \qquad r > R \tag{21}$$
$$U(r) = -\rho R^3/(3\epsilon_0) \cdot 1/r + U(0) \tag{22}$$

- einer gleichmässig geladene Hohlkugel mit Radius R: im Innern ist das Feld Null, aussen verhält es sich wie das Feld einer Punktladung
- auf der Achse einer Ringladung Q mit Radius R im Abstand x von der Ringebene:

$$U(x) = Q/(4\pi\epsilon_0) \cdot 1/(x^2 + R^2)^{1/2} \tag{23}$$

- auf der Achse einer geladenen Scheibe

$$U(x) = Q/(2\pi\epsilon_0 R^2) \cdot [(x^2 + R^2)^{1/2} - x] \tag{24}$$

- im Innern eines hohlen Metallkörpers: $U = E = 0$, Faraday-Käfig.

An der Oberfläche eines Metallkörpers kann nur die senkrecht dazu stehende Feldkomponente $E_\perp$ von Null verschieden sein; $E_\parallel = 0$, sonst würden Ladungen fliessen.

Ionisation von Wasserstoff: Ionisation von Wasserstoff bedeutet, das am Proton beim Radius r_0 ("Bohrscher Radius", $r_0 = 0.5 \cdot 10^{-10}$ m) gebundene Elektron zu entfernen, d.h. vom Potential dort zu $U = 0$ im Unendlichen zu bringen. Die Potentialberechnung wie bei einer Punktladung und (*wichtig*) der Virialsatz ergeben 13.6 eV Ionisationsenergie.

Franck-Hertz-Versuch: Elektronen werden durch eine Spannung in einem Gas (z.B. H, Hg-Dampf) beschleunigt und geben ihre kinetische Energie dann an die Elektronen des Gases ab, wenn die Energie gerade gleich der Differenz zwischen den Energien zweier Zustände im Atom ist. Im Versuch zeigt dann der Verlauf des Stromes als Funktion der Spannung Einbrüche bei Vielfachen dieser Energiewerte.

Zusammenfassung v06 vom 2. Mai 2013

Ausflug in die Kernphysik: Atomkerne des Elements "Sym" werden durch Angabe der Massenzahl A und Kernladungszahl Z spezifiziert: $A = Z + N$, wobei N die Neutronenzahl ist. Die Notation lautet dann ${}^{A}_{Z}Sym$

Die Radien von schweren Kernen ($A > 40$) können durch eine so genannte Woods-Saxon-Kurve beschrieben werden:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + exp(\frac{r-a}{d})} \tag{25}$$

$$a = 1.18A^{1/3} - 0.48fm \tag{26}$$

$$d = 0.55 \pm 0.07fm \tag{27}$$

NB: die Abhängigkeit $A^{1/3}$ bedeutet, dass die mittlere Dichte ρ_0 von Kernmaterie ungefähr konstant ist.

Die Bindungsenergie schwerer Kernbruchstücke nach einer Spaltung eines Kerns in Bruchstücke mit typischem Radius R kann ebenfalls sinnvoll aus dem Coulombpotenzial abgeschätzt werden:

$$\Delta E_{sp.} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{R} \tag{28}$$

Kernradien erhält man aus Tabellenwerken oder aus der Saxon-Woods-Gleichung (27). Typische Werte sind 200 MeV/c^2.

Die Kapazität C eines Objektes gibt an, mit welcher Ladung Q es bei einer Spannung U geladen werden kann:

$$Q = C \cdot U \tag{29}$$

Die Einheit der Kapazität ist das Farad (F); 1 F = 1 C/V.

Es ergibt sich für die Kapazität

- einer leitenden Kugel mit Radius R: $C_{Kugel} = 4\pi\epsilon_0 R$
- eines Plattenkondensators mit Plattenfläche A, die den Abstand d haben:
  $C_{Kond.} = \epsilon_0 \cdot A/d$

Die Schaltung von Kondensatoren kann parallel oder seriell erfolgen. In Parallelschaltung liegt an den Elementen die gleiche Spannung, die Ladungen und Kapazitäten addieren sich. In Serienschaltung addieren sich die Spannungen und die Ladungen sind jeweils gleich gross:

$$C_{parallel} = C_1 + C_2 \tag{30}$$

$$1/C_{serie} = 1/C_1 + 1/C_2 \tag{31}$$

Die Energie im Kondensator ergibt sich aus der Integration der mechanischen Arbeit, wenn man die Platten trennt. Eine Integration der zugeführten Ladungen aus $dW = u \cdot dq$ liefert das gleiche Ergebnis:

$$W_{Kond.} = \frac{1}{2}\, C\, U^2 = Q^2/(2C) \tag{32}$$

Die Energiedichte des elektrischen Feldes kann man mit Hilfe des Plattenkondensators herleiten, indem die darin gespeicherte Energie (s.o.) durch das Volumen dividiert wird. Das Resultat ist aber unabhängig von diesem speziellen Fall allgemein gültig:

$$w_E = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 \tag{33}$$

Zusammenfassung v07 vom 14. Mai 2013

Dielektrika sind nichtleitende Stoffe, die in elektrische Felder eingebracht werden. Das elektrische Feld wird im Dielektrikum geschwächt und die Kapazität um um den Faktor ϵ_{rel} erhöht. Für die Kapazität des Plattenkondensators gilt

$$C_{Diel.} = \epsilon_{rel} \cdot C_{Vak.} = \epsilon_0 \epsilon_{rel.} \cdot A/d \tag{34}$$

Oft wird der Faktor $\epsilon_0 \epsilon_{rel.}$ einfach zu ϵ zusammen gefasst.

Typische Werte für die relative Dielektrizitätszahl sind:
Luft: 1.000576   Glas: 5-10   Wasser: 81   Keramik: 1000

Energiebetrachtung Dielektrika werden in die sie umgebenden elektrischen Felder hineingezogen. Dies ist mit Energieänderungen des Systems verbunden.

Demonstrationsversuche: Paraffinöl steigt bei Anlegen einer Spannung zwischen die Platten eines Kondensators; eine Hartgummiplatte dreht sich im Plattenkondensator.

Polarisation In der mikroskopischen Deutung bewirkt das Feld im Dielektrikum eine Polarisation der (vorhandenen und/oder induzierten) molekularen Dipole. Diese richten sich aus und erzeugen ein dem äusseren Feld entgegengesetztes Feld. Man unterscheidet Verschiebungspolarisation und Orientierungspolarisation.

Das elektrische Feld im Innern ist daher $E = E_0/\epsilon_{rel.} = E_0 - P/\epsilon_{rel.}$. Die Grosse P wird als Polarisation bezeichnet und ist mit der Suszeptibilität χ verknüpft: $\vec{P} = \epsilon_0 \ \chi \ \vec{E}_D$.

Die Verschiebungsdichte $\vec{D}$ ist definiert als

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_D + \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}_D \tag{35}$$

Damit ist die Formulierung

$$div \vec{D} = \rho_{frei} \tag{36}$$

möglich.

Ein Dipol ist eine Anordnung von zwei entgegengesetzten Ladungen $\pm q$ im Abstand d. In grossem Abstand $r >> d$ vom Dipol ist das Potenzial auf der Dipolachse gegeben durch

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}\vec{d}}{r^3} \tag{37}$$

Das Dipolpotenzial (und Dipolfeld) fällt daher schneller ab als das einer Punktladung, weil sich in grossem Abstand die beiden Ladungen effektiv immer besser kompensieren.

Demonstrationsversuch: ein Modelldipol erfährt im homogenen elektrischen Feld nur ein Drehmoment, aber keine Netto-Translationskraft.

Zusammenfassung v08 vom 16. Mai 2013

Gleichstrom Elektrischer Strom ist definiert als die Ladungsmenge dQ, die in der Zeit dt durch eine Fläche tritt:

$$I = dQ/dt = \dot{Q} \tag{38}$$

Die Einheit des Stroms ist das Ampere (A): 1 A = 1 C/s. Als Konvention gilt, dass die technische Stromrichtung die Bewegung positiver Ladungsträger beschreibt. Für Gleichstrom gilt $I = const.$ bzw. $\dot{I} = 0$.

Tritt der Strom I durch die Fläche A, so liegt eine (mittlere) Stromdichte $j = I/A$ vor.

Ladungstransport Ein mikroskopisches Bild des Ladungstransports in Leitern geht davon aus, dass die Ladungsträger (Elektronen) quasi frei beweglich sind; im Mittel trägt etwa ein (1) Elektron pro Atom zur Leitfähigkeit bei. Der thermischen, ungeordneten Bewegung der Elektronen ist eine gerichtete allgemeine Driftbewegung mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_D$ überlagert, die vom angelegten elektrischen Feld $\vec{E}$ bzw. der Spannung herrührt. Die mittlere Driftgeschwindigkeit lässt sich dann mit Hilfe der mittleren Zeit τ zwischen Stössen von Elektronen am Gitter bzw. Gitterfehlern durch $< v_D >= qE/m \cdot \tau$ ausdrücken.

Sei n die Ladungsträgeranzahldichte, dann gilt für die Stromdichte und den Strom:

$$\vec{j} = nq\vec{v} = \rho_e \vec{v} \tag{39}$$

$$I = nq\vec{A} \cdot \vec{v} \tag{40}$$

Daraus folgt das differentielle Ohm'sche Gesetz $\vec{j} = \sigma_e \vec{E}$, worin $\sigma_e = nq^2\tau/m$ die Leitfähigkeit ist. Der makroskopische Widerstand eines Leiters der Länge L mit dem Querschnitt A ist dann $R = L/(\sigma_e A)$. Es gilt das Ohm'sche Gesetz

$$I = \frac{U}{R} \qquad U = RI \qquad R = \frac{U}{I} \tag{41}$$

Die Einheit des elektrischen Widerstands ist das Ohm (Ω): 1 Ω = 1 Volt/Ampere. Als *Leitwert* G wird der inverse Widerstand bezeichnet.

Der lineare Zusammenhang zwischen Strom und Spannung muss nicht für alle Materialien gelten, es gibt 'nicht-ohmsche' Leiter. Im Versuch wurden Glühbirne, 200 Ω Widerstand und eine nichtlineare Diode gezeigt.

Entlang ohm'scher Leiter tritt ein Potenzialgefälle (Spannungsdifferenz) auf. Reale Leiter können als ideale Leiter mit einem Widerstand betrachtet werden (Ersatzschaltbild).

Elektrischer Widerstand kann teilweise dramatisch von der Temperatur abhängen; Demonstrationsvrsuch: gezeigt wird die Spannung, die zum Erhalt von 70 mA Strom erforderlich ist; die Spannung ist nach $U = RI$ dem Widerstand R proportional. Es wird zwischen der Temperatur von flüssigem Stickstoff und kochendem Wasser variiert:

- Kupferspule: R variiert x10, klein bei tiefen Temperaturen
- Halbleiter: grosse Variation, R gross bei tiefen Temperaturen
- Manganin: keine nenneswerte Temperaturabhängigkeit

Zusammenfassung v09 vom 28. Mai 2013

Ohm'sche Widerstände sind durch die Befolgung des Ohm'schen Gesetzes charakterisiert. Dies beinhaltet in (idealisierten Fällen) die Linearität zwischen Strom und Spannung, Unabhängigkeit des Widerstands von Strom, Spannung, Temperatur und anderen Einflussgrössen. Entlang ausgedehnter ohmscher Leiter herrscht ein konstantes Potenzialgefälle, d.h. der Widerstand ist proportional zur Länge des Leiterstücks.

Widerstände sind mit einem 4-teiligen Farbcode gekennzeichnet, der 2 Ziffern, 1 Multiplikator und die Toleranz enthält.

Messung von Strom und Spannung Elektrischer Strom kann quantitativ durch zahlreiche Methoden gemessen werden, z. B. durch die magnetische Kraft, die stromführende Leiter in Magnetfeldern erfahren [Demo: Drehspulinstrument]. Messgeräte für Spannung und Strom sollen die Messung möglichst nicht verfälschen. Ihr Messbereich wird ggfs. durch Vorwiderstände angepasst. Voltmeter sind hochohmig, damit möglichst wenig Strom durch sie fliesst. Amperemeter sind niederohmig, damit sie keinen zusätzlichen Spannungsabfall verursachen.

Schaltungen von Widerständen Die Kirchhoff'schen Regeln sind spezielle Formulierungen der Ladungserhaltung und Energieerhaltung. Es gilt die **Knotenregel**: die Summe der Ströme in einem Leitungsknoten ist gleich Null (die Ladung häuft sich nirgends an). Die **Maschenregel** besagt, dass die Summe der Spannungen in einer Masche gleich Null ist (Energieerhaltung).

Schaltungen von Widerständen

- **Serienschaltung**: durch zwei Widerstände R_1 und R_2 in Serie fliesst der gleiche Strom I, die Spannungen U_1 und U_2 addieren sich zur Gesamtspannung U. Das Ohm'sche Gesetz liefert sofort $R_{ges} = U/I = (U_1 + U_2)/I = U_1/I + U_2/I$:
$$R_{ges} = R_1 + R_2 \tag{42}$$
Widerstände in Serie addieren sich.

- **Parallelschaltung**: an zwei parallel geschalteten Widerständen R_1 und R_2 liegt die gleiche Spannung U an, der Gesamtstrom I teilt sich proportional zu den Leitwerten auf: $I = I_1 + I_2$. Wieder liefert das Ohm'sche Gesetz $I = U_1/R_1 + U_2/R_2 = U \cdot (1/R_1 + 1/R_2)$, d.h.
$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 \tag{43}$$
Die Leitwerte addieren sich zum Gesamtleitwert.

Komplexe Widerstandsnetzwerke werden zur Berechnung in elementare Serien- und Parallelschaltungen zerlegt.

Energie und Leistung von Strömen Elektrische Energie kann in realen Leitern und/oder Verbrauchern in Wärme, chemische Arbeit oder in mechanische Arbeit umgesetzt werden. Leistung ist die pro Zeiteinheit umgesetzte Energie: $P = dW/dt$. Mit $W = QU$ und $U = const.$ folgt für die elektrische Leistung eines Stroms das Joule'sche Gesetz:
$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = U^2/R \tag{44}$$

Mit Hilfe der Formeln für Stromdichte und Leitfähigkeit erhält man die Leistungsdichte $p = \vec{j} \cdot \vec{E} = \sigma \cdot E^2 = j^2/\sigma$.

Zusammenfassung v10 vom 04. Juni 2013

Reale Stromquellen besitzen einen Innenwiderstand, der mit Hilfe eines Ersatzschaltbilds berücksichtigt wird: die reale Stromquelle wird durch eine ideale Stromquelle (ohne Widerstand) plus Innenwiderstand R_I ersetzt. Die Leistungsoptimierung eines Stromkreises aus realer Stromquelle und ohm'schen Verbraucher R wurde diskutiert, die Leistung wird für $R = R_I$ maximal.

Kondensatorentladung Eine Kapazität C werde über einen Widerstand R entladen. Ladung, Spannung und Strom folgen Exponentialgesetzen:

$$Q(t) = Q_0 \cdot exp(-t/(RC)) \tag{45}$$

$$U(t) = U_0 \cdot exp(-t/(RC)) \tag{46}$$

$$I(t) = I_0 \cdot exp(-t/(RC)), \tag{47}$$

wobei $I_0 = Q_0/(RC)$ der Anfangsstrom ist. Das Produkt $\tau = RC$ wird als Zeitkonstante des RC-Kreises bezeichnet.

Stromtransport in Leitern wird durch die Driftgeschwindigkeit beschrieben, die sich aus einem einfachen Modell ableiten lässt. Als gute Näherung gilt, dass in Metallen 1 Elektron pro GItteratom für die elektrische Leitung zur Verfügung steht. Dies Modell lässt sich zur erfolgreichen *Elektronengastheorie* ausbauen. Die Ladungsträgerdichte ist

$$n = N/V = N_A/(m_{mol}/\rho), \tag{48}$$

womit sich die Stromdichte ausdrücken lässt als $j = I/A = -nev_D$. Es folgt $v_D = I/(Ane)$, A ist der Leiterquerschnitt.

Es zeigt sich, dass die Driftgeschwindigkeiten von Elektronen in typischen Metalldrähten sehr klein sind (einige m/h).

Die elektrische Leitfähigkeit als Funktion der Temperatur wird anhand einer Graphik diskutiert [Gerthsen]. Der abnehmende Widerstand von Leitern wird erklärt durch die abnehmende Streuung der Elektronen an Gitterschwingungen, bis bei $T \to 0$ noch die Streuung an Gitterfehlstellen übrig bleibt. Bei Halbleitern ist steigt die Leitfähigkeit mit der Temperatur, weil die thermische Energie benötigt wird, um freie Leitungselektronen zu bekommen. Das Verhältnis von elektrischer zu thermischer Leitfähigkeit folgt dem Wiedemann-Franz'schen Gesetz.

Supraleitung bezeichnet den plötzlichen Abfall des Widerstands von einigen Materialien auf $R = 0$ bei der so genannten Sprungtemperatur T_c. Zur Erklärung dient die BCS-Theorie (Bardeen, Cooper, Schriffer 1957), wonach unter günstigen Umständen die Elektronen mit Hilfe von Phononen (Gitterschwingungen) zu *Cooper-Paaren* koppeln können, die Spin Null besitzen und sich alle im gleichen Energiezustand befinden und kohärent ohne Verlust durch den Leiter bewegen.

Lichtelektrischer Effekt bezeichnet die Absorption von Photonen mit genügend Energie ($E = h \cdot \nu$) und Auslösung von Elektronen aus geeigneten Materialien. Der Effekt bzw. seine Umkehrung wird in Lichtsensoren aller Art und in LED verwendet.

Zusammenfassung v11 vom 06. Juni 2013

Magnetfelder zeigen sich durch eine Kraftwirkung auf bewegte Ladungen. Es handelt sich um eine zweiwertige Eigenschaft, die als Nordpol und Südpol bezeichnet wird. Gleichnamige Pole ziehen sich an, ungleichnamige stossen sich ab; Pole treten immer als N-S-Paar auf, magnetische Monopole wurden bisher nicht beobachtet. Magnetische Feldlinien sind stets geschlossen, sie haben die Richtung von N nach S. Magnetfeldkonfigurationen wurden in Demonstrationsversuchen gezeigt.

Magnetfeld-Erzeugung durch Ströme Demonstrationsversuch und Strommessung mit mechanischen Mitteln: zwei Leiter ziehen sich an/stossen sich ab, wenn ein paralleler/antiparalleler Strom hindurch fliesst. Leiterschleifen bewegen sich im Feld eines Hufeisenmagneten.

Es gilt die Rechte-Hand-Regel: Daumen in (technische) Stromrichtung halten und mit den Fingern den Leiter 'umschliessen'; die Finger zeigen dann in Richtung der Magnetfeldlinien. Analoges Vorgehen auch bei Leiterschleifen und Spulen!

Lorentzkraft ist die von Magnetfeldern auf Ladungen ausgeübte Kraft:

$$\vec{F}_L = I \cdot \vec{\ell} \times \vec{B} \tag{49}$$

$$\vec{F}_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \tag{50}$$

wobei die erste Form für ein Stromelement in $\vec{\ell}$-Richtung und die zweite Form für eine einzelne Ladung q gilt. Die Lorentzkraft steht senkrecht auf dem Geschwindigkeitsvektor und senkrecht zum Magnetfeld, was bei freier Bewegung eine Kreisbahn ergibt.

Magnetfelder können also den Impuls über die Richtung ändern, aber nicht die kinetische Energie. Der Radius der Kreisbahn ergibt sich aus dem Gleichgewicht von Lorentzkraft und Zentripetalkraft zu $r = mv/(qB)$, d.h. die Bahnradien bestimmen sich aus dem Impuls der Teilchen: $p = qBr$ (gezeigt: ALPEH-Detektor).

Anwendungen: Zunächst nur Vorstellung

Zyklotron: Kreisbeschleuniger, bei dem ein elektrisches Wechselfeld Teilchen in einem Magnetfeld auf immer höhere Impulse und Bahnradien bringt, wobei die Umlauffrequenz (nichtrelativistisch) konstant bleibt, $\omega = 2\pi f = qB/m$.

Teilchenoptik: magnetische Dipole, Quadrupole etc. lenken geladen Teilchen ähnlich wie Linsen ab. Demonstration: Ein blau leuchtender Elektronenstrahl wird im Felder einer *Helmholtzspule* abgelenkt.

Elektromagnetische Strahlung wird emittiert, wenn geladene Teilchen beschleunigt werden. Mit alternierenden Magnetfeldern lässt sich gezielt Synchrotronstrahlung erzeugen, z. B: für Materialforschung.

Geschwindigkeitsfilter lassen sich durch senkrecht zueinander stehende E- und B-Felder erreichen.

Massenspektrometer lassen sich realisieren, wenn der geschwindigkeitsgefilterte Teilchenstrahl in einem weiteren B-Feld entsprechend der Masse auf verschiedene Radien gebracht und dann z.B. auf einem Film nachgewiesen wird.

Zusammenfassung v12 vom 11. Juni 2013

Geschwindigkeitsfilter lassen sich durch senkrecht zueinander stehende E- und B-Felder realisieren. Teilchen fliegen gerade dann mit der 'richtigen' Geschwindigkeit v durch ein Blendensystem, wenn sich die elektrischen und magnetischen Kräfte aufheben, was - unabhängig von Masse und Ladung! - auf die Bedingung

$$v = -E/B \tag{51}$$

Massenspektrometer lassen sich realisieren, wenn der geschwindigkeitsgefilterte Teilchenstrahl in einem weiteren B-Feld entsprechend der Masse auf verschiedene Radien r gebracht und dann z.B. auf einem Film nachgewiesen wird. Für Teilchen mit der Ladung q, Masse m nach einer Beschleunigungsspannung U gilt

$$m/q = \frac{B^2 r^2}{2U} \tag{52}$$

Die Auflösung ist relativ leicht gut genug, um benachbarte Isotope zu trennen.

Hall-Effekt nennt man die Querspannung, die in einem stromdurchflossenen Leiterplättchen der Dicke d in einem Magnetfeld auftritt:

$$U_H = I \cdot B/(nqd) \tag{53}$$

wobei der Faktor $1/(nq)$ als 'Hall-Konstante' des Materials bezeichnet wird. Hohe Hallspannungen (mehr als μV) lassen sich durch sehr dünne Plättchen oder Halbleiter mit höheren Driftgeschwindigkeiten erzielen.

1980 wurde der *Quantenhalleffekt* entdeckt, der zu einer stufenförmigen Hallspannung als Funktion eines starken Magnetfelds führt, was sich als Hall-Widerstand $R_H = U_H/I = R_K/n, n = 1, 2, 3, ...$ ausdrücken lässt, wobei die Klitzing-Konstante durch $R_K = h/e^2 = 25813\Omega$ gegeben ist.

Das Magnetfeld einer bewegten Punktladung ist durch

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{q\vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \tag{54}$$

gegeben. Die magnetische Feldkonstante μ_0 ist per Konvention durch

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{Tm/A} = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2} \tag{55}$$

Das Gesetz von Biot-Savart gibt den Beitrag $d\vec{B}$ eines Stromelements $I \cdot \vec{s}$ am Ort $\vec{r}$ an, wobei der Ortsvektor vom Stromelement zum Aufpunkt zeigt:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2} \tag{56}$$

Das Feld realer Ströme berechnet man daraus duch Integration.

Zusammenfassung v13 vom 20. Juni 2013

Magnetfeldberechnungen

- Gerader Leiter im Abstand r:

$$B = \mu_0 I/(2\pi r) \tag{57}$$

- Auf der Achse einer Leiterschleife mit Radius R im Abstand x von der Mitte der Schleife:

$$B = \mu_0 I R^2/(2(R^2 + x^2)^{3/2}) \tag{58}$$

- Auf der Achse einer Spule mit n Windungen auf der Länge ℓ ist im Zentrum

$$B_x = \mu_0 n I/\ell \tag{59}$$

  An den Enden ist das Feld auf die Hälfte gesunken.

- Helmholtz-Spulen sind Leiterschleifen mit Radius R, die im Abstand $d = R$ angebracht werden. Im Innenbereich ($\pm d/2$)ergibt sich ein sehr homogenes Magnetfeld von ungefähr

$$B = \mu_0 I/((5/4)^{3/2} R) \tag{60}$$

Der Gauss'Sche Satz für Magnetfelder lautet

$$\Phi_{mag} = \oint_A \vec{B} d\vec{A} = 0 \tag{61}$$

weil Magnetfeldlinien geschlossene Schleifen bilden.

Das Ampere'sche Gesetz eignet sich zur Berechnung des Magnetfelds einfacher symmetrischer Stromkonfigurationen (es entspricht insoweit em Gauss'schen Gesetz für die Berechnung elektrischer Felder aus der Ladungsverteilung). Sei C eine beliebige geschlossene Kurve, die einen Strom I_C umschliesst; $d\vec{s}$ ist ein Linienelement auf C. Dann gilt

$$\oint_C \vec{B} d\vec{s} = \oint_C B_t ds = \mu_0 I_C \tag{62}$$

In Worten: das Linienintegral über die Tangentialkomponente des Magnetfeldes entlang einer Kurve C ist gleich dem gesamten Strom, der von C umschlossen wird, multipliziert mit μ_0.

Diese Beziehung ist dann vorteilhaft und einfach anzuwenden, wenn $\vec{B}$ auf C konstant ist.

Anwendung auf eine *toroidale Spule*: Im Innenraum des Torus ist

$$B_{Torus} = \mu_0 N I/(2\pi r) \tag{63}$$

Im Aussenraum verschwindet das Magnetfeld.

Magnetismus in Materie wird durch Demonstrationsexperimente veranschaulicht:

- Die Ausrichtung von mikroskopischen Magneten wird mit einer Matrix von kleinen Magnetnadeln demonstriert.
- Der Barkhausen-Effekt macht das Umklappen der magnetischen Domänen akustisch hörbar.
- Curiepunkt: Ein Permanentmagnet verliert seinen Magnetismus, wenn er über die Curie-Temperatur erhitzt wird. Für Eisen ist dies 1043 Kelvin.

Zusammenfassung v14 vom 25. Juni 2013

Permanentmagnetismus Atomare Kreisströme heben sich in kleinen Bereichen im Material auf, aber an ihren Oberflächen bleibt ein sogenannter Ampere'scher Kreisstrom, der zu einem Magnetfeld führt. Die Bereiche (Domänen, Weiss'sche Bezirke) können permanent oder temporär in der Grösse oder Ausrichtung durch ein externes Magnetfeld verändert werden.

Arten von Magnetismus Eine Luftspule mit n Windungen auf der Länge L erzeugt mit dem Strom I ein Magnetfeld $B_0 = \mu_0 nI/L$, wogegen eine mit Material gefüllte Spule ein um die Magnetisierung erhöhtes Feld $B = B_0 + B_M$ zeigt, bzw. mit der relativen magnetischen Permeabilität μ_r formuliert: $B = \mu nI/L$ mit $\mu = \mu_0 \cdot \mu_{rel}$. Die magnetische Suszeptibilität ist definiert als $\chi_m = \mu_{rel} - 1$. Es werden unterschieden:

- Ferromagnetismus: Für Ferromagneten ist $\mu_{rel} >> 1$.
- Paramagnetismus: Die Moleküle tragen ein permanentes magn. Dipolmoment, das sich (nicht permanent) ausrichten lässt. In der Folge ist $\mu_{rel,para} > \mu_0$ und $\chi_{m,para} > 0$. Beispiel: $\chi_m(\text{Aluminium}) = 2.3 \cdot 10^{-5}$.
- Diamagnetismus: Das äussere B-Feld erzeugt ein entgegengesetztes inneres Dipolmoment, welches das äussere Feld schwächt. In der Folge ist $\mu_{rel,dia} < \mu_0$ und $\chi_{m,dia} > 0$. Beispiel: $\chi_m(\text{Blei}) = -1.7 \cdot 10^{-5}$.

Hysterese ist der nichtlineare Zusammenhang zwischen der magnetischen Induktion durch ein äusseres Feld (z.B. durch den Strom in einer Spule) und dem Magnetfeld z.B. in einem Eisenkern. Die Fläche unter der Hysteresekurve ist ein Mass für den Energieaufwand zum Umklappen/Ausrichten der magnetischen Domänen im Material.

Der Magnetische Fluss durch eine Fläche A mit der Einheit Weber (Wb): 1 Wb = 1 Tm^2 ist definiert durch

$$\Phi_m = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \tag{64}$$

Das Faraday'sche Induktionsgesetz wurde in mehreren Demonstrationsversuchen erläutert. Es wird eine Spannung induziert, wenn sich die Konfiguration von Leiterschleifen und B-Feld geeignet ändert:

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{65}$$

Die Lenz'sche Regel ist ein Spezialfall der Energieerhaltung: "Die von einer Zustandsänderung verursachte Induktionsspannung ist stets so gerichtet, dass sie ihrer Ursache entgegen zu worken sucht."

Induktivität L bezeichnet die Eigenschaft einer Spule (oder anderer Objekte), einen magnetischen Fluss aus einem Strom I zu erzeugen:

$$\Phi = L \cdot I \tag{66}$$

Damit wird das Induktionsgesetz zu $U_{ind} = -(d\Phi/dt) = -L \cdot \dot{I}$. Reale Spulen besitzen ausser ihrer Induktivität stets auch einen ohm'schen Widerstand.

Zusammenfassung v15 vom 27. Juni 2013

Energie des Magnetfelds Die Herleitung kann mit Hilfe der Entladung eines Kondensators über einen Widerstand und eine Spule erfolgen. Die Energie im Magnetfeld einer Spule mit Induktivität L bei einem Strom I ist gleich

$$E_{Spule} = \frac{1}{2} L I^2 \tag{67}$$

Aus dem Volumen der Spule folgt die Energiedichte des Magnetfelds zu

$$w_{mag} = B^2/(2\mu_0) \tag{68}$$

Diese Gleichung gilt auch für beliebige Magnetfelder.

RL-Stromkreis: Der Einschaltvorgang (Anlegen der Spannung U_0 zur Zeit $t = 0$ an die Serienschaltung von Widerstand R und Spule L führt zu einem Stromverlauf

$$I(t) = (U_0/R) \cdot (1 - exp(-(R/L)t)) = I_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau}) \tag{69}$$

mit $\tau = L/R$ als Zeitkonstante des RL-Kreises.

Erzeugung von Wechselstrom Gleichmässige Rotation (konstante Winkelgeschwindigkeit ω) einer Leiterschleife induziert eine sinusförmige Spannung.

Effektivwerte Strom oder Spannung können auf verschiedene Arten gemittelt werden:

- einfacher Mittelwert:

$$\langle U \rangle = \frac{\int_0^T U(t)dt}{\int_0^T dt} = 0 \tag{70}$$

- Gleichrichtwert: erst alles auf die positive Seite "umpolen", dann wird gemittelt:

$$\bar{U} = \frac{\int_0^T |U(t)|\, dt}{\int_0^T dt} = 0 \tag{71}$$

  Für $U(t) = U_0 sin(\omega t)$ folgt dann $\bar{U} = \frac{2}{\pi} U_0 \approx 0.64 \cdot U_0$

- Der *Effektivwert* ist für Anwendungen besonders wichtig: es wird so gemittelt, dass die gleiche Leistung wie bei einem Gleichstrom anfällt,

$$U_{eff}^2 = \frac{\int_0^T [U(t)]^2 dt}{\int_0^T dt} \tag{72}$$

  Für $U(t) = U_0 sin(\omega t)$ folgt dann $U_{eff} = U_0/\sqrt{2}$

Zusammenfassung v16 vom 02. Juli 2013

Wechselstromwiderstände und Frequenzverhalten Bei einem ohm'schen Widerstand sind Strom und Spannung immer in Phase, es gilt das Ohm'sche Gesetz in seiner einfachen Formulierung. Bei Kondensatoren und Spulen sind die Momentanwerte von Strom und Spannung zu berücksichtigen.

- (ohmscher) Wirkwiderstand: Strom und Spannung sind in Phase. Alle Frequenzen werden gleichmässig übertragen,

$$X_R = R = U_R/I_R = U/I \tag{73}$$

- kapazitiver Blindwiderstand: der Strom eilt der Spannung um 90° voraus. Kondensatoren blockieren Gleichstrom und lassen hohe Frequenzen besser durch als niedrige,

$$X_C = U_C/I_C = \frac{1}{\omega C} \tag{74}$$

- induktiver Blindwiderstand: die Spannung eilt dem Strom um 90° voraus. Spulen haben keinen Gleichstromwiderstand und lassen niedrige Frequenzen besser durch als hohe,

$$X_L = U_L/I_L = \omega L \tag{75}$$

Zeigerdiagramm Ströme oder Spannungen werden als zeitabhängige komplexe Zahlen behandelt und wie Vektoren in der komplexen Ebene addiert.

Die Phasenverschiebung wird mit Hilfe eines Oszillographen demonstriert.

Schaltung von Wechselstromwiderständen Der Quotient aus Gesamtspannung und Gesamtstrom heisst Scheinwiderstand oder Impedanz:

$$Z = U_{ges}/I_{ges} \tag{76}$$

- Reihenschaltung: überall fliesst der gleiche Strom und die Teilspannungen addieren sich,

$$U = I\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{77}$$

$$Z_{Reihe} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{78}$$

- Parallelschaltung: überall liegt die gleiche Spannung an und die Teilströme verhalten sich wie die (Schein-)Leitwerte Y,

$$I = U\sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} \tag{79}$$

$$Y_{Parallel} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} \tag{80}$$

Resonanz Minimierung der Blindwiderstände sowohl in Reihen- als auch in Parallelschaltung führt auf die Resonanzbedingung

$$\omega^2 LC = 1 \tag{81}$$

Dies wird in einem Versuch mit drei Glühbirnen demonstriert, die die umgesetzte Leistung einem extern angeregten R-L-C-Kreis visualisieren.

Zusammenfassung v17 vom 05. Juli 2013

Leistungsberechnungen in Wechselstromkreisen erfordern die Berücksichtigung der Phasen von Strom und Spannung:

- Die mittlere Wirkleistung für ideale Spulen und Kondensatoren ist Null. In der realen Welt sind Strom und Spannung um einen Winkel ϕ verschoben;
- Der "Leistungsfaktor" $\lambda = cos(\phi) = \frac{P}{UI}$ ist oft auf elektrischen Geräten angegeben.
- Der Wirkstrom ist $I_w = I \cdot cos(\phi)$; die Wirkleistung $P = UIcos(\phi) = UI\lambda$
- Der Blindstrom ist $I_b = I \cdot sin(\phi)$; die Blindleistung $Q = UIsin(\phi)$;
- Die Scheinleistung ist $S = UI$.

Blindströme verrichten keine Arbeit im Verbraucher, belasten die Netze und verursachen Verluste in Zuleitungen. Sie können durch *Leistungsanpassung* vermieden werden, indem eine induktive Last mit der Blindleistung Q_L durch eine parallel geschaltete Kapazität mit der Blindleistung Q_C kompensiert, d.h. der Kondensator muss die Kapazität $C = Q_L/(U^2\omega)$ haben.

Schwingkreise In einem einfachen RC-Kreis entlädt sich der Kondensator exponentiell über den Widerstand, es kann keine Schwingung statt finden. In einem idealen LC-Kreis flutet die gespeicherte Energie zwischen Spule und Kondensator hin und her. In einem RLC-Kreis kommt es zu *gedämpften Schwingungen*, die wir hier als Ladung $q(t)$ betrachten:

- Die Maschenregel fordert $\sum U_i = 0; i = R, L, C$
- Die Teilspannungen sind $U_R = RI = R\dot{q}$ am Widerstand, $U_C = q/C$ am Kondensator und $U_L = L\dot{I} = L\ddot{q}$ an der Spule;
- Die Dgl. lautet $R\dot{q} + q/C + L\ddot{q} = 0$; Ansatz: $q(t) = q_0 \cdot e^{i\tilde{\omega}t}$;
- Für unsere Anfangsbedingung $q(t=0) = q_0$ ist die Lösung $q(t) = q_0 \cdot exp(-\frac{R}{2L}t) \cdot cos(\omega t)$. Man kann exponentielle, kritische und überkritische Dämpfung je nach relativer Grösse von $1/LC$ und $R^2/4L^2$ unterscheiden.

Dabei ist $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ die Resonanzfrequenz des gedämpften Schwingkreises, die für $R \to 0$ in die eines ungedämpften Systems $\omega_0 = \sqrt{1/(LC)}$ übergeht.

Vergleich von mechanischen und elektrischen Schwingungen Das mechanische Analogon eines RLC-Kreises ist z.B. ein mit der Federkonstante D elastisch aufgehängter Körper der Masse m, der in einem Medium gedämpfte periodische Bewegungen ausführt, wobei die Reibungskraft $F_r = \rho v$ proportional zur Geschwindigkeit v sei (es gibt auch andere Abhängigkeiten, z.B. $F_r = \rho v^2$ bei turbulenter Strömung).

Elektromagn. Schwingungen	Mechan. Schwingungen
$L\ddot{q} + q/C + R\dot{q} = 0$	$m\ddot{y} + Dy + \rho\dot{y} = 0$
$L,\ C,\ R$	$m,\ D,\ \rho$
$q,\ I,\ U$	$y,\ v = \dot{y},\ a = \ddot{y}$

Zusammenfassung v18 vom 09. Juli 2013

Der Gütefaktor $Q_{el.}$ ist die Zeitkonstante für die Energieabnahme im Schwingkreis,

$$Q_{el.} = 2\pi \cdot \frac{E}{\Delta E)_{1\ Periode}} \tag{82}$$

Da die Ladung q wie $exp(-\frac{R}{2L}t)$ gedämpft wird und $E_{el.} \propto q^2$ ist, folgt $Q_{el.} = \omega_0 \cdot L/R$

Erzwungene Schwingungen stellen sich ein, wenn z.B. der Schalter durch einen ext. Generator ersetzt wird ($U_G(t) = U_{G0}cos(\omega t)$). Dieser Term muss zur Dgl. auf der rechten Seite addiert werden und führt zu Lösungen

$$I = I_{max}cos(\omega t - \delta) \tag{83}$$

Stromresonanz tritt auf, wenn $I_{max} = U_{G0}/Z$ maximal wird (Z siehe Gl. 78). Die Phase ist $tan\delta = (X_L - X_C)/R$.

Diode Eine Vakuum-Röhrendiode besteht aus einer Heizdrahtkathode und einer Anode. Der Strom dazwischen hängt von der zwischen Anode und Kathode angelegten Spannung ab und weist eine Gleichrichtcharakteristik auf.

Triode Eine Vakuum-Triodenröhre besitzt noch eine weitere Steuerelektrode, ein für Elektronen durchlässiges Gitter, das zum Modulieren des Anoden-Kathoden-Stroms genutzt werden kann.

Motoren und Generatoren wurden in Modellen vorgeführt.

Dreiphasenstrom findet in der Elektrotechnik Verwendung. Er wird durch drei um 120° versetzte Spulen erzeugt, die in *Dreieck-* oder *Sternschaltung* verknüpft werden können.

Mathematische Erinnerung Der Gauss'sche Satz (Gl. 84) für ein allgemeines Vektorfeld $\vec{F}$ überführt ein Volumenintegral von $div\vec{F}$ über das Volumen V in ein Oberflächenintegral von $\vec{F}$ über die das Volumen einschliessende Fläche A. (Kontext Gl. 12).

Der Stokes'sche Satz (Gl. 85) verknüpft das Integral eines Wirbelfelds $rot\ \vec{F}$ über eine Fläche A mit einem geschlossenen Linienintegral über die Tangentialkompenente entlang einer Kurve C, von der A begrenzt wird.

$$\int_V div\vec{F}(\vec{r})\ dV = \oint_A \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{A} \tag{84}$$

$$\int_A rot\vec{F}(\vec{r})\ dA = \oint_{C(A)} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{\ell} \tag{85}$$

Das Ampere'sche Gesetz beinhaltet, dass "die Wirbel von Magnetfeldern ihre Ursachen in Stromdichten haben":

$$\mu_0 \cdot \vec{j} = rot\ \vec{B} \tag{86}$$

Eine vertiefte Betrachtung des Induktionsgesetzes und die Anwendung des Stokes'schen Satzes verknüpft ein elektrisches Wirbelfeld mit der zeitlichen Änderung eines Magnetfeldes:

$$rot\ \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{87}$$

Zusammenfassung v19 vom 11. Juli 2013

Der Maxwell'sche Verschiebungsstrom Das Ampere'sche Gesetz verknüpft das Integral von $\vec{B} \cdot d\vec{l}$ über eine geschlossene Kurve C mit dem gesamten Strom I, der durch die von C umschlossene Fläche tritt. Die Gleichung kann offenbar Kondensatoren und andere nicht-stationäre Ströme nicht beschreiben und muss um einen "Verschiebungsstrom" I_v erweitert werden, der die Änderung des elektrischen Flusses durch die von C umschlossene Fläche darstellt:

$$I_v = \epsilon_0 \frac{d\Phi_{el}}{dt} \tag{88}$$

Das verallgemeinerte Ampere'sche Gesetz lautet dann

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0(I + I_v) = \mu_0 I + \mu_0\epsilon_0 \frac{d\Phi_{el}}{dt} \tag{89}$$

Für Stromdichte und Ladungsdichte gilt die Kontinuitätsgleichung:

$$div\vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{90}$$

Die Maxwell-Gleichungen in ihrer integralen und differentiellen Form und ihre physikalische Bedeutung lauten:

1 Die Quellen des elektrischen Feldes sind Ladungen (Verallgemeinerung des Coulomb'schen Gesetzes); elektrische Feldlinien beginnen und enden in Ladungen (oder im Unendlichen):

$$\oint_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q/\epsilon_0 \tag{91}$$

$$div\vec{E} = \rho/\epsilon_0 \tag{92}$$

2 Es gibt keine magnetischen Ladungen; $\vec{B}$-Linien sind in sich gecshlossen.

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \tag{93}$$

$$div\vec{B} = 0 \tag{94}$$

3 Ein elektrisches Feld wird durch ein zeitlich veränderliches Magnetfeld erzeugt.

$$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt}\int_A \vec{B} \cdot d\vec{A} \tag{95}$$

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{96}$$

4 Ein Magnetfeld wird einen elektrischen Strom und/oder durch ein zeitlich veränderliches $\vec{E}$-Feld erzeugt.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I + \mu_0\epsilon_0 \frac{d}{dt}\int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} \tag{97}$$

$$rot\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \tag{98}$$

Die wechselseitige Erzeugung von elektrischen und magnetischen Felder geschieht auch ausserhalb von Leitern: es entstehen elektromagnetische Wellen! Die elektrischen und magnetischen Feldlinien stehen stets senkrecht aufeinander und senkrecht zur Ausbreitungsrichtung; elektromagnetische Wellen sind Transversalwellen.

Zusammenfassung v20 vom 16. Juli 2013

Ausbreitung von em. Wellen Die ursprüngliche zeitliche Form bleibt bei der Ausbreitung erhalten, weil sich Sinus- und Kosinus-Funktionen bei fortgesetztem Ableiten selbst reproduzieren. Dies ist auf beliebige Wellenformen (auch Rechtecke und Sägezähne) übertragbar, weil sich alle solche Verläufe aus einer geeigneten Superposition von trigonometrischen Funktionen zusammensetzen lassen ("Fourier-Methoden").

Sichtbares Licht stellt einen kleinen Ausschnitt aus dem Spektrum elektromagnetischer Wellen dar. "Rot" ist langwellige Strahlung mit 750 nm Wellenlänge, "Blau" ist kurzwellige Strahlung mit 400 nm Wellenlänge. Im gesamten Spektrum gilt die Planck'sche Strahlungsformel

$$E_\gamma = h \cdot \nu \tag{99}$$

Wellengleichung Allgemeine Gleichung für eine Welle, die sich mit der Amplitude f_0 in x-Richtung ausbreitet:

$$y = y_0 \cdot sin(kx - \omega t) \tag{100}$$

$$\text{mit } k = \frac{2\pi}{\lambda};\ \omega = 2\pi f;\ f \cdot \lambda = \frac{\omega}{k} = v. \tag{101}$$

Aus der differentiellen Form der Maxwell-Gleichungen folgt eine Wellengleichung der Form

$$\nabla^2 \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \tag{102}$$

Aus den 3. und 4. Maxwell'schen Gleichungen folgt die Ausbreitungsgeschwindgkeit elektromagnetischer Wellen (gleich Lichtgeschwindigkeit) aus den elektrischen und magnetischen Feldkonstanten; in Materie gilt analog eine Formulierung, die mit den relativen Zahlenwerten ϵ_r und μ_r skaliert ist. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer em. Welle in einem Koaxialkabel ist z.B. nur 2/3 c.

$$v = c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \tag{103}$$

Die Energiedichte einer e.m. Welle ergibt sich aus der Addition und Integration der elektrischen und magnetischen Anteile:

$$w_{em} = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0} = \epsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0} = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} EB \tag{104}$$

Die Intensität einer e.m. Welle ist definiert als die mittlere Energie, die pro Zeit durch eine senkrecht zur Ausbreitungsrichtung stehende Fläche fliesst. Der Energietransport folgt dem Poynting-Vektor:

$$\vec{S} = (1/\mu_0)(\vec{E} \times \vec{B}) \tag{105}$$

$$\text{mit } \bar{S} = (1/2\mu_0) E_0 B_0 \tag{106}$$

Der Strahlungsdruck berechnet sich aus der Intensität dividiert durch die Lichtgeschwindigkeit, $P = I/c$. Der so genannte Lichtdruck lässt sich in (qualitativ hochwertigen) Lichtmühlen, in der Astronomie und anhand von Kometenschweifen nachweisen; letztere zeigen stets von der Sonne weg.

Zusammenfassung v21 vom 18. Juli 2013

Die Wellennatur des Lichts wird mit Hilfe eines roten Lasers demonstriert, der einen schmalen Spalt der Breite a beleuchtet. An der Hörsaalwand erscheint ein Beugungsmuster. Aus der Interferenzbedingung (vgl. 1. Semester) folgt für den Winkel, unter dem das n-te Minimum bzw Maximum erscheint

$$sin\theta_{min} = n \cdot \frac{\lambda}{a}; \quad sin\theta_{max} = (n + \frac{1}{2}) \cdot \frac{\lambda}{a} \tag{107}$$

Cherenkov-Effekt ist die Emission von Licht in transparenten Medien, wenn sich ein geladenes Teilchen schneller als die Lichtgeschwindigkeit c_m durch das Medium bewegt. Ursache ist die asymmetrische Relaxation von atomaren Dipolen. Das Licht wird unter dem Cherenkovwinkel zur Vorwärtsrichtung des Teilchens emittiert,

$$cos\theta_{Ch} = \frac{c_m}{v} = \frac{1}{n(\lambda)\beta} \tag{108}$$

Der Brechungsindex $n = c/c_m$ kann von der Wellenlänge abhängen.

Schwarzkörperstrahlung bezeichnet die thermische Emission von elektromagnetischer Strahlung von einem perfekt absorbierendem bzw. emittierendem Körper, der keine Wellenlängen bevorzugt. Es entstehen kontinuierliche Spektren. Die spektrale Leistungsdichte der Schwarzkörperstrahlung folgt der Planck'schen Formel, s.u.. Eine mögliche Realisierung ist ein berusster Hohlraum mit einer kleinen Öffnung. Die beste Realisierung ist die kosmische Hintergrundstrahlung mit einer Temperatur von 2,7 K.

Linienspektren entstehen, wenn Licht in einem Material frequenz-selektiv absorbiert wird (Absorptionslinien) oder wenn Atome eines Materials Licht nur mit diskreten Frequenzen ausstrahlt. Diese Beobachtung führt direkt auf Fragen des Atombaus.

Strahlungsgesetze Planck nahm an, dass Photonen wie von Einstein propagiert aus diskreten Energiepaketen $E_\gamma = h \cdot \nu$ besteht. Die spektrale Leistungsdichte ist dann

$$P(\lambda, T)\ d\lambda = \frac{8\pi\ hc\ \lambda^{-5}}{e^{hc/kT} - 1}\ d\lambda \tag{109}$$

Das Maximum der Emission wird durch das Wien'sche Verschiebungsgesetz beschrieben,

$$\nu_{max} = \frac{2.82\ k}{h} T \tag{110}$$

Die gesamte von einem Schwarzen Körper der Fläche A emittierte Strahlungsleistung gibt das Stefan-Boltzmann-Gesetz an,

$$P_{ges} = \sigma\ A\ T^4 \tag{111}$$

Demonstration zu Absorption udn Emission: farbige Luftballons mit Laser zerstören und Bolometermessung an einem "Leslie-Würfel".

Die Teilchennatur des Lichts wird mit Hilfe des Photoeffekts demonstriert. Die Energie der freigesetzten Elektronen ist proportional zur Frequenz des eingestrahlten Lichts und hängt nicht (wie nach der Wellenauffassung zu erwarten gewesen wäre) von der Intensität des Lichts ab.