

Vorlesung 10

Physik II
A. Ustinov

SS 2020 

Magnetische Feldgleichungen in Materie

[cgs]

Vakuum:

$$\vec{B} = \vec{H} ;$$

Materie:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} ;$$

↑ relative Permeabilität

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{M} ;$$

$$\vec{B} = (1 + 4\pi\chi) \vec{H} ;$$

[SI]

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} ;$$

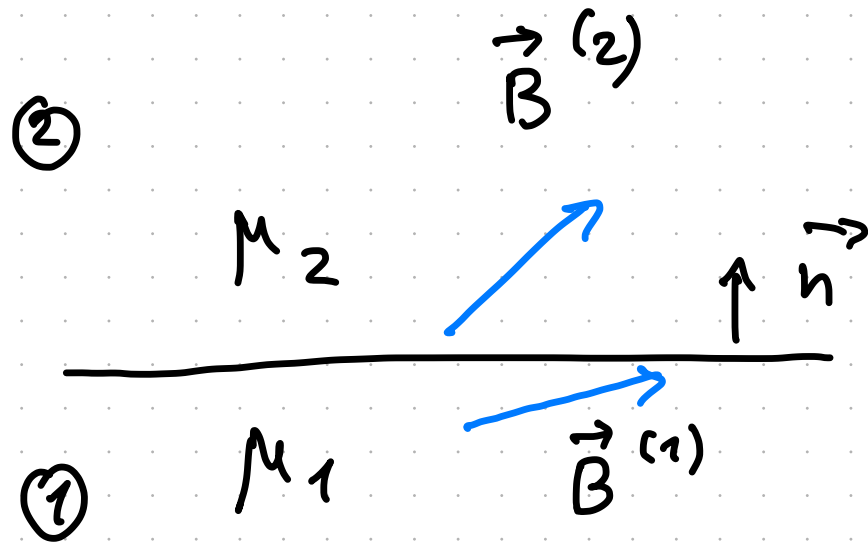
$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H} ;$$

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) ;$$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi) \vec{H} ;$$

Grenzfläche zweier Medien:

im Medium ohne Strom ($\vec{j} = 0$); $\text{rot } \vec{H} = 0$;
Tangentialkomponente:



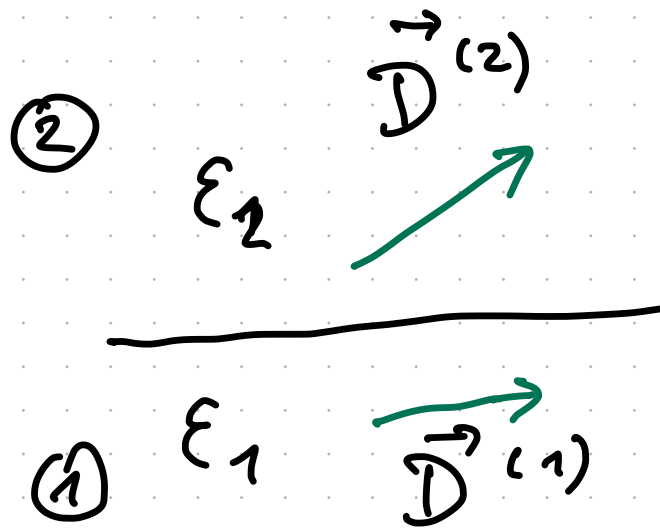
$$H_{\tau}^{(1)} = H_{\tau}^{(2)};$$

$$\frac{B_{\tau}^{(1)}}{\mu_1} = \frac{B_{\tau}^{(2)}}{\mu_2}; \quad \left. \begin{array}{l} \Downarrow \\ \end{array} \right\} \text{"\u201e"} \hat{=} \parallel$$

Normalkomponente (aus $\text{div } \vec{B} = 0$):

$$B_n^{(1)} = B_n^{(2)}; \quad \Rightarrow \quad \mu_1 H_n^{(1)} = \mu_2 H_n^{(2)};$$

• $\Rightarrow$! Erinnerung über elektrisches Feld:



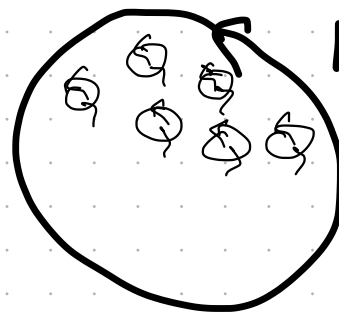
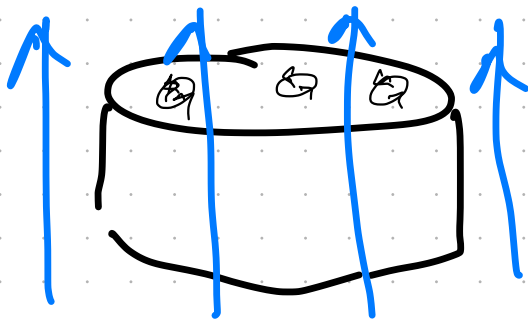
Tangentialkomponente:

$$E_{\tau}^{(1)} = E_{\tau}^{(2)} ; \quad \frac{D_{\tau}^{(1)}}{\epsilon_1} = \frac{D_{\tau}^{(2)}}{\epsilon_2} ;$$

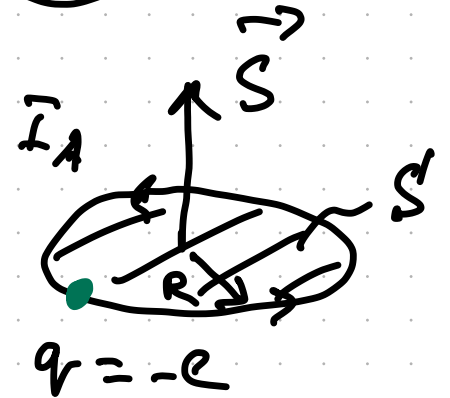
Normalkomponente:

$$D_n^{(1)} = D_n^{(2)} ; \quad \epsilon_1 E_n^{(1)} = \epsilon_2 E_n^{(2)} ;$$

Atomare magnetische Momente



Kreisstrom



Kreisstrom : $I_A = q f = \frac{q \omega}{2\pi}$;

magn. Moment : $\vec{P}_m = I_A \cdot \vec{S} = \frac{q \omega}{2\pi} \pi R^2 = \frac{1}{2} q R^2 \omega$;

Drehimpuls : $\vec{L} = m [\vec{R} \vec{v}] = m_e R^2 \omega$;

$\Rightarrow \boxed{\vec{P}_m = \frac{q}{2m_e} \vec{L}}$; $\frac{q}{2m_e} \hat{=} \text{gyromagnetisches Verh\u00e4ltnis ;}$

Bohr'schen Atommodell : Elektron auf einer Kreisbahn um das Proton (Wasserstoff-atom)

Bahndrehimpuls : $L = l \cdot \hbar$; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$;

$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}$

ganzzahlig

Plancksches Wirkungsquantum

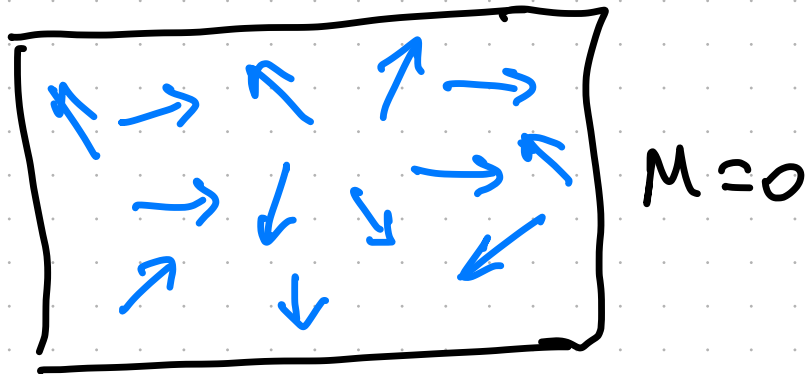
Bohrsche Magneton: $\mu_B = \left| \vec{P}_m \right|_{l=1} = \frac{e \hbar}{2 m_e}$;

$\chi < 0$: Diamagnete $\left| \vec{P}_m \right|_A = 0$;

$\chi > 0$: Paramagnete $\left| \vec{P}_m \right|_A \neq 0$;

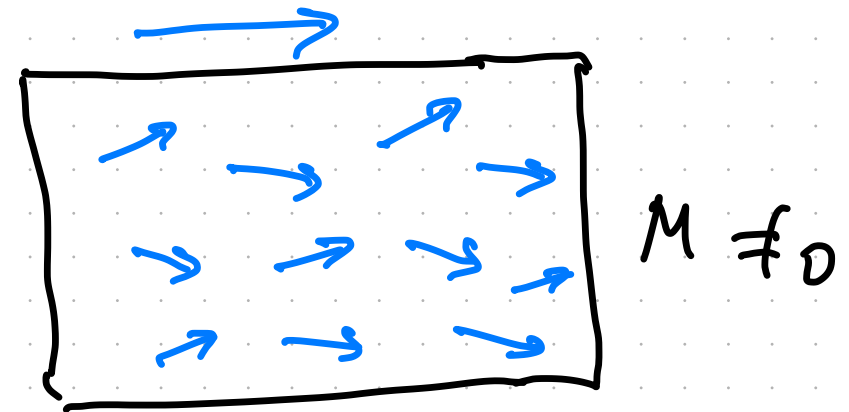


$B = 0$



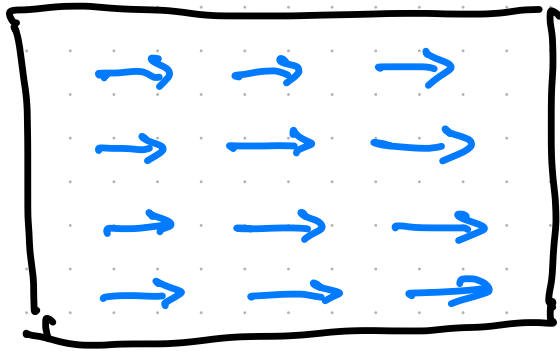
thermische Bewegung

$B \neq 0$



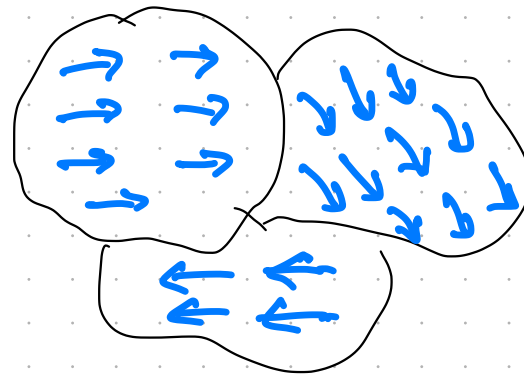
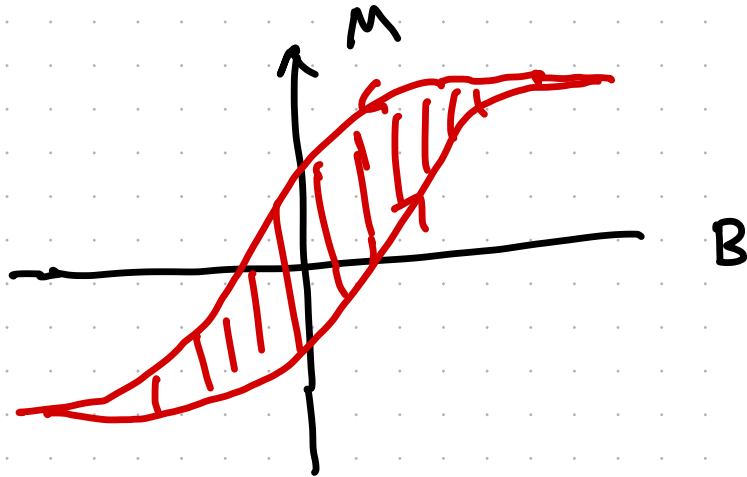
$T < T_c$; Curie - Temperatur

auch für $B=0$!



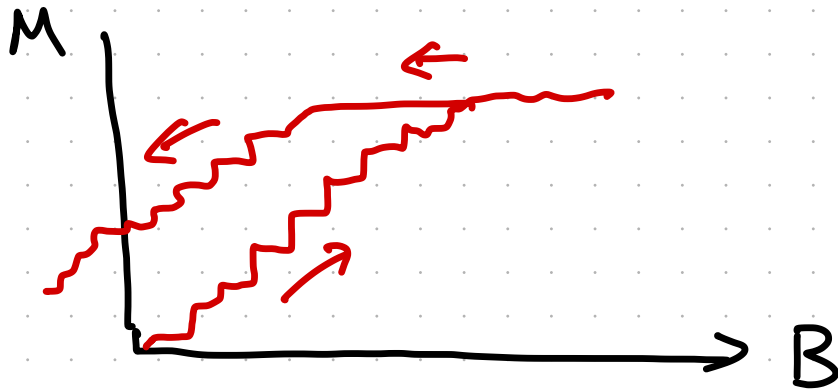
$M \neq 0$; $T_c|_{Fe} \sim 1030 K$

$T_c|_{Co} \sim 630 K$



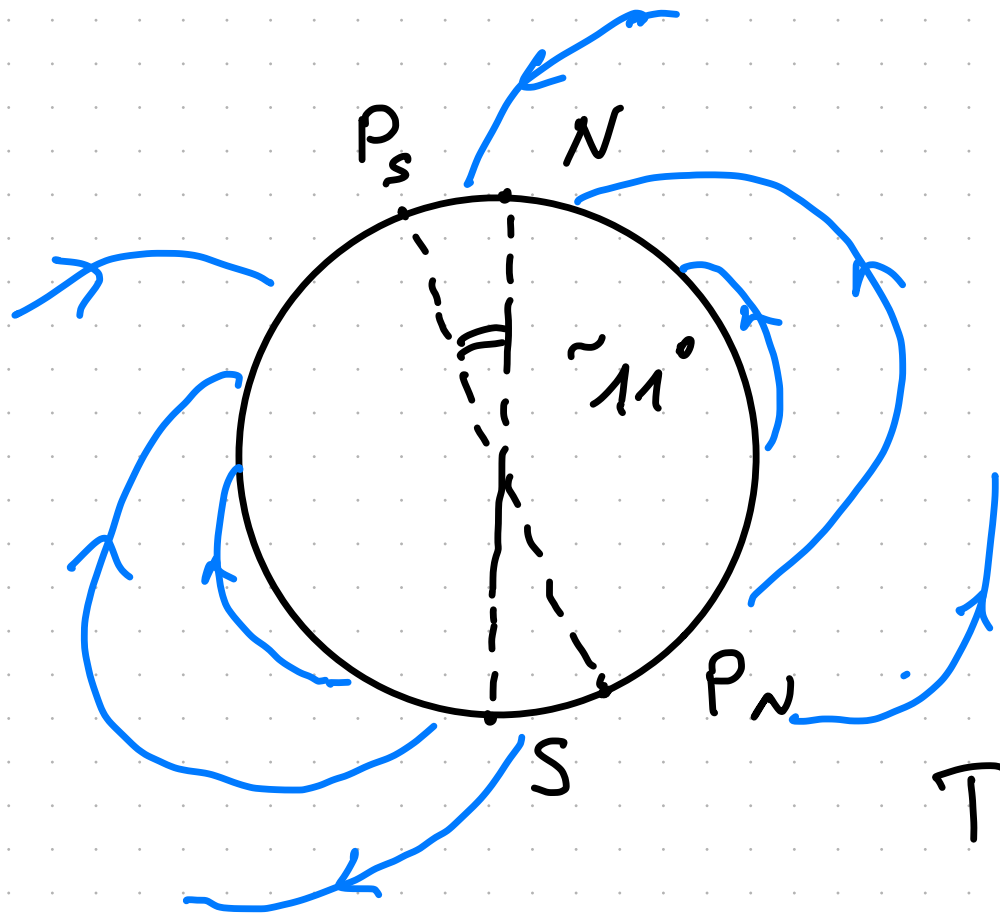
Weissche
Bezirke

$N_w \sim 10^8 \div 10^{12}$



Barkhausen Sprünge

Das Magnetfeld der Erde



Geographische N Pol.



geo-magnetische S Pol.

Quelle: Magmasströme

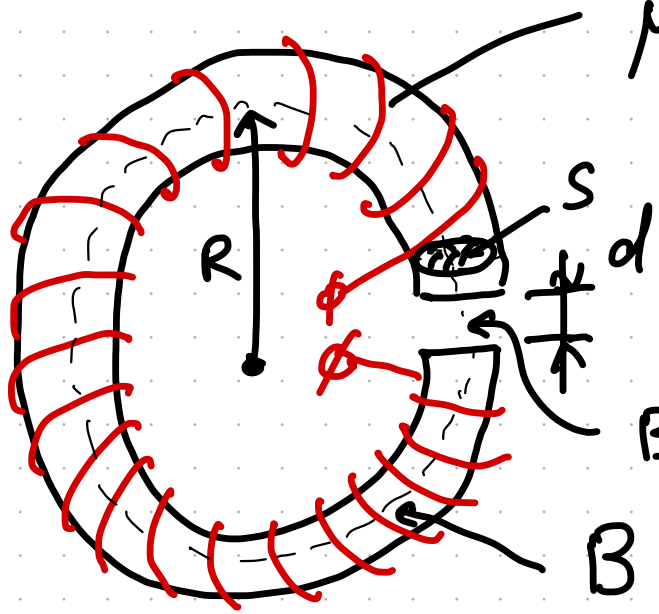
$T_c < T_{\text{Kern}}$ → keine
Magnete

$$\left. \begin{array}{l} |H_{\text{Erde}}| \sim 0,5 \text{ Oe} \\ |B_{\text{Erde}}| \sim 0,5 \text{ G} \end{array} \right\} [\text{cgs}]$$

(nur Paramagnete)

$$B \sim 0,05 \text{ mT} [\text{SI}].$$

Elektromagnete



$\mu \gg 1$; Eisenkern : $\mu \approx 2000 \gg 1$
(Linearfall, keine Restmagnetisierung)

$\leftarrow$ Luftspalt ; $d \ll R$

$$B_0 \approx B ;$$

$$B = \mu \frac{4\pi}{c} n_w I ;$$

Ringspule

Zirkulation H :

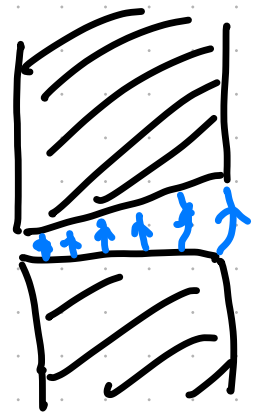
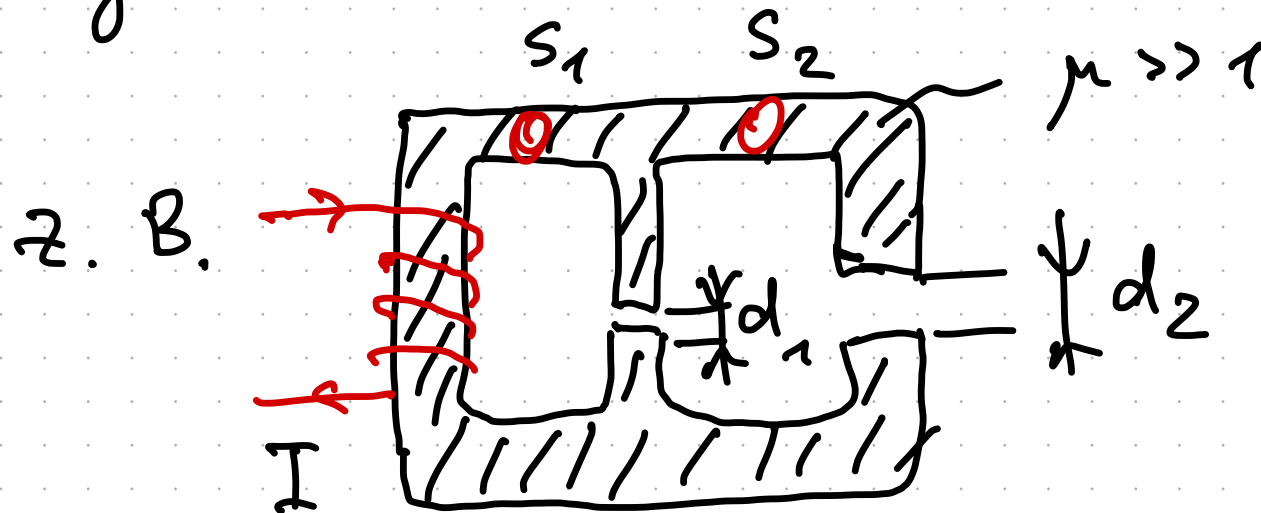
$$(2\pi R - d) H + d H_0 = \frac{4\pi}{c} n_w I ;$$

$$\frac{2\pi R - d}{\mu} B_0 + d B_0 = \frac{4\pi}{c} n_w I ; \Rightarrow B_0 = \frac{\frac{4\pi}{c} n_w I}{\frac{2\pi R - d}{\mu} + d} ;$$

Fluß: $\Phi = B_0 S$;

$$\underbrace{\frac{2\pi R - d}{\mu S}}_{\text{"Widerstände"}} \underbrace{\Phi}_{\text{"Strom"}} + \underbrace{\frac{d}{S}}_{\text{"Strom"}} \underbrace{\Phi}_{\text{"Strom"}} = \underbrace{\frac{4\pi}{c} h_w I}_{\text{"Spannung"}} ;$$

"Magnetische Netzwerke":



"Magnetoleitungen"

3.6 Das Vektorpotential

Konservative Felder haben keine Wirbel:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad ; \quad \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \underbrace{\varphi}_{\text{Potential (Skalar)}}) = 0$$

Wirbelfelder haben keine Divergenz:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad ; \quad \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \times \underbrace{\vec{A}}_{\text{Vektorpotential (Vektor)}}) = 0$$

Vektorpotential : $\vec{B} = \text{rot } \vec{A} \equiv \vec{\nabla} \times \vec{A} \equiv [\vec{\nabla} \vec{A}] ;$

$\vec{A}' = \vec{A} + \underbrace{\text{grad } f}_{\text{beliebige skalare Ortfunktion}} ; \Rightarrow \text{das gleiche } \vec{B} \text{ ergibt};$

$\vec{A}$ ist nicht völlig festgelegt.

$$\text{rot}(\text{grad } f) = 0 ;$$

Zusatzbedingung $\hat{=}$ Eichbedingung

z. B. Coulomb-Eichung : $\text{div } \vec{A} = 0 ;$

d.h. $\text{rot } \vec{A} \stackrel{\text{def}}{=} \vec{B}$, und $\text{div } \vec{A} = 0 ;$

$\vec{A} \perp \vec{B} ; \vec{A}$ kann man nicht messen!

Biot - Savart - Gesetz

eine beliebigen Stromverteilung

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \underbrace{\text{grad div } \vec{A}}_{=0} - \underbrace{\text{div grad } \vec{A}}_{\Delta \vec{A}};$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta \vec{A} = -\frac{4\pi}{c} \vec{j}};$$

! äquivalent zu Poisson-Gl.: $\Delta \varphi = -4\pi \rho$;

$$\vec{A}(\vec{r}_1) = \frac{1}{c} \int \frac{\vec{j}(\vec{r}_2) dV_2}{r_{1,2}}; \quad r_{1,2} = |\vec{r}_1 - \vec{r}_2|.$$