Vorlesung 12

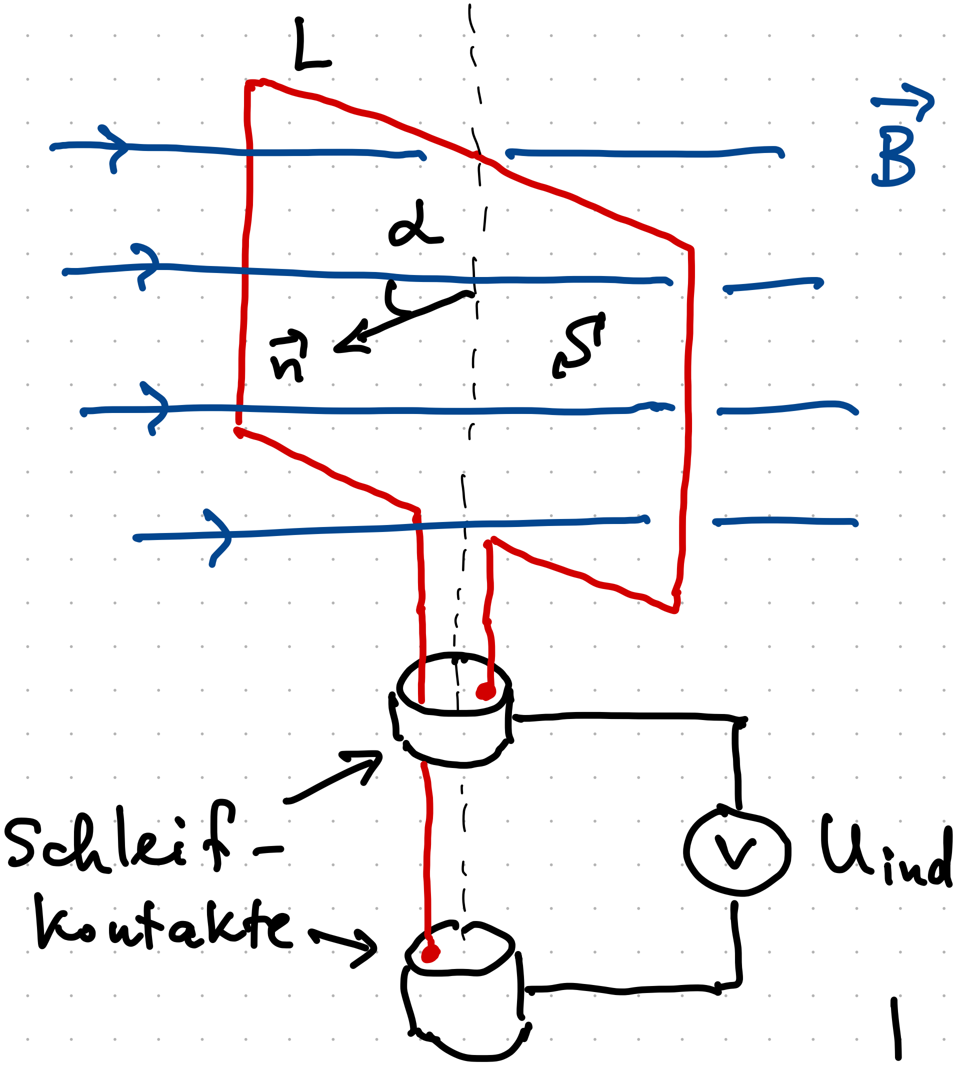
Physik II
A. Ustinov

SS 2020

Lenzsche Regel: Die Änderung des magnetischen Flusses induziert ein elektrisches Feld, das eine Strom erzeugen will, dessen B- Feld der Flussänderung engegenwirkt:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{1}{c}\frac{d\Phi}{dt};$$

z.B.: Eine Rechteckspule mit N_w Windungen der Fläche S dreht in einem Konstanten homogenen Magnetfeld:



$$\alpha(t) = \omega t \,;$$

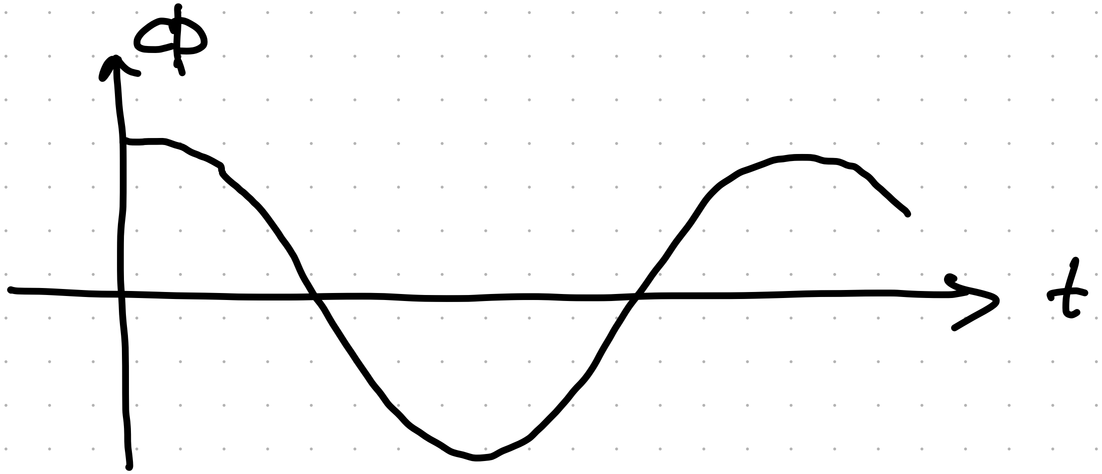
$$[SI]: \; \Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} = B N_w S \cos \alpha(t) \,;$$

$$\downarrow$$

$$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = B N_w S \omega \sin \omega t \,;$$

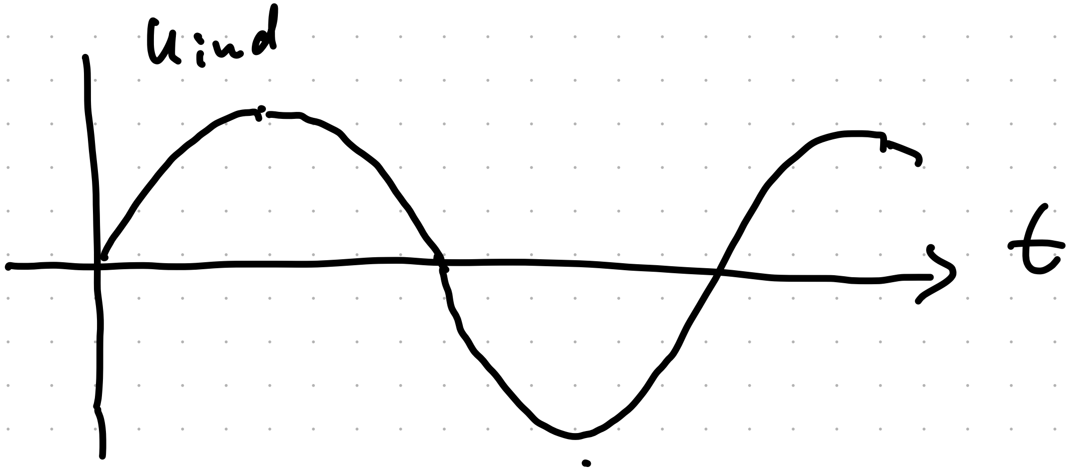
! Grundlage des technischen Wechselspannungsgenerators (+ Elektromotore)

Mit $N_w = 1$; $u_{ind} = -\int_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S}$



$= \oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$;

nach dem Stokesschen Satz:



$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = \int_S \mathrm{rot}\,\vec{E} \cdot d\vec{S},$$

$$\boxed{\mathrm{rot}\,\vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}}$$

! ein magnetisches Wechselfeld $\vec{B}(t)$ erzeugt ein elelektri-
sches Wirbelfeld.

Selbstinduktion

$\Phi \sim I$; $\Rightarrow$ $\Phi = \frac{1}{c} L I$; $\Phi = L I$

[cgs] [SI]

$[L] = 1 \frac{Vs}{A} = 1 H$;

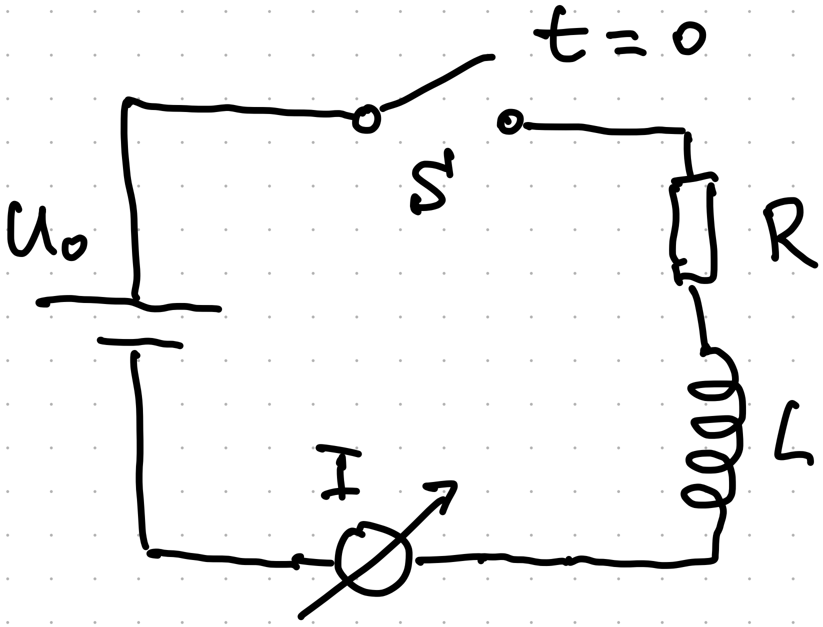
Henry

Skalare Größe L ist

Induktivität (Selbstinduktionskoeffizient).

Induktionsspannung $U_{ind} = -\frac{1}{c} L \frac{dI}{dt}$; [cgs]

$U_{ind} = -L \frac{dI}{dt}$; [SI].

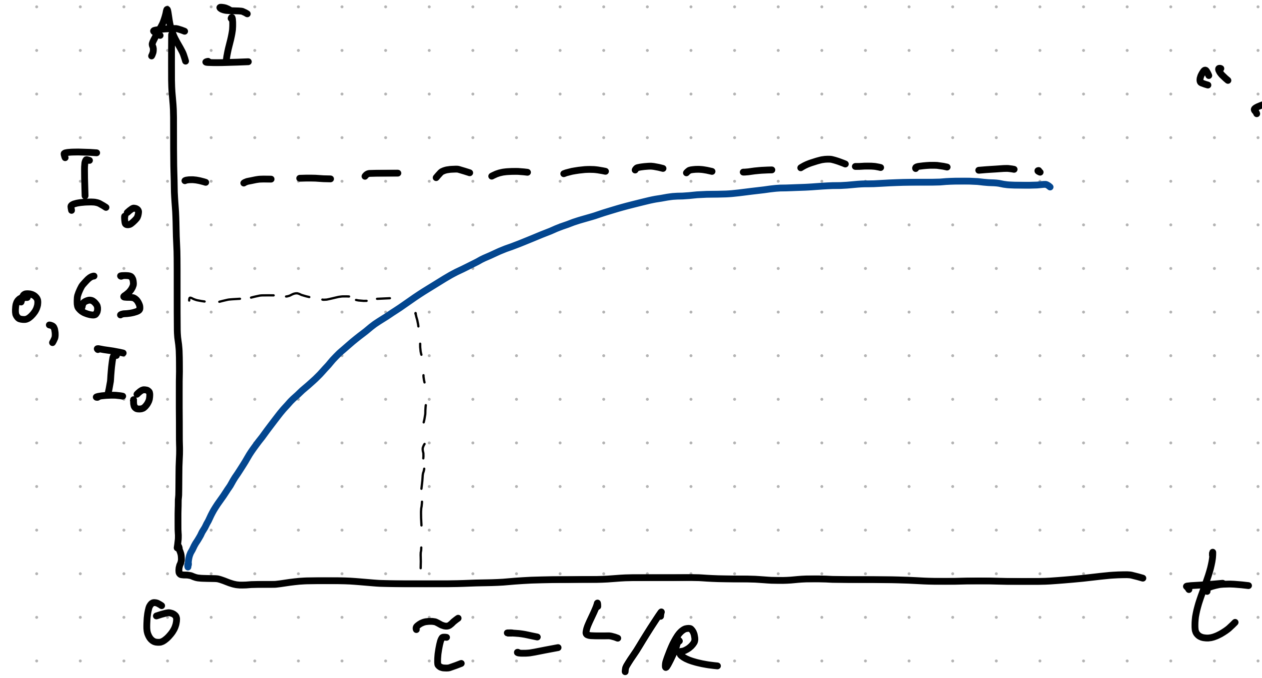


$t = 0$; $I(0) = 0$

$$U_0 = IR + U_{ind} = IR - L\frac{dI}{dt};$$

Ansatz : $I(t) = I_1 e^{-\frac{R}{L}t} + I_0$;

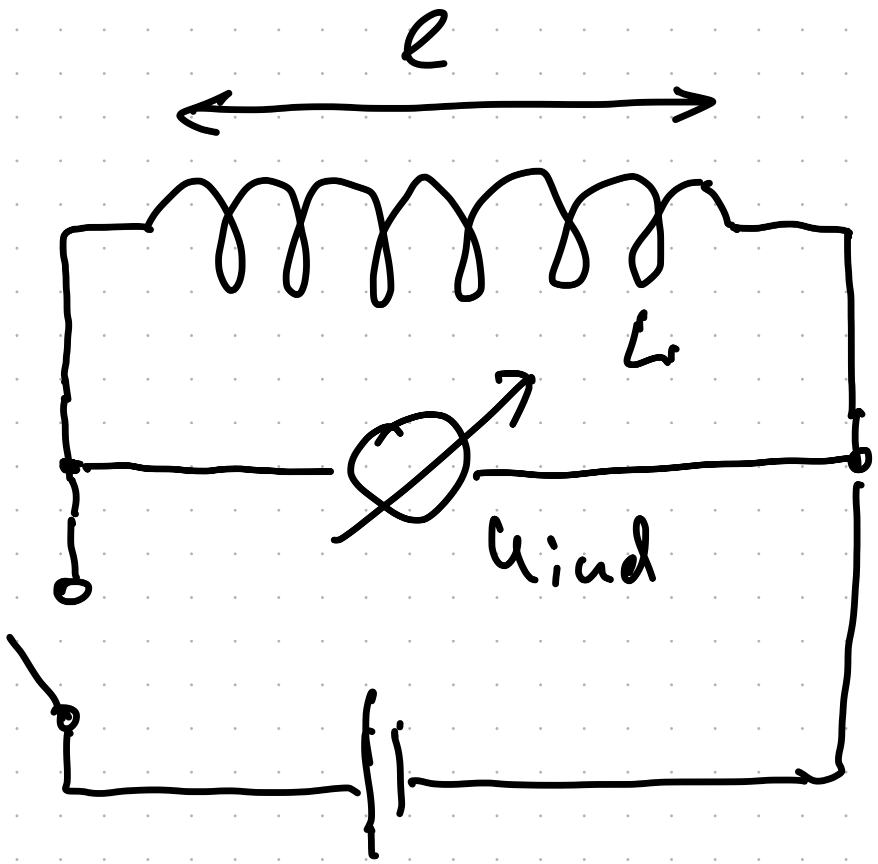
$I_0 = \frac{U_0}{R}$; $I_1 = - I_0$; $I(t) = \frac{U_0}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$;



"Zeitverzögerung" der Ohmschen Gesetz

$\tau = \frac{L}{R}$ ist Zeit-konstante

Induktivität einer Zylinderspule



Spule der Länge l mit n_w Windungen pro 1 m.

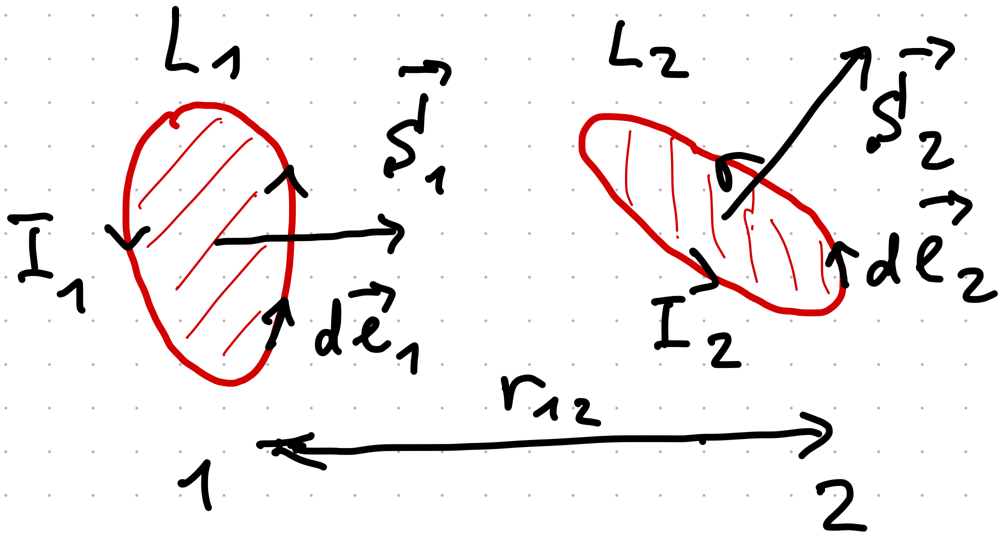
$$[SI]\quad B = \mu_0 n_w I\,;$$

$$\Phi = B \cdot S\,;$$

$$u_{ind} = -N_w \frac{d\Phi}{dt} = n_w l \cdot \mu_0 n_w S \frac{dI}{dt} = -L \frac{dI}{dt}\,;$$

$\boxed{L = \mu_0 n_w^2 V}$; V - von der Spule eingeschlossene Volumen.

Gegenseitige Induktion



Flächenelemente S_1, S_2

$$\vec{A}_1(\vec{r}_2) = \frac{I_1}{c} \int \frac{d\vec{\ell}_1}{r_{12}};$$

Vektorpotential

$\vec{A}$ vom Strom I_1;

$$\Phi_{12} = \int_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{S} = \int_{S_2} \operatorname{rot} \vec{A}_1 \cdot d\vec{S} = \oint_{L_2} \vec{A}_1 \cdot d\vec{\ell}_2 \,;$$

Strom Kreis

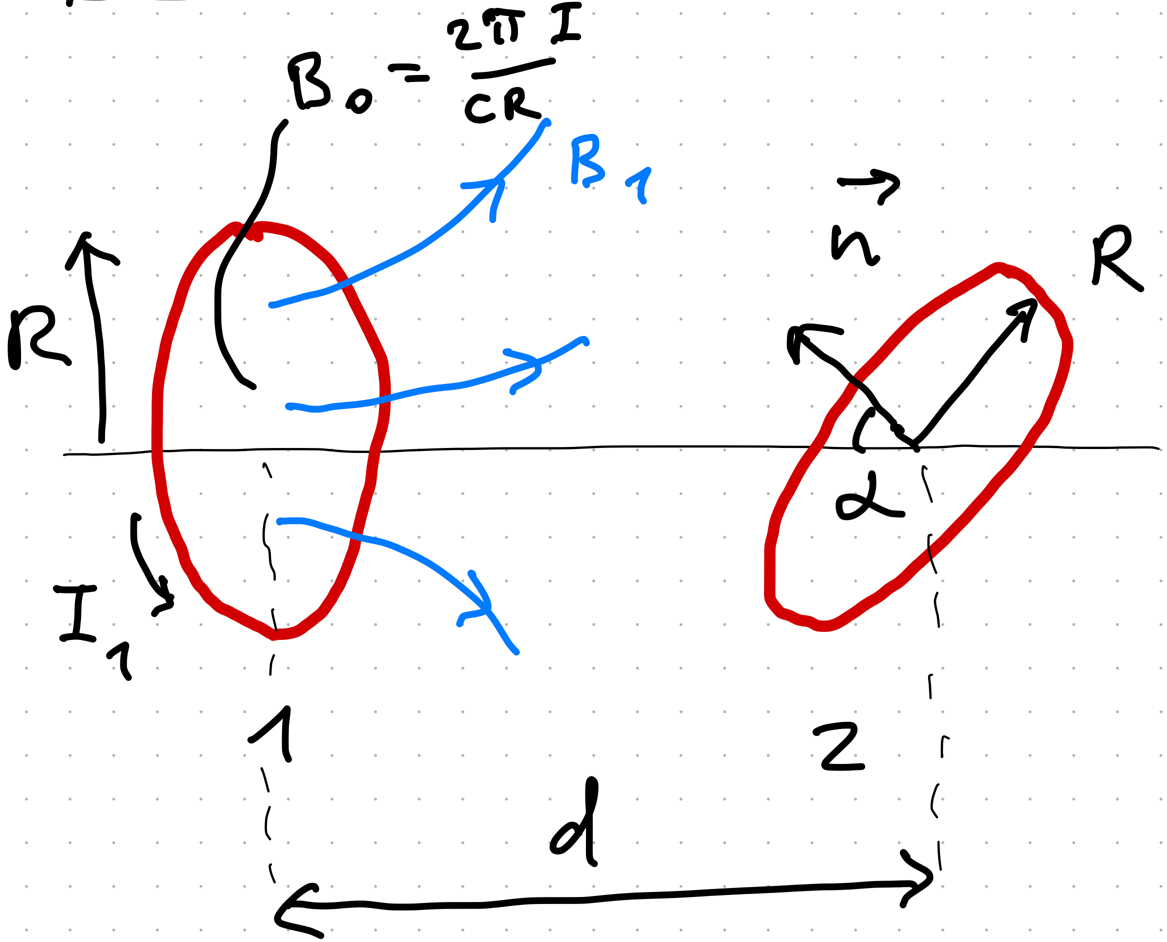
$$\Phi_{12} = \frac{1}{c} I_1 \int_{L_1} \int_{L_2} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{r_{12}} = L_{12} I_1 ;$$

Der Proportionalitätsfaktor L_{12} heißt Koeffizient der gegenseitigen Induktion (gegenseitige Induktivität).

$$L_{12} = L_{21} = \frac{1}{c} \int_{L_1} \int_{L_2} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{r_{12}} ; \quad [cgs]$$

$$L_{12} = L_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{L_1} \int_{L_2} \frac{d\vec{l}_1 \cdot d\vec{l}_2}{r_{12}} ; \quad [SI]$$

Zwei kreisformige Leiterschleifen



a) mit $\alpha = \frac{\pi}{2}$

$\Downarrow$

$L_{12} = 0$;

$L_{21} = 0$;

b) mit $\alpha = 0$

und $d \ll R$

[cgs] $\quad \Phi_{12} = \underbrace{\pi R^2}_{S_2} \cdot \underbrace{\frac{2\pi I_1}{cR}}_{B_1} = \frac{1}{c} \underbrace{2\pi^2 R}_{L_{12}} I_1$;

[SI] $\Rightarrow \quad \Phi_{12} = \frac{\mu_0 \pi}{2} R I_1$; $\qquad L_{12} = \frac{\mu_0 \pi}{2} R$; [SI]

c) $\alpha = 0$; und $d \gg R$;

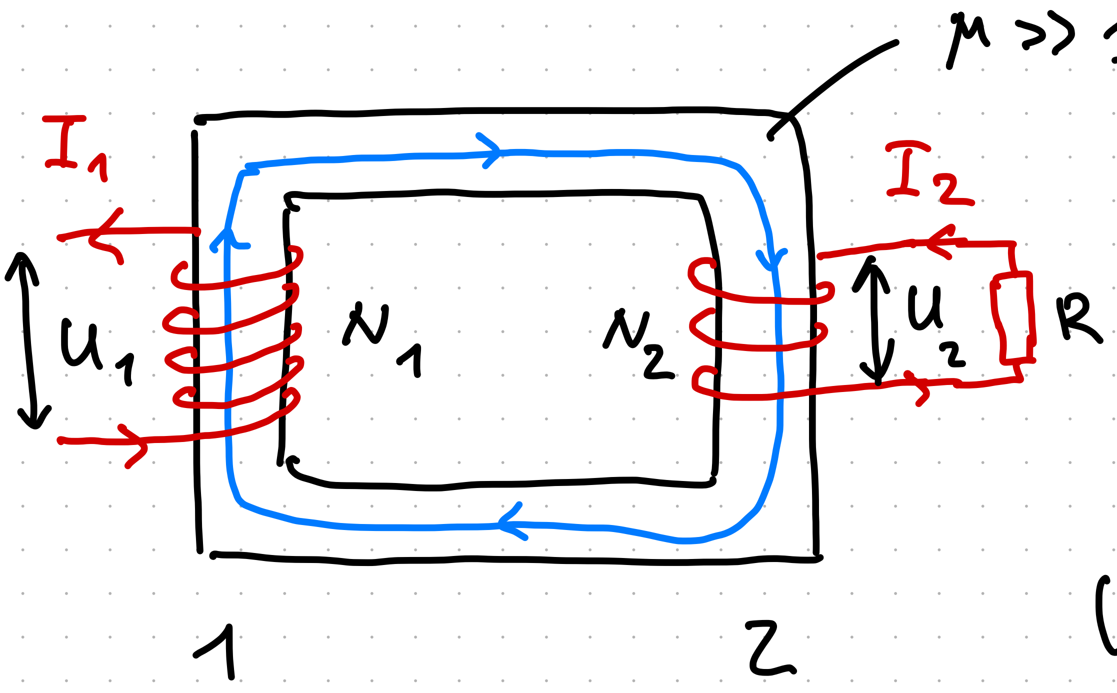
$$[\text{cgs}]\ \Phi_{12} \approx \underbrace{\pi R^2}_{S_2} \cdot \underbrace{\frac{2\pi R^2}{c\, d^3}}_{B_2} I_1 = \underbrace{\frac{2\pi}{c} \frac{R^4}{d^3}}_{L_{12}} I_1 ; [\text{cgs}]$$

$$[\text{SI}]\ \Phi_{12} \approx \underbrace{\mu_0 \frac{\pi}{2} \frac{R^4}{d^3}}_{L_{12}} I_1 ; \qquad L_{12} = L_{21} = M;$$

Symmetrie

(magn. Reziprozitätstheorem)

Transformator



$$U_{ind} = -L\,\frac{dI_1}{dt}$$

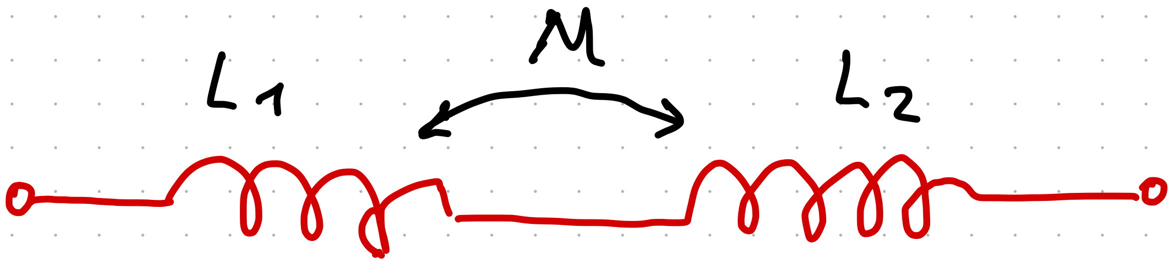
$$= -N_1\,\frac{d\Phi}{dt} = -U_{i_1}$$

$$U_2 = -N_2\,\frac{d\Phi}{dt}$$

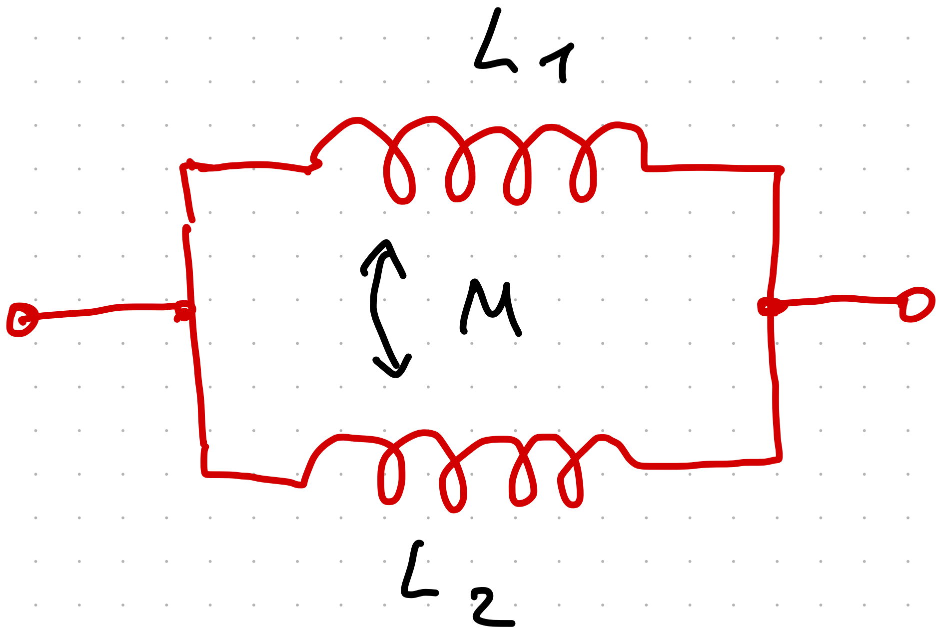
$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{N_2}{N_1}$$; "–" Zeichen bei gleichem Wicklungssinn der Spulen.

bei gegeläufiger Wicklung: $U_1(t) = U_0 \sin \omega t$;

$$U_2(t) = \frac{N_2}{N_1}\,U_0 \sin(\omega t + \pi)\,;$$



$$L_\Sigma = L_1 + L_2 + 2M \quad ; \qquad M > 0 \text{ oder } M < 0$$



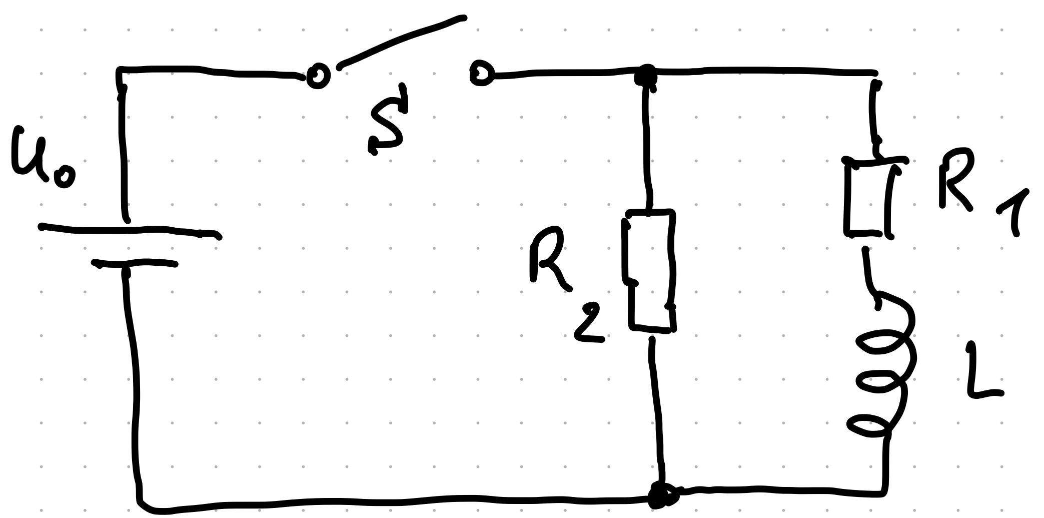
mit $M = 0$

$$\frac{1}{L_\Sigma} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \; ;$$

mit $M \neq 0$; $\quad L_\Sigma = \dfrac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$;

Hint : $\quad U_{ind}^{(1)} = U_{ind}^{(2)}$;

Die Energie des magnetischen Feldes



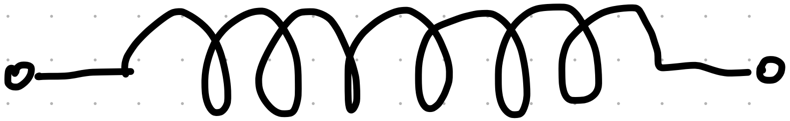
bei Abschalten der Spannungsquelle:

$$W_{mag} = \int_0^\infty U(t) \cdot I(t)\,dt$$

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}; \qquad \} \quad = \int_0^\infty I^2 R\,dt; \quad R = R_1 + R_2$$

$$W_{mag} = \int_0^\infty I_0^2 e^{-\frac{2R}{L}t} R\,dt;$$

$$[SI] \quad W_{mag} = \frac{1}{2} I_0^2 L; \quad [cgs] \quad W_{mag} = \frac{1}{2c^2} I^2 L;$$



[SI] $L = \mu_0 n_w^2 V$.

Energiedichte : $w_{mag} = \frac{W_{mag}}{V} = \frac{\mu_0 n_w^2 I^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0}$;