Aufgabe 1

Studentische - Lösung!

$$\text{rot}\ \vec{H} = j + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$j = 0$ da kein Strom zwischen den Platten fließt.

Kreis integral nach Satz von Stokes, da das Problem rotationssymmetrisch ist:

Sei $S(r)$ eine Keisscheibe mit Radius $S$ und $\partial S(r)$ ihr Rand.

$$B(r) = \frac{1}{2\pi r} \int_{\partial S(r)} \vec{B}(r)\, dr = \frac{1}{2\pi r} \int_{S(r)} \text{rot}\ \vec{B}(r)\, d\vec{n} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2\pi r} \int_{S(r)} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\, d\vec{n} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2\pi r} \int_0^r r \int_0^{2\pi} \frac{\partial E(t)}{\partial t}\, d\varphi\, dr$$

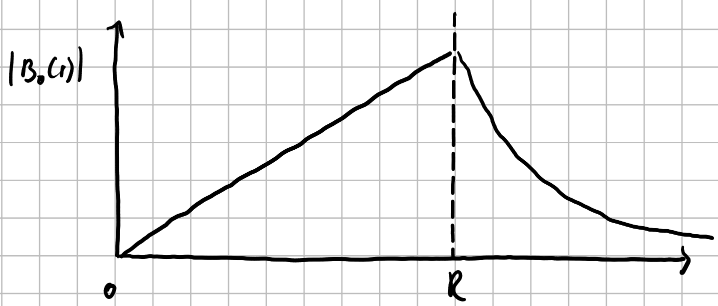
$$= \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2\pi r} \pi r^2 \frac{\partial E}{\partial t} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 r}{2} \frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{\mu_0 \varepsilon_0 r}{2} E_0 \sin(\omega t)\, \omega$$

$\Rightarrow$ Für $r \leq R$ ist $B_0 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 r \omega E_0 \mu_0$

Für $r \geq R$ ist

$$B(r) = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2\pi r} \int_{S(r)} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\, d\vec{n} = \frac{\mu_0 \varepsilon_0}{2\pi r} \pi R^2 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\frac{\mu_0 \varepsilon_0 R^2 \omega}{2r} E_0 \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow B_0(r) = \frac{\mu_0 \varepsilon_0 R^2 \omega}{2r} E_0$$



Aufgabe 2

Es handelt sich um einen Spannungsteiler.

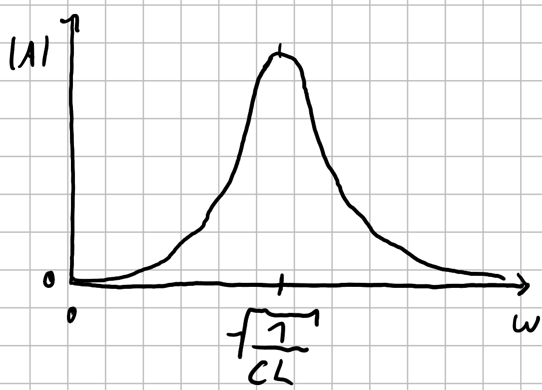
$$U_a = U_e \frac{R}{-\frac{i}{wC} + iwL + R} = U_e \frac{R\left(R + i\frac{1}{wC} - iwL\right)}{R^2 + \left(iwL - \frac{i}{wC}\right)^2}$$

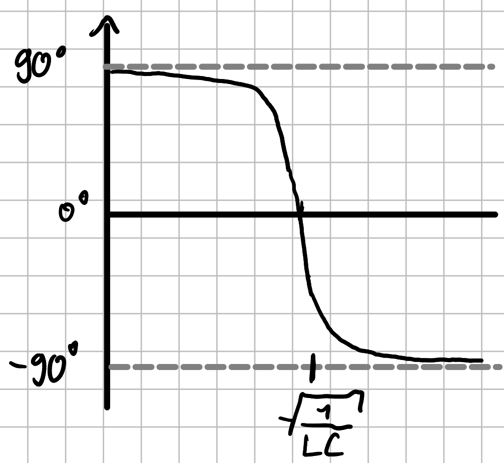
$$\Rightarrow A = \frac{R\left(R + i\frac{1}{wC} - iwL\right)}{R^2 + \left(iwL - \frac{i}{wC}\right)^2}$$

$$\Rightarrow |A| = \frac{\sqrt{R^4 + R^2\left(\frac{1}{wC} - wL\right)^2}}{R^2 + \left(iwL - \frac{i}{wC}\right)^2}$$

$$0 \overset{!}{=} wL - \frac{1}{wC} \Rightarrow w^2L - \frac{1}{C} = 0 \Rightarrow w = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

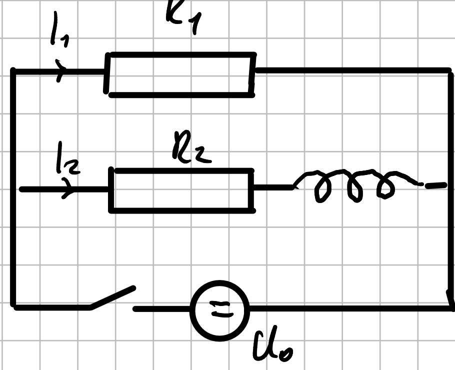
$$\Rightarrow \varphi = \arg\tan\left(\frac{\frac{1}{wC} - wL}{R}\right)$$




Der Schaltkreis ist ein Filter, der nur Frequenzen um $\sqrt{\frac{1}{CL}}$ gut überträgt und andere Frequenzen dämpft

Aufgabe 4




$$\left.\begin{aligned} U_0 &= I_1 R \\ U_0 &= I_2 R + \dot{I}_2 L \end{aligned}\right\}$$

$I_0 = I_1 + I_2 = 0A \leftarrow$ Da sollen

$I_2 = -I_1$

$\Rightarrow I_1 R = I_2 R + \dot{I}_2 L$

$\Rightarrow -2 I_2 \frac{R}{L} = \dot{I}_2 \quad \Rightarrow I_2 = \frac{I_0}{2} \exp\left(-2\frac{R}{L}t\right) \qquad$ da $I_2(t=0) = \frac{I_0}{2}$

Aufgabe 3

Magnetfeld eines unendlichen Leiters:

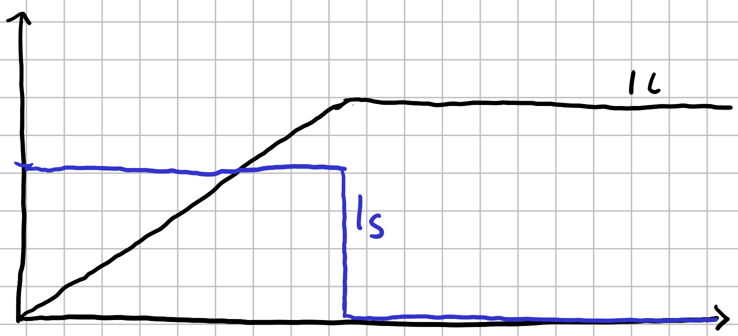
$$B = \frac{1}{2\pi r} \frac{I_L(t)}{\mu_0}$$

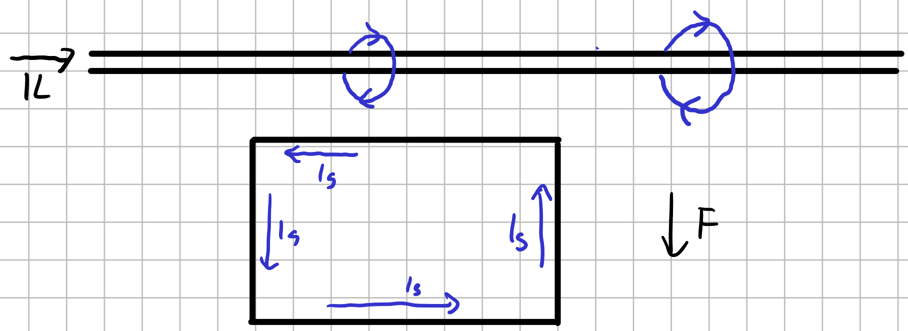
Fluss durch die Leiterschlaufe:

$$\phi = \int_a^{a+b} \int_0^d B \, dx \, dy = \frac{d\, I(t)}{2\pi \mu_0} \int_a^{a+b} \frac{1}{y} dy = \frac{d\, I_L(t)}{2\pi \mu_0} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)$$

$$U_{ind} = \dot{\phi} = \frac{d\, \dot{I}_L}{2\pi \mu_0} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \quad \text{mit } \dot{I}_L = \beta \;\; \forall t \in [0, t_1]$$

$$\Rightarrow I_s = \frac{U}{R_s} = \frac{d\beta}{2\pi \mu_0 R_s} \ln\left(\frac{a+b}{a}\right) \;\; \forall t \in [0,t_1] \;\; \text{sonst } I_s = 0$$




b) Auf die Vertikalen Leiter wirkt die Lorenzkraft entgegengesetzt und gleicht sich aus. Es müssen nur die Horizontalen Leiter beachtet werden.

Lorenzkraft auf einen Leiter: $F = B I L$

$$\Rightarrow F = \underbrace{\frac{1}{2\pi a} \frac{I_L(t)}{\mu_0} I_s}_{\substack{\text{Abstoßend} \\ \text{oberer Leiter}}} - \underbrace{\frac{1}{2\pi(a+b)} \frac{I_L(t)}{\mu_0} I_s}_{\substack{\text{Anziehend} \\ \text{unterer Leiter}}} = \frac{1}{2\pi \mu_0} I_L I_s \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+b}\right)$$

F wirkt nach unten.

Aufgabe 5

Maschenregel: $U_1 = -U_2$

$Q_1 = C_1 U_1 \qquad Q_2 = C_2 U_2$

Nach Ladungserhaltung gilt:

$Q_1 - Q_2 = Q_{1,0} - Q_{2,0} = U_0 (C_1 - C_2)$

$\Rightarrow Q_1 = C_1 U_1 = -C_1 U_2 = -\frac{C_1}{C_2} Q_2$

$\Rightarrow Q_1 - Q_2 = -Q_2\left(\frac{C_1}{C_2} + 1\right) = U_0 (C_1 - C_2)$

$$\Rightarrow Q_2 = -\frac{U_0 (C_1 - C_2)}{\left(\frac{C_1}{C_2} + 1\right)} \quad \text{und} \quad Q_1 = \frac{C_1}{C_2} \frac{U_0 (C_1 - C_2)}{\left(\frac{C_1}{C_2} + 1\right)} = \frac{U_0 (C_1 - C_2)}{\left(\frac{C_2}{C_1} + 1\right)}$$

$$W_0 = \frac{1}{2} U_0^2 C_1 + \frac{1}{2} U_0^2 C_2 = \frac{1}{2} U_0^2 (C_1 + C_2)$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{Q_1^2}{C_1} + \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C_2} = \frac{1}{2} \frac{U_0^2 (C_1 - C_2)^2 C_1}{(C_1 + C_2)^2} + \frac{1}{2} \frac{U_0^2 (C_1 - C_2)^2 C_2}{(C_1 + C_2)^2}$$

$$= \frac{1}{2} U_0^2 \frac{(C_1 - C_2)^2}{(C_1 + C_2)}$$

$$\frac{W_1}{W_0} = \frac{(C_1 - C_2)^2}{(C_1 + C_2)^2}$$