Physik II (Elektrodynamik) **SS 2007**
1. Klausur
Fr. 01.06.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / Gaede Hörsaal

Name: …………………………………………. Matrikelnummer: ………………….

Studienziel: …………………………………..

Übungsgruppe: …………………………………..

Benoteter Schein erwünscht: ☐

Aufgabe	Punkte	Erreichbare Punkte	Handzeichen
1		5	
2		5	
3		5	
4		5	
5		5	
6		5	
Gesamt		30	

Das Erreichen von 25 Punkten entspricht 100% der Klausuranforderung!
Zum Bestehen der Klausur reichen 12,5 Punkte.

Bitte beachten Sie:

- Führen Sie die Bearbeitung der Aufgaben nach Möglichkeit auf dem entsprechenden Aufgabenblatt (incl. Rückseite) durch. **Kennzeichnen Sie alle Blätter mit ihrem Namen und ihrer Matrikelnummer.** Sofern sie weitere Blätter zur Bearbeitung benötigen, so kennzeichnen Sie diese mit Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer.
- Zur Durchführung von Rechnungen ist die Verwendung von Taschenrechnern gestattet. Nicht gestattet ist die Verwendung von Büchern, Mitschriften, Formelsammlungen, elektronischen Kommunikationsmitteln und Laptops. Sollten Sie bei der Verwendung programmierbarer Taschenrechner den Eindruck erwecken, diese als Informationsspeicher zu verwenden, wird die Klausur als nicht geschrieben gewertet.
- Die Lösungswege müssen nachvollziehbar dargestellt werden. Setzen sie Zahlenwerte möglichst erst am Schluß der Rechnung ein.
- Bitte schreiben Sie leserlich und halten Sie ihren Studentenausweis bereit.

Physik II (Elektrodynamik) **SS 2007**
1. Klausur
Fr. 01.06.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / Gaede Hörsaal

Name: …………………………………………. Matrikelnummer: ....

<u>Aufgabe 1)</u> Elektrische Feldstärke im Wasserstoffatom

Die räumliche Ladungsverteilung $\rho(r)$ des Wasserstoffatoms ist gegeben durch:

$$\rho(r) = -\frac{q}{\pi \cdot a^3} \cdot e^{-\frac{2\cdot r}{a}}$$

Sie entsteht durch das Elektron (Ladung $-q = -e$). Der punktförmige Kern (Proton) hat die Ladung $+q$ und befindet sich im Zentrum des Atoms.

Zahlenwerte: $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$, $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{A \cdot s}}{\mathrm{V \cdot m}}$

$a = 0{,}529 \cdot 10^{-10}\ \mathrm{m}$ (Bohr'scher Radius)

a) Geben Sie die Ladung $Q(r)$ als Funktion von r an
(Hinweis zur Erinnerung: partielle Integration $\int (u' \cdot v)\,dx = u \cdot v - \int (u \cdot v')\,dx$)

b) Geben sie die elektrische Feldstärke $E(r)$ als Funktion von r an

c) Wie groß ist $E(r)$ an der Stelle der Bohr'schen Bahn $r = a$?

Name: ………………………………………… **Matrikelnummer:** ……………………

Aufgabe 2) Hochspannungsleitung

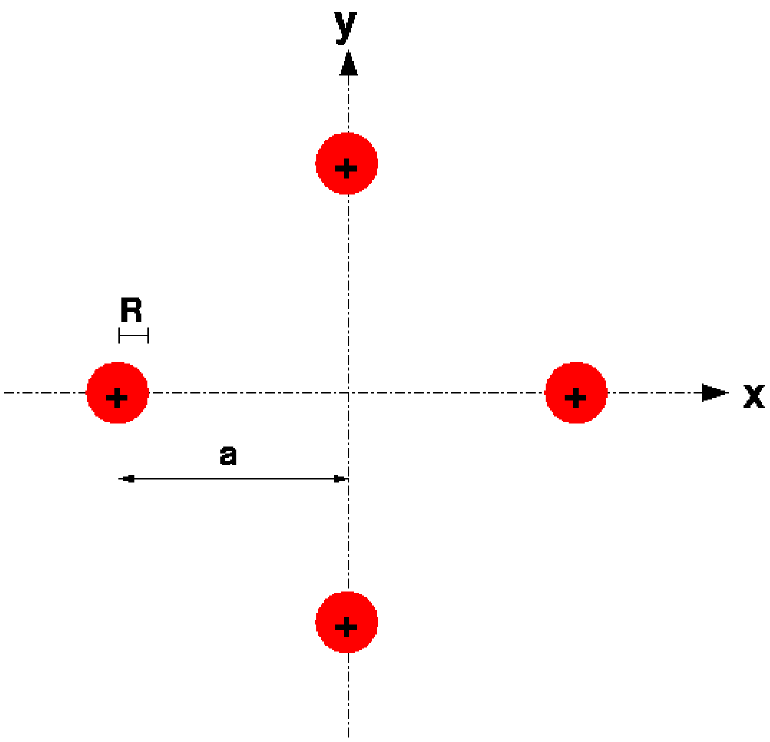
Bei Hochspannungsleitungen werden 4 Drähte in z-Richtung (jeweils mit Radius R) so parallel angeordnet, dass ihre Durchstoßpunkte $P=(x=\pm a\,,y=0)$ und $P=(x=0\,,y=\pm a)$ ein Quadrat der Kantenlänge $a\cdot\sqrt{2}$ bilden. Alle Drähte haben die gleiche Spannung U gegen Erde. Berechnen Sie

a) Das elektrische Feld $\vec{E}$ auf der x-Achse (verwenden Sie zur Berechnung der Feldstärke $\lambda = Q/L$ als Ladung pro Längeneinheit),

b) Das Elektrische Feld $\vec{E}$ auf der Oberfläche eines Drahtes.

c) Um welchen Faktor wird E vermindert gegenüber einer Leitung mit nur einem Draht auf der Spannung U ?

Zahlenwerte: $R = 0{,}5\,\mathrm{cm}$, $a = 4\,\mathrm{cm}$, $U = 3\cdot10^5\ \mathrm{V}$



Name: …………………………………………. Matrikelnummer: …………………..

<u>Aufgabe 3)</u> Elektronen im Draht

Durch einen Kupferdraht mit kreisförmigem Querschnitt vom Durchmesser $d = 0{,}2\,\mathrm{mm}$ und der Länge $l = 50\,\mathrm{cm}$ fließt bei einer Spannung von 10 mV ein Strom von 37 mA.

a) Wie groß ist die elektrische Leitfähigkeit σ_{Cu} des Kupfers?

b) Wie groß ist die Driftgeschwindigkeit v_D der Elektronen im Draht unter der Annahme, dass pro Atom ein freies Elektron zur Verfügung steht? (Dichte von Kupfer: $\rho_{Cu} = 8{,}92\,\mathrm{g/cm^3}$, Atomgewicht: $M_{Cu} = 63{,}5\,\mathrm{g/mol}$.)

c) Wie groß ist die mittlere Flugzeit der Elektronen zwischen zwei Stößen?

Avogadrozahl: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\frac{1}{\mathrm{Mol}}$; $1\Omega = \frac{\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2}{\mathrm{A}^2\cdot\mathrm{s}^3}$; $m_e = 511\frac{\mathrm{keV}}{\mathrm{c}^2}$

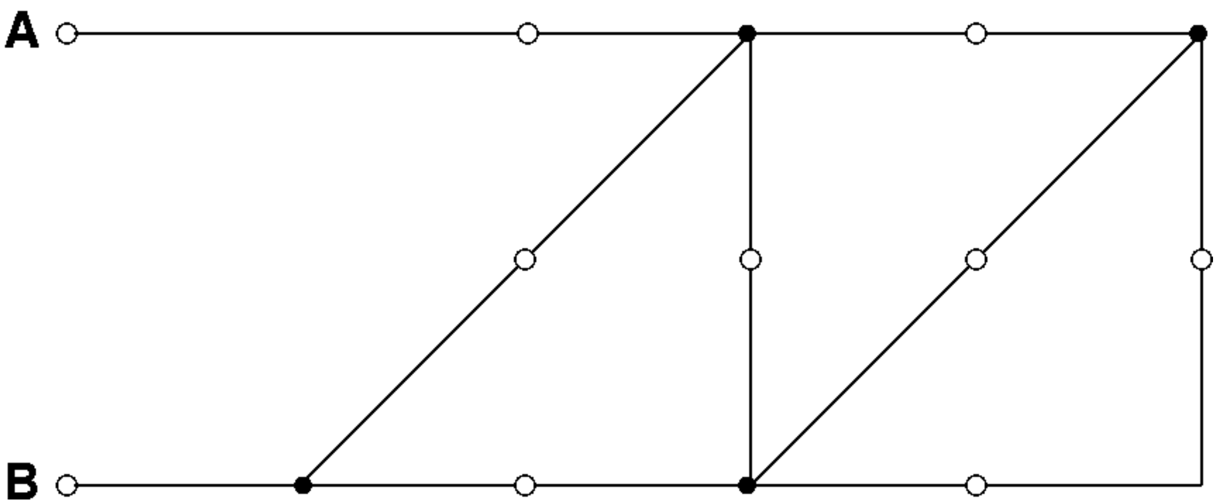
Name: …………………………………………… Matrikelnummer: …………………..

Aufgabe 4) Netzwerke

Die Punkte A und B bilden die Enden eines Netzwerkes, dass aus acht Elementen gebildet wird, die durch die offenen Kreise gekennzeichnet sind

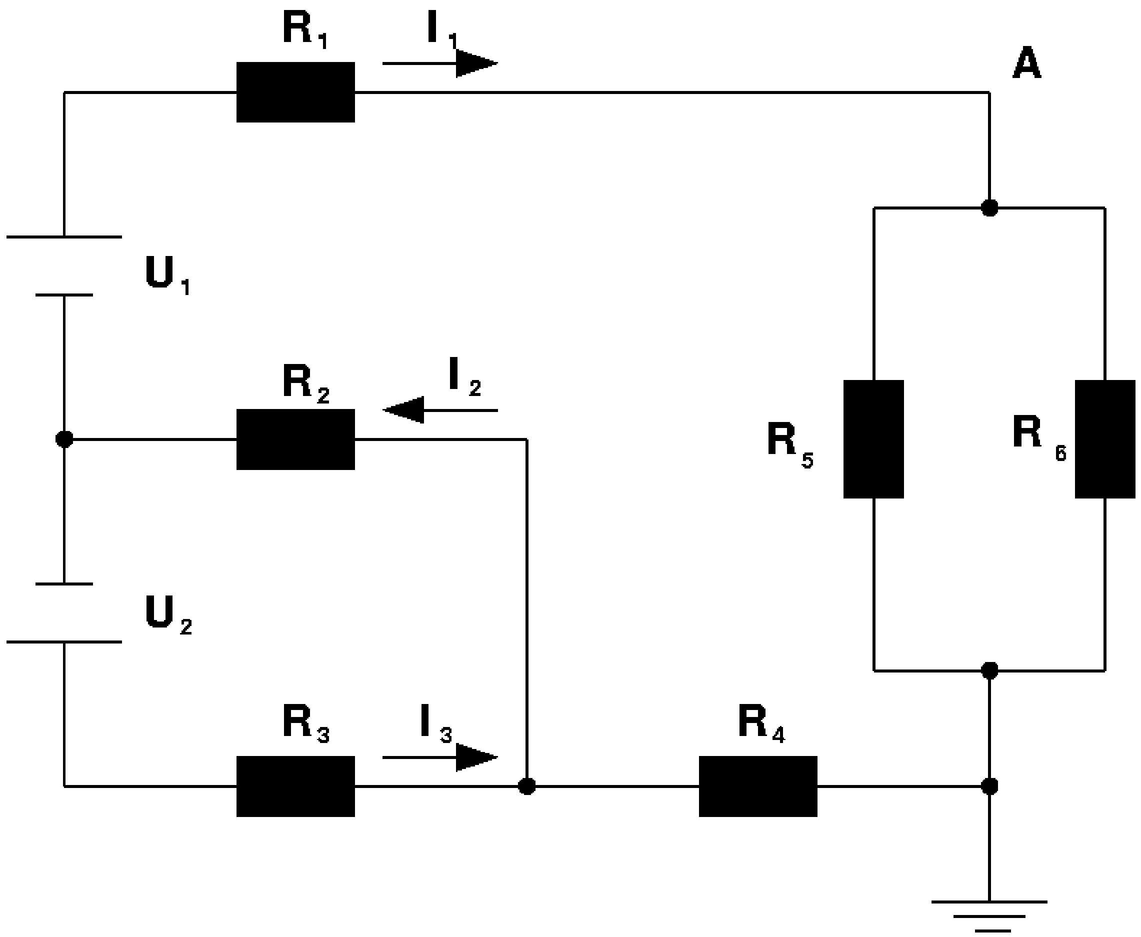
a) Wie groß ist die Gesamtkapazität, wenn es sich bei den Elementen um gleichgroße Kondensatoren der Kapazität C handelt?

b) Wie groß ist der Gesamtwiderstand, wenn es sich bei den Elementen um gleichgroße Widerstände R handelt?



Name: ………………………………………… **Matrikelnummer:** …………………

Aufgabe 5) **Eine elektrische Schaltung**



a) Wie groß sind in der gezeigten Schaltung die Ströme I_1, I_2 und I_3?

b) Welche Potentialdifferenz hat der Punkt A gegenüber der Masse?

Zahlenwerte der Stromquellen:

$U_1 = 10V$, $R_{innen}(U_1) = 1\Omega$

$U_2 = 4V$, $R_{innen}(U_2) = 1\Omega$

Zahlenwerte der Widerstände:

$R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 8\Omega$, $R_5 = 12\Omega$ und $R_6 = 24\Omega$.

Name: ………………………………………… Matrikelnummer: …………………..

Aufgabe 6) Linearbeschleuniger

Ein Linearbeschleuniger erzeugt einen gepulsten Elektronenstrahl. Während eines $\Delta t = 0{,}1\,\mu\mathrm{s}$ dauernden Pulses beträgt die Stromstärke $I = 1{,}6\,\mathrm{A}$.

a) Wie viele Elektronen werden pro Puls beschleunigt?
b) Welche mittlere Stromstärke ergibt sich bei 1000 Pulsen pro Sekunde?
c) Die Elektronen werden auf eine Energie $E_e = 400\,\mathrm{MeV}$ beschleunigt. Wie groß ist dann die mittlere Leistungsabgabe des Beschleunigers?
d) Wie groß ist die Spitzenleistung?
e) Wie groß ist das Tastverhältnis, also das Verhältnis der Zeitintervalle mit Beschleunigung zu denen ohne Beschleunigung?

Elementarladung $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$

Physik II (Elektrodynamik) **SS 2007**
1. Klausur
Fr. 01.06.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / Gaede Hörsaal

Name: .... **Matrikelnummer:** ....

Aufgabe 1) Elektrische Feldstärke im Wasserstoffatom

Im wellenmechanischen Bild des Wasserstoffatoms kann die negative Ladung des Wasserstoffatoms nach dem folgenden Gesetz

$$\rho(r) = -\frac{q}{\pi \cdot a^3} \cdot e^{-\frac{2r}{a}}$$

als räumlich verteilt angenommen werden ($-q$ = Ladung des Elektrons, $a = 0{,}529 \cdot 10^{-10}$ m = Bohrscher Radius). Der Kern hat die Ladung $+q$.

a) Geben Sie die Ladung $Q(r)$ als Funktion von r an
(Hinweis zur Erinnerung: partielle Integration $\int (u' \cdot v)dx = u \cdot v - \int (u \cdot v')dx$)

b) Geben sie die elektrische Feldstärke $E(r)$ als Funktion von r an

c) Wie groß ist $E(r)$ an der Stelle der Bohrschen Bahn $r = a$?

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$ $\quad e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C

a) $Q(r) = q + \int_V \rho(r)\, dV = q + \int_0^r \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \rho(r)\, r^2 \sin\Theta \, d\varphi \, d\Theta \, dr$

0,5 + 0,5

$= q + \int_0^r \rho(r)\, r^2 \cdot 2 \cdot 2\pi \, dr = q + \int_0^r \rho(r) \cdot 4\pi r^2 dr$

also: $Q(r) = \overset{\text{Kern!}}{+q} - \frac{q}{\pi \cdot a^3} \int_0^r \underbrace{e^{-\frac{2 \cdot r}{a}}}_{u'} \cdot \underbrace{4\pi r^2}_{v} dr$ / partiell integrieren!

1 $\quad = q - \frac{q}{\pi a^3}\left[\left(-\frac{a}{2} e^{-\frac{2r}{a}} \cdot 4\pi r^2\right) - \int_0^r -\frac{a}{2} e^{-\frac{2r}{a}} \cdot 8\pi r \, dr\right]$ / nochmal part. Int.

$= q - \frac{q}{\pi a^3}\left[-\frac{a}{2} e^{-\frac{2r}{a}}\left(4\pi r^2 + \frac{a}{2} 8\pi r\right) + \frac{a^2}{4}\int_0^r e^{-\frac{2r}{a}} \cdot 8\pi \, dr\right]$

1 $\quad = q - \frac{q}{\pi a^3}\left[-\frac{a}{2} e^{-\frac{2r}{a}}\left(4\pi r^2 + \frac{a}{2} 8\pi r + \frac{a^2}{4} 8\pi\right) + \frac{8\pi a^3}{8}\right]$

$= \frac{q}{2} e^{-\frac{2r}{a}}\left[\left(\frac{2r}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{2r}{a}\right) + 2\right]$

b) $E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{2}\,e^{-\frac{2r}{a}}\left[\left(\frac{2}{a}\right)^2 + 2\left(\frac{2}{a\cdot r}\right) + \frac{2}{r^2}\right]$

0,5

$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2q}{a^2}\,e^{-\frac{2r}{a}}\left[1 + \left(\frac{a}{r}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{a}{r}\right)^2\right]$ $\frac{a^2}{4}$

0,5

c) $E(r=a) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2q}{a^2}\,e^{-2}\underbrace{\left[1 + 1 + \frac{1}{2}\right]}_{\frac{5}{2}}$ 0,5

$= \frac{5\cdot q\cdot e^{-2}}{4\pi\varepsilon_0\, a^2} \hat{=} \frac{5\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}\,C\cdot 0{,}135}{12{,}57\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\,\frac{As}{Vm}\cdot 2{,}8\cdot 10^{-21}\,m^2}$

$= \frac{1{,}083\cdot 10^{-19}}{3{,}115\cdot 10^{-31}}\,\frac{V}{m} = 3{,}48\cdot 10^{11}\,\frac{V}{m}$

0,5

Physik II (Elektrodynamik) **1. Klausur** Fr. 01.06.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / Gaede Hörsaal	**SS 2007**
Name:	**Matrikelnummer:** ....

Aufgabe 2) Hochspannungsleitung

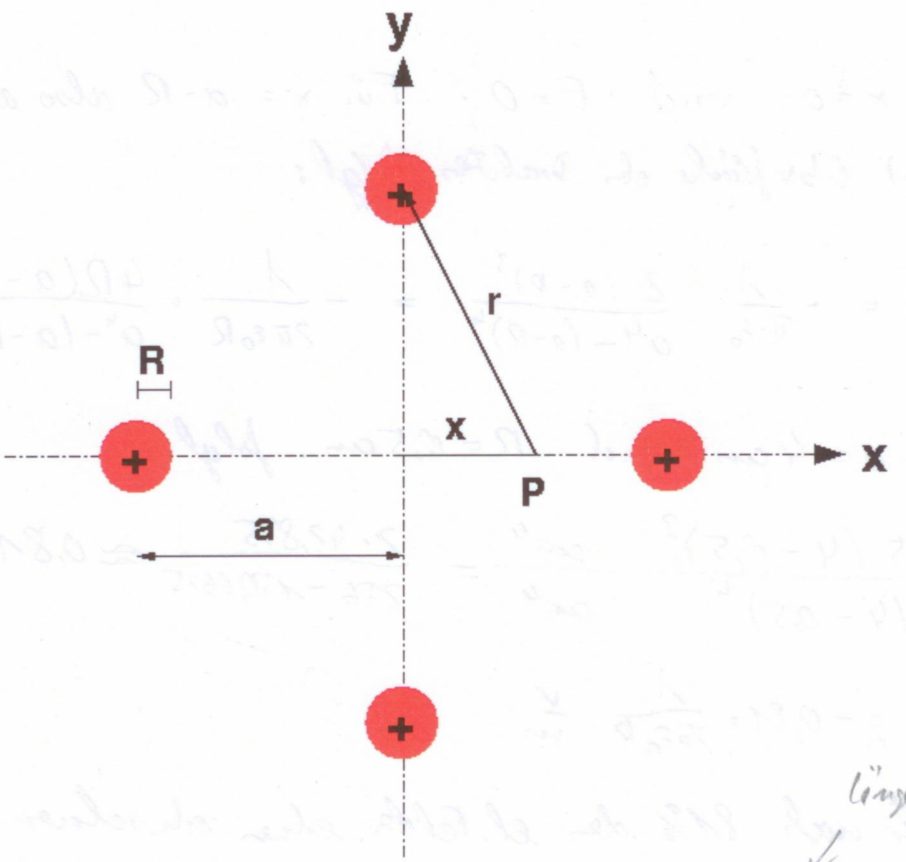
Bei Hochspannungsleitungen werden 4 Drähte in z-Richtung (jeweils mit Radius R) so parallel angeordnet, dass ihre Durchstoßpunkte $P = (x = \pm a, y = 0)$ und $P = (x = 0, y = \pm a)$ ein Quadrat der Kantenlänge $a \cdot \sqrt{2}$ bilden. Alle Drähte haben die gleiche Spannung U gegen Erde. Berechnen Sie

a) Das elektrische Feld $\vec{E}$ auf der x-Achse (verwenden Sie zur Berechnung der Feldstärke $\lambda = Q/L$ als Ladung pro Längeneinheit), 3 P

b) Das Elektrische Feld $\vec{E}$ auf der Oberfläche eines Drahtes. 1 P

c) Um welchen Faktor wird E vermindert gegenüber einer Leitung mit nur einem Draht auf der Spannung U? 1 P

Zahlenwerte: $R = 0{,}5\,\text{cm}$, $a = 4\,\text{cm}$, $U = 3 \cdot 10^5\ \text{V}$



Länge des Drahtes

a) Für einen Draht: $\phi_{el} = \int_A \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 2\pi r \cdot L = \frac{Q}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda \cdot L}{\varepsilon_0}$

(für $r > R$) mit $\lambda = \frac{Q}{L}$

Also: $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi r \cdot \varepsilon_0} \cdot \hat{r}$

Gesamtfeld auf der x-Achse (Superposition der vier Einzelfelder):

Aus der Zeichnung ist ersichtlich, daß $\vec{E}$ nur in x-Richtung zeigt: $\vec{E} = E(x)$

$$E(x) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{a+x} + \frac{1}{a-x} + \frac{2x}{a^2+x^2}\right]$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{-2x}{a^2-x^2} + \frac{2x}{a^2+x^2}\right]$$

$$= -\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2x^3}{a^4-x^4}$$

b) Für $x=0$ wird $E=0$; Für $x = a-R$ also auf der (inneren) Oberfläche des Drahtes folgt:

$$E(a-R) = -\frac{\lambda}{\pi\cdot\varepsilon_0}\,\frac{2(a-R)^3}{a^4-(a-R)^4} = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\cdot\frac{4R(a-R)^3}{a^4-(a-R)^4}$$

c) mit $a=4\,cm$ und $R=0{,}5\,cm$ folgt:

$$\frac{4\cdot 0{,}5\,(4-0{,}5)^3}{4^4-(4-0{,}5)^4}\,\frac{\cancel{cm^4}}{\cancel{cm^4}} = \frac{2\cdot 42{,}875}{256-150{,}0625} \approx 0{,}81$$

$$E(a-R) = -0{,}81\cdot\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\;\frac{V}{m}$$

$\Rightarrow$ nur noch 81% des el. Feldes eines einzelnen Drahtes!

Äußere Oberfläche: $x = a+R$

$$E(a+R) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\cdot\frac{4R(a+R)^3}{(a+R)^4-a^4} \approx 1{,}18\cdot\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\;\frac{V}{m}$$

Physik II (Elektrodynamik) **SS 2007**
1. Klausur
Fr. 01.06.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / Gaede Hörsaal

Name: .... **Matrikelnummer:** ....

Aufgabe 3) Elektronen im Draht

Durch einen Kupferdraht mit kreisförmigem Querschnitt vom Durchmesser $d = 0{,}2\,\text{mm}$ und der Länge $l = 50\,\text{cm}$ fließt bei einer Spannung von 10 mV ein Strom von 37 mA.

a) Wie groß ist die elektrische Leitfähigkeit σ_{Cu} des Kupfers? $1\frac{1}{2}$

falscher Zahlenwert $-\frac{1}{2}$ P.

b) Wie groß ist die Driftgeschwindigkeit v_D der Elektronen im Draht unter der Annahme, dass pro Atom ein freies Elektron zur Verfügung steht? 2
(Dichte von Kupfer: $\rho_{Cu} = 8{,}92\,\text{g/cm}^3$, Atomgewicht: $M_{Cu} = 63{,}5\,\text{g/mol}$.)

c) Wie groß ist die mittlere Flugzeit der Elektronen zwischen zwei Stößen? $1\frac{1}{2}$

Avogadrozahl: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\frac{1}{\text{Mol}}$; $1\Omega = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{A}^2\cdot\text{s}^3}$; $m_e = 511\,\frac{\text{keV}}{c^2}$

a) Der Widerstand ist gegeben durch: $R = \frac{U}{I} \overset{\frac{1}{2}}{=} \frac{l}{\sigma_{Cu}\cdot A}$ mit $A = \pi r^2$

$$\Rightarrow \underline{\sigma_{Cu} = \frac{l\cdot I}{U\cdot\pi r^2}} \;\tfrac{1}{2} \;\hat{=}\; \frac{0{,}5\,\text{m}\cdot 37\cdot 10^{-3}\,\text{A}\cdot 4}{10\cdot 10^{-3}\,\text{V}\cdot\pi\cdot(0{,}0002)^2\,\text{m}^2}$$

$$= \underline{5{,}9\cdot 10^{7}\,\frac{1}{\Omega\cdot\text{m}}} \;\tfrac{1}{2}$$

b) Die Driftgeschwindigkeit erhält man durch:

$$\vec{j} = \sigma\cdot\vec{E} = n\cdot e\cdot\vec{v}_D \;\tfrac{1}{2} \Rightarrow \vec{v}_D = \frac{\sigma\cdot\vec{E}}{n\cdot e} \quad \text{mit } |\vec{E}| = \frac{U}{l}$$

$$\Rightarrow \underline{v_D} = \underbrace{\frac{\sigma}{n\cdot e}}_{\text{Beweglichkeit } \mu}\cdot\frac{U}{l} \;\tfrac{1}{2} \qquad \text{mit } n = \frac{\rho_{Cu}}{M_{Cu}}\cdot N_A = 8{,}46\cdot 10^{28}\,\text{m}^{-3} \;\tfrac{1}{2}$$

$$= \frac{5{,}9\cdot 10^{7}\cdot 10^{-3}}{8{,}46\cdot 10^{28}\cdot 1{,}602\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}5}\cdot\frac{\text{V}\,\text{m}^3}{\underset{=\frac{\text{V}}{\text{A}}}{\Omega}\cdot\text{m}\cdot\text{A}\cdot\text{s}\cdot\text{m}} = \underline{8{,}72\cdot 10^{-5}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}} \;\tfrac{1}{2}$$

c) $\underline{\tau} = \frac{v_D}{a} = \frac{v_D \cdot m_e}{e \cdot E} = \frac{\sigma \cdot E \cdot m_e}{n \cdot e^2 \cdot E} \hat{=} \frac{5{,}9 \cdot 10^{7} \cdot 5{,}11 \cdot 10^{5}}{8{,}46 \cdot 10^{28} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot (3 \cdot 10^{8})^2} \frac{e \cdot V m^3 s^2}{\Omega m A s m^2}$

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$= 2{,}46 \cdot 10^{-14}\, s \hat{=} \underline{\underline{24{,}6\, fs}}$ $\frac{1}{2}$

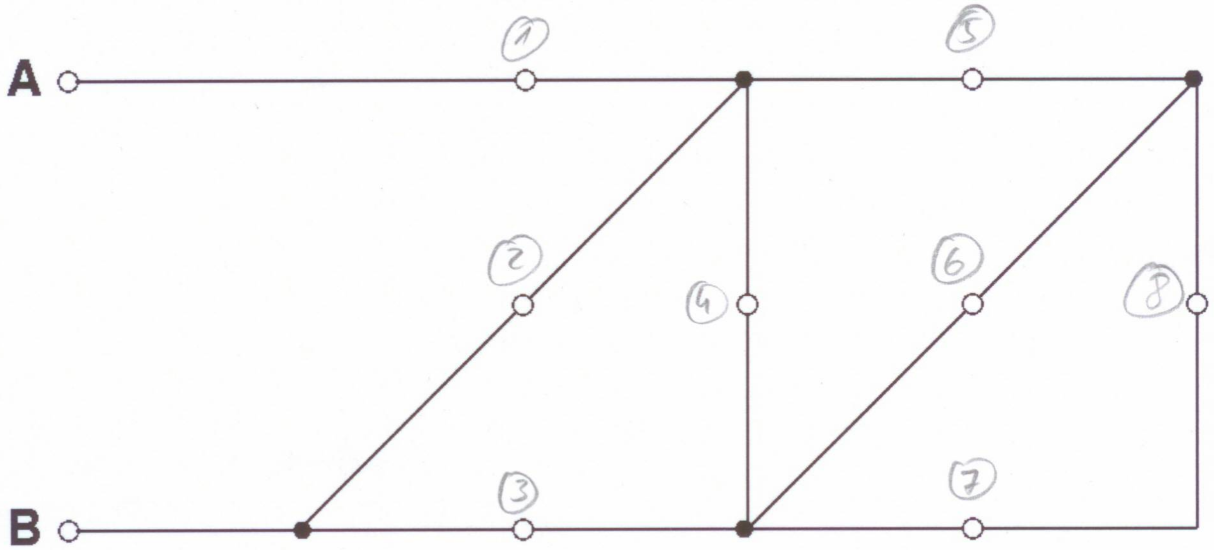
Physik II (Elektrodynamik)	**SS 2007**
1. Klausur	
Fr. 01.06.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / Gaede Hörsaal	
Name: .... **Matrikelnummer:**	

Aufgabe 4) **Netzwerke**

Die Punkte A und B bilden die Enden eines Netzwerkes, dass aus acht Elementen gebildet wird, die durch die offenen Kreise gekennzeichnet sind

a) Wie groß ist die Gesamtkapazität, wenn es sich bei den Elementen um gleichgroße Kondensatoren der Kapazität C handelt?

b) Wie groß ist der Gesamtwiderstand, wenn es sich bei den Elementen um gleichgroße Widerstände R handelt?



Man kann die Elemente wie folgt zusammenfassen:

	Art	C	R
7+8 = a	Reihe	$\frac{1}{2}C$	$2R$
6+a = b	parallel	$\frac{3}{2}C$	$\frac{2}{3}R$
5+b = c	Reihe	$\frac{3}{5}C$	$\frac{5}{3}R$
4+c = d	parallel	$\frac{8}{5}C$	$\frac{5}{8}R$
3+d = e	Reihe	$\frac{8}{13}C$	$\frac{13}{8}R$
2+e = f	parallel	$\frac{21}{13}C$	$\frac{13}{21}R$
1+f = Gesamt	Reihe	$\frac{21}{34}C$	$\frac{34}{21}R$

a) $C_{ges} = \frac{21}{34}C$ b) $R_{ges} = \frac{34}{21}R$

Rechenfehler $-0{,}5P$

$\left.\begin{array}{l} \left(\dfrac{1}{R_{ges}} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)_{parall} \\ \left(R_{ges} = R_1 + R_2\right)_{RS} \end{array}\right\}$ ... für C und R   jew. $+0{,}5P$

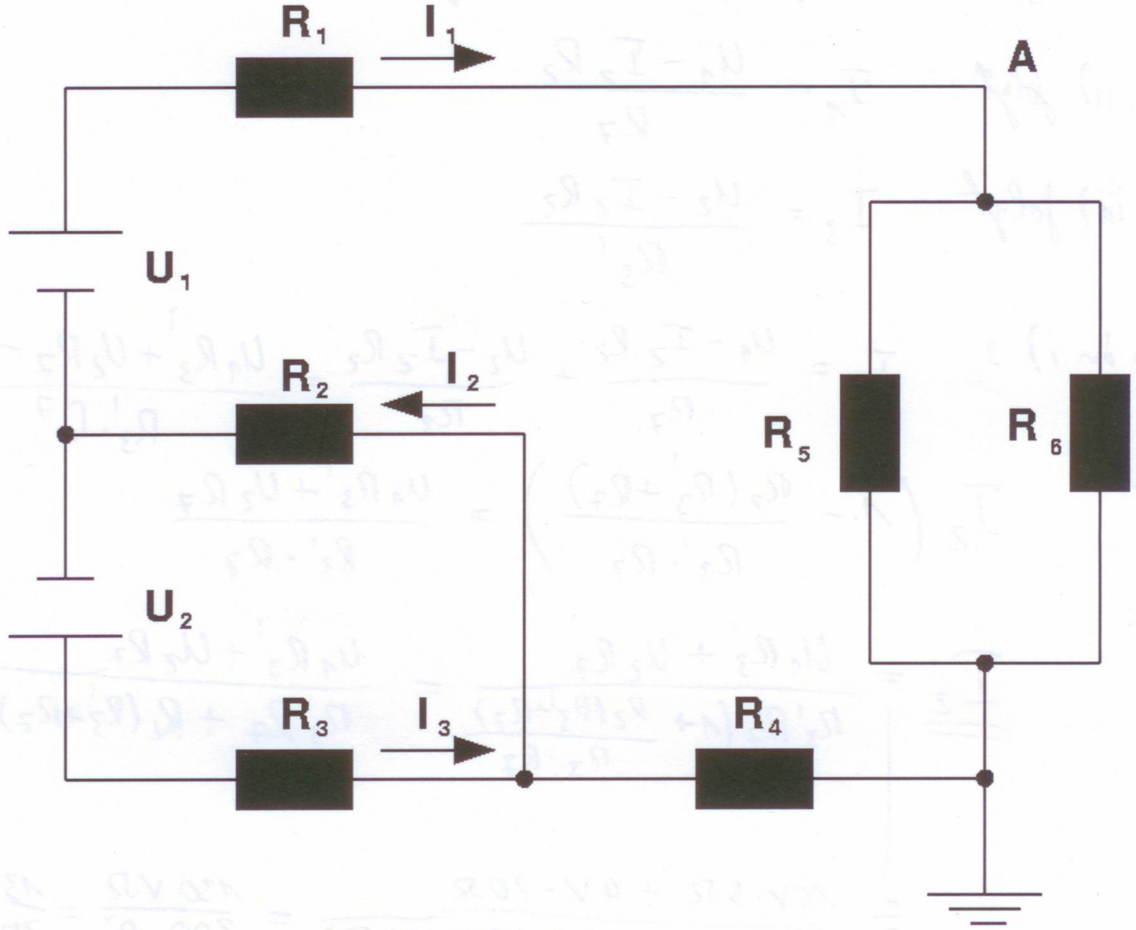
richtiges Ersatzschaltbild / erkennen von Rihe / Serienschaltung 3P

$\Rightarrow 3P + 1P + 1P = 5P$

Physik II (Elektrodynamik) **SS 2007**
1. Klausur
Fr. 01.06.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / Gaede Hörsaal

Name: .... **Matrikelnummer:** ....

Aufgabe 5) Eine elektrische Schaltung



a) Wie groß sind in der gezeigten Schaltung die Ströme I_1, I_2 und I_3?

b) Welche Potentialdifferenz hat der Punkt A gegenüber der Masse?

Zahlenwerte der Stromquellen:

$U_1 = 10V$, $R_{innen}(U_1) = 1\Omega$

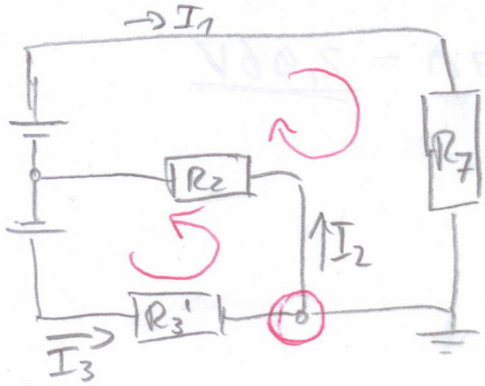
$U_2 = 4V$, $R_{innen}(U_2) = 1\Omega$

Zahlenwerte der Widerstände:

$R_1 = 3\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 4\Omega$, $R_4 = 8\Omega$, $R_5 = 12\Omega$ und $R_6 = 24\Omega$.

a) JEDE MASCHE : 1P (Max 2P)
KNOTENREGEL : 0,5P
INNENWIDERSTÄNDE BERÜCKSICHTIGT : 0,5P
RECHNUNG ANSATZWEISE : 0,5P
RECHNUNG KOMPLETT : 0,5P
b) RICHTIGES ERGEBNIS (AUCH MIT FOLGEFEHLER) : 1P

a) Erster Schritt: Schaltung vereinfachen:



$$R_3' = R_3 + R_i(U_2) = (4+1)\,\Omega = 5\,\Omega$$

$$R_7 = R_i(U_1) + R_1 + R_4 + \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} = 1\Omega + 3\Omega + 8\Omega + \frac{12 \cdot 24}{36}\,\Omega = 20\,\Omega$$

Jetzt Kirchhoffsche Regeln anwenden:

i) $I_1 + I_3 = I_2$ (Knotenregel)

ii) $I_1 \cdot R_7 + I_2 \cdot R_2 = U_1$ (Maschenregel, obere Masche)

iii) $I_3 R_3' + I_2 R_2 = U_2$ (Maschenregel, untere Masche)

aus ii) folgt: $I_1 = \dfrac{U_1 - I_2 R_2}{R_7}$

aus iii) folgt: $I_3 = \dfrac{U_2 - I_2 R_2}{R_3'}$

Einsetzen in i):
$$I_2 = \frac{U_1 - I_2 R_2}{R_7} + \frac{U_2 - I_2 R_2}{R_3'} = \frac{U_1 R_3' + U_2 R_7 - I_2 R_2 (R_3' + R_7)}{R_3' \cdot R^7}$$

$$\Longleftrightarrow \quad I_2 \left(1 - \frac{R_2 (R_3' + R_7)}{R_3' \cdot R_7}\right) = \frac{U_1 R_3' + U_2 R_7}{R_3' \cdot R_7}$$

$$\underline{\underline{I_2}} = \frac{U_1 R_3' + U_2 R_7}{R_3' R_7 \left(1 + \frac{R_2 (R_3' + R_7)}{R_3 \cdot R_7}\right)} = \frac{U_1 R_3' + U_2 R_7}{R_3' R_7 + R_2 (R_3' + R_7)}$$

$$\hat{=} \frac{10V \cdot 5\Omega + 4V \cdot 20\Omega}{5\Omega \cdot 20\Omega + 4\Omega (5\Omega + 20\Omega)} = \frac{130\, V\Omega}{200\, \Omega^2} = \frac{13\, V}{20\, \Omega} = \underline{\underline{0{,}65\, A}}$$

$$\underline{\underline{I_3}} = \frac{U_2 - I_2 R_2}{R_3'} \hat{=} \frac{4V - \frac{13}{20}\frac{V}{\Omega} \cdot 4\Omega}{5\Omega} = \frac{\frac{7}{5} V}{5\Omega} = \frac{7}{25} A = \underline{\underline{0{,}28\, A}}$$

$$\underline{\underline{I_1}} = \frac{U_1 - I_2 R_2}{R_7} \hat{=} \frac{10V - \frac{13}{20}\frac{V}{\Omega} \cdot 4\Omega}{20\Omega} = \frac{\frac{37}{5} V}{20\Omega} = \underline{\underline{0{,}37 A}}$$

b) Potentialdifferenz zwischen Punkt A und Erde:

$$\underline{\underline{U(A)}} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_5 + R_6} \cdot I_1 \hat{=} 8\Omega \cdot 0{,}37 A = \underline{\underline{2{,}96 V}}$$

Physik II (Elektrodynamik)	**SS 2007**
1. Klausur	
Fr. 01.06.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / Gaede Hörsaal	
Name: .... **Matrikelnummer:**	

Aufgabe 6) Linearbeschleuniger

Ein Linearbeschleuniger erzeugt einen gepulsten Elektronenstrahl. Während eines $\Delta t = 0{,}1\,\mu\text{s}$ dauernden Pulses beträgt die Stromstärke $I = 1{,}6\,\text{A}$.

1 a) Wie viele Elektronen werden pro Puls beschleunigt?

1 b) Welche mittlere Stromstärke ergibt sich bei 1000 Pulsen pro Sekunde?

1 c) Die Elektronen werden auf eine Energie $E_e = 400\,\text{MeV}$ beschleunigt. Wie groß ist dann die mittlere Leistungsabgabe des Beschleunigers?

1 d) Wie groß ist die Spitzenleistung?

1 e) Wie groß ist das Tastverhältnis, also das Verhältnis der Zeitintervalle mit Beschleunigung zu denen ohne Beschleunigung?

Elementarladung $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$

jeweils grob $\frac{1}{2}$ für Ansatz
$\frac{1}{2}$ für Ergebnis

a) Ladung pro Puls mit N Elektronen

$Q = I \cdot \Delta t = N \cdot e$

$\underline{N} = \frac{I \cdot \Delta t}{e} \mathrel{\hat{=}} \frac{1{,}6 \cdot 0{,}1 \cdot 10^{-6}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{C}} = \underline{1 \cdot 10^{12}}$ Elektronen pro Puls

b) Ladung pro Puls: $Q = I \cdot \Delta t = 1{,}6 \cdot 10^{-7}\,\text{C}$

bei 1000 pulsen pro sekunde ergibt sich eine mittlere Stromstärke von

$\underline{\langle I \rangle} = 1{,}6 \cdot 10^{-7}\,\text{C} \cdot 1000\,\text{s}^{-1} = 1{,}6 \cdot 10^{-4}\,\text{A} = \underline{0{,}16\,\text{mA}}$

c) $N = 1 \cdot 10^{12} \frac{\text{Elektronen}}{\text{Puls}} \Rightarrow 1 \cdot 10^{15} \frac{e^-}{s}$

Energie pro e^-: 400 MeV $\Rightarrow \underline{P_{Beschl.}} = 4 \cdot 10^8 \frac{eV}{e^-} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \frac{J}{eV} \cdot 1 \cdot 10^{15} \frac{e^-}{s}$

$= 6{,}4 \cdot 10^4\,\text{W} = \underline{64\,\text{kW}}$

d) Spitzenleistung (innerhalb eines Pulses?)

$\underline{P_{peak}} = E_{e^-} \cdot \frac{N}{\Delta t} = 4 \cdot 10^8 \frac{eV}{e^-} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \frac{J}{eV} \cdot 1 \cdot 10^{12} e^- \cdot \frac{1}{1 \cdot 10^{-7}\,s}$

$= 6{,}4 \cdot 10^8\,\text{W} = \underline{640\,\text{MW}}$

e) $\underline{\text{Tastverhältnis}}$: $\frac{1000 \text{ Pulse} \cdot 0{,}1\mu s \text{ Dauer}}{1s} = \frac{1 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-7}}{1} = \underline{1 \cdot 10^{-4}}$

Physik II (Elektrodynamik) **SS 2007**
2. Klausur, Orientierungsklausur
Mo. 09.07.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / HS 37

Name: …………………………………………… Matrikelnummer: ………………….

Studienziel: …………………………………..

Übungsgruppe: …………………………………..

Benoteter Schein erwünscht: ☐

Aufgabe	Punkte	Erreichbare Punkte	Handzeichen
1		5	
2		5	
3		5	
4		5	
5		5	
6		5	
Gesamt		30	

Das Erreichen von 25 Punkten entspricht 100% der Klausuranforderung!
Zum Bestehen der Klausur reichen 12,5 Punkte.

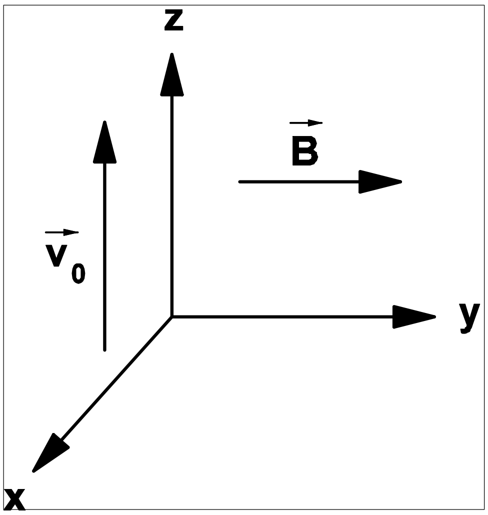
Bitte beachten Sie:

- Führen Sie die Bearbeitung der Aufgaben nach Möglichkeit auf dem entsprechenden Aufgabenblatt (incl. Rückseite) durch. **Kennzeichnen Sie alle Blätter mit ihrem Namen und ihrer Matrikelnummer.** Sofern sie weitere Blätter zur Bearbeitung benötigen, so kennzeichnen Sie diese mit Namen, Matrikelnummer und Aufgabennummer. Es dürfen nur die vom Aufsichtspersonal ausgeteilten Blätter verwendet werden.
- Zur Durchführung von Rechnungen ist die Verwendung von Taschenrechnern, Büchern, Mitschriften, Formelsammlungen, elektronischen Kommunikationsmitteln und Laptops **nicht gestattet**. Sollten Sie den Eindruck erwecken Informationsmittel zu verwenden, wird die Klausur als nicht geschrieben gewertet.
- Die Lösungswege müssen nachvollziehbar dargestellt werden. Setzen sie Zahlenwerte **erst am Schluss** der Rechnung ein.
- Bitte schreiben Sie leserlich und halten Sie ihren Studentenausweis bereit.

Name: ……………………………………………. Matrikelnummer: …………………..

Aufgabe 1) Elektron in E- und B-Feld

Einem elektrischen Feld $\vec{E}$ ($\left|\vec{E}\right| = 10^3\ \mathrm{V/m}$) wird ein $\vec{B}$-Feld ($\left|\vec{B}\right| = 5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{T}$) überlagert.



a) Wie muss die Richtung des elektrischen Feldes gewählt werden, damit ein Elektron, das mit der Geschwindigkeit $\vec{\mathrm{v}}_0 = (0,0,\mathrm{v}_0)$ senkrecht zum Magnetfeld $\vec{B} = (0,B,0)$ eintritt, nicht abgelenkt wird?

b) Wie groß ist $\left|\vec{\mathrm{v}}_0\right|$, wenn, wie unter a) dargestellt, keine Ablenkung des Elektrons erfolgt?

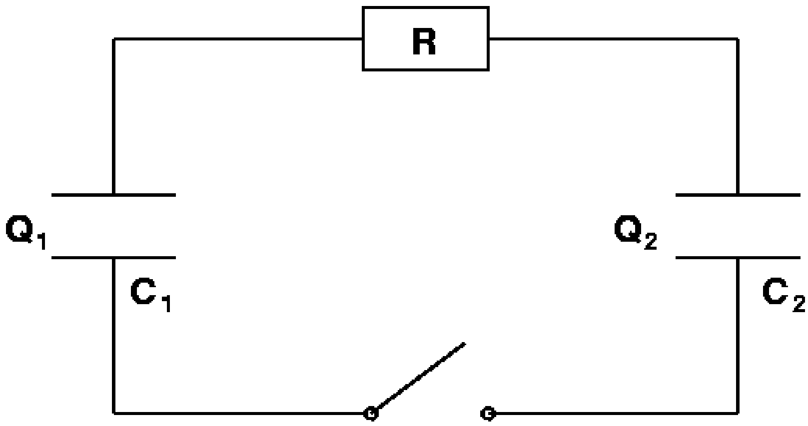
c) Berechnen Sie die Bahnen des Elektrons, wenn nur das $\vec{E}$-Feld bzw. nur das $\vec{B}$-Feld eingeschaltet ist. Verwenden sie dabei ein Koordinatensystem, dessen Ursprung mit dem Eintrittspunkt des Elektrons in den Feldlinienbereich zusammenfällt.

Hinweis: $1\mathrm{T} = 1\dfrac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{m}^2}$

Name: …………………………………………. Matrikelnummer: ………………….

Aufgabe 2) Zeitverhalten von Kondensatoren

Zwei gleiche Kondensatoren der Kapazität C tragen die Ladung $Q_1 = Q$ und $Q_2 = 0$. Zur Zeit $t = 0\,\mathrm{s}$ werden sie über einen Widerstand R zu einem geschlossenen Stromkreis verbunden.



a) Leiten Sie den zeitlichen Verlauf des Stroms $I(t)$ durch den Widerstand R her und fertigen Sie eine Skizze des Verlaufs der Spannungen (in Einheiten der Zeitkonstante t) an beiden Kondensatoren an.

b) Welcher Anteil der anfangs in den Kondensatoren gespeicherten Energie ist am Ende dort noch vorhanden? Was passiert mit der Energie?

<u>Aufgabe 3)</u> Entladung einer Batterie

Eine Batterie hat als negative Elektrode ein Zinkblech $\left(r_{Zn} = 7\,\mathrm{g/cm^3}\,,\, m_{mol} = 70\,\mathrm{g/Mol}\right)$ in der Form eines Zylindermantels von 10 mm Durchmesser und 30 mm Länge. Bei einer Entladung werden die Zn-Atome in Zn^{++}-Ionen umgewandelt und z.B. in $CuSO_4$ gelöst. Die dabei insgesamt abgegebene Ladungsmenge beträgt $1{,}6\,\mathrm{A\cdot h}$. Um wie viel wird der Zylindermantel (nicht die Deckelflächen!) bei der Entladung dünner, wenn man annimmt, dass die Umwandlung der Metallatome in Ionen gleichmäßig über die Oberfläche erfolgt?

Hinweise: Verwenden Sie für die Rechnung folgende Größen:

Elementarladung: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ $\quad (1\,\mathrm{C} = 1\,\mathrm{A\cdot s})$

Avogadrokonstante: $N_A = 6 \cdot 10^{23}\,\mathrm{Mol^{-1}}$

Physik II (Elektrodynamik) **SS 2007**
2. Klausur, Orientierungsklausur
Mo. 09.07.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / HS 37

Name: …………………………………………… Matrikelnummer: …………………..

Aufgabe 4) Magnetisches Moment eines kreisenden Elektrons

In einem einfachen Modell kreist ein Elektron auf einer Bahn vom Radius a um den Atomkern. Sein Bahndrehimpuls ist dabei gequantelt und kann nur die Werte $L = n \cdot \hbar = \frac{n \cdot h}{2p}$ annehmen (n ist eine Natürliche Zahl).

a) Welchen Strom stellt das umlaufende Elektron dar ?

b) Wie groß ist das magnetische Dipolmoment des kreisenden Elektrons für $n = 1$ (Bohrsches Magneton).

c) Wie groß ist das Magnetfeld, das vom kreisenden Elektron am Ort des Atomkerns erzeugt wird?

Das Planck'sche Wirkungsquant hat den Wert $\hbar = 1 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$, die Ladung und die Masse des Elektrons sind $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$ bzw. $m_e = 1 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{kg}$.

Bitte verwenden sie auch: $p \approx 3{,}2$ $\quad 1\,\mathrm{J} = 1\frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s^2}}$

$1\,\mathrm{C} = 1\,\mathrm{A \cdot s}$ $\quad m_0 = 4p \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{T \cdot m}}{\mathrm{A}}$

<u>Aufgabe 5)</u> Magnetfeld stromdurchflossener Drähte

a) Ein Gleichstromversorgungskabel der Länge $l = 2\,\mathrm{m}$ mit zwei parallelen Drähten im Abstand $d = 5\,\mathrm{mm}$ wird von einem Strom $I = 5\,\mathrm{A}$ durchflossen. Welches Magnetfeld wird durch jeden der Drähte am Ort des jeweils anderen Drahtes erzeugt?

b) Wie groß ist die Kraft zwischen den Drähten der Teilaufgabe a)?

c) Ein langer, horizontaler Draht wird von einem Gleichstrom $I = 80\,\mathrm{A}$ durchflossen. Welchen Strom muss durch einen zweiten Draht fließen, der sich parallel im Abstand $d = 20\,\mathrm{cm}$ unterhalb des ersten Drahtes befindet, damit er durch die Gravitationskraft nicht zu Boden fällt? (1-dim Massendichte des unteren Drahtes: $\frac{m}{l} = 0{,}2\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}}$)

Erdbeschleunigung: $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $1\,\mathrm{T} = 1\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}^2}$; $m_0 = 4p \cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{A}}$

Name: ………………………………………… Matrikelnummer: …………………..

<u>Aufgabe 6)</u> LR-Schaltung

Ein Widerstand $R = 90\,\Omega$ und eine Spule $L = 270\,\text{mH}$ seien in Reihe geschaltet. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird eine 9V Batterie an die Schaltung angeschlossen.
Berechnen Sie :

a) den Strom zum Zeitpunkt $t = 0$,

b) die Zeitkonstante τ

c) den maximalen Strom

d) die Zeit bis der Strom auf die Hälfte des Maximums angestiegen ist.

e) Wie groß ist die Energieänderung $\left(\frac{dW}{dt}\right)$ im Feld der Spule im Fall d) ?.

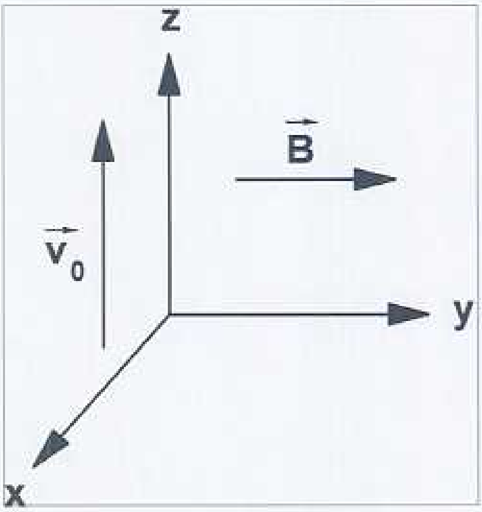
Hinweise: $1\,\text{H} = 1\frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}}$ $\quad 1\Omega = 1\frac{\text{V}}{\text{A}}$ $\quad 1\text{W} = 1\text{V}\cdot\text{A}$

Physik II (Elektrodynamik) **SS 2007**
2. Klausur, Orientierungsklausur
Mo. 09.07.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / HS 37

Name: .... **Matrikelnummer:** ....

Aufgabe 1) Elektron in E- und B-Feld

Einem elektrischen Feld $\vec{E}$ ($|\vec{E}| = 10^3$ V/m) wird ein $\vec{B}$-Feld ($|\vec{B}| = 5 \cdot 10^{-2}$ T) überlagert.



a) Wie muss die Richtung des elektrischen Feldes gewählt werden, damit ein Elektron, das mit der Geschwindigkeit $\vec{v}_0 = (0, 0, v_0)$ senkrecht zum Magnetfeld $\vec{B} = (0, B, 0)$ eintritt, nicht abgelenkt wird?

b) Wie groß ist $|\vec{v}_0|$, wenn, wie unter a) dargestellt, keine Ablenkung des Elektrons erfolgt?

c) Berechnen Sie die Bahnen des Elektrons, wenn nur das $\vec{E}$-Feld bzw. nur das $\vec{B}$-Feld eingeschaltet ist. Verwenden sie dabei ein Koordinatensystem, dessen Ursprung mit dem Eintrittspunkt des Elektrons in den Feldlinienbereich zusammenfällt.

Hinweis: $1\,\mathrm{T} = 1 \frac{\mathrm{V \cdot s}}{\mathrm{m}^2}$

a) Damit das Elektron nicht abgelenkt wird, muß die wirkende Gesamtkraft (durch das elektrische Feld und die Lorentzkraft) verschwinden:

$$\vec{F} = e \cdot \vec{E} + e \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{B}) \overset{!}{=} 0 \quad \Rightarrow \underline{\vec{E} = -(\vec{v}_0 \times \vec{B}) = \vec{B} \times \vec{v}_0 = (B v_0, 0, 0)}$$

b) Der Betrag der Geschwindigkeit, mit der das Elektron in den Feldbereich eintritt ist ($v \perp \vec{E}, \vec{B}$)

2/7

$$|\vec{v}_0| = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{B}|} = \frac{E}{B} = \frac{10^3 \frac{V}{m}}{5 \cdot 10^{-2} \frac{Vs}{m^2}} = 2 \cdot 10^4 \frac{m}{s}$$

c) Wirkt nur das elektrische Feld, so wird das Elektron mit einer konstanten Kraft $\vec{F} = (e \cdot E, 0, 0)$ beschleunigt, d.h. es ergibt sich eine Parabelbahn. Die Geschwindigkeit ist $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z) = (a \cdot t = \frac{e}{m} \cdot E \cdot t, 0, v_0)$ und die Ortskurve dann $\vec{r} = (x, y, z) = (\frac{e}{2m} E t^2, 0, v_0 \cdot t)$,
[da Eintritt im Ursprung!]

also eine Parabel in der x-z-Ebene.

Wirkt nur das magnetische Feld $\vec{B}$, dann ist der Betrag der Geschwindigkeit konstant, da die Beschleunigung jeweils senkrecht zur Geschwindigkeit erfolgt. Es ergibt sich eine Kreisbahn mit Radius r:

$$\vec{F}_B = \vec{F}_Z \Leftrightarrow e \cdot v_0 \cdot B = \frac{m \cdot v_0^2}{r} \Rightarrow r = \frac{m \cdot v_0}{e \cdot B}$$

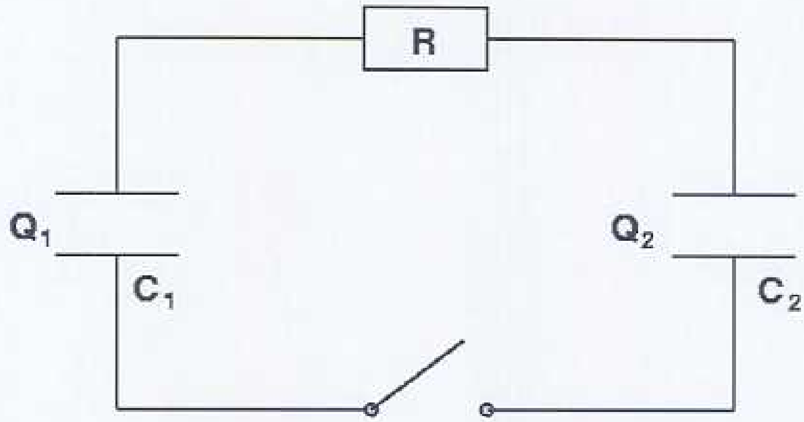
Die Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{v_0}{r} = \frac{e \cdot B}{m}$

Tritt das Elektron bei $\vec{r} = (0,0,0)$ in das $\vec{B}$-Feld ein, so beschreibt es einen Halbkreis mit $\vec{r}(t) = (r \cdot (1 - \cos\omega t), 0, r \cdot \sin\omega t)$ und verlässt bei $\vec{r}(\frac{\pi}{\omega}) = (2r, 0, 0)$ mit der Geschwindigkeit $\vec{v} = (0, 0, -v_0)$ den Feldlinienbereich.

Name: .... **Matrikelnummer:** ....

<u>Aufgabe 2)</u> Zeitverhalten von Kondensatoren

Zwei gleiche Kondensatoren der Kapazität C tragen die Ladung $Q_1 = Q$ und $Q_2 = 0$. Zur Zeit $t = 0\,\mathrm{s}$ werden sie über einen Widerstand R zu einem geschlossenen Stromkreis verbunden.



a) Leiten Sie den zeitlichen Verlauf des Stroms $I(t)$ durch den Widerstand R her und fertigen Sie eine Skizze des Verlaufs der Spannungen (in Einheiten der Zeitkonstante τ) an beiden Kondensatoren an.

b) Welcher Anteil der anfangs in den Kondensatoren gespeicherten Energie ist am Ende dort noch vorhanden? Was passiert mit der Energie?

a) Maschenansatz: $\frac{Q_1(t)}{C} - \frac{Q_2(t)}{C} = R \cdot I$

Q_1 nimmt ab, Q_2 nimmt zu, bis sich das Ladungsgleichgewicht einstellt:

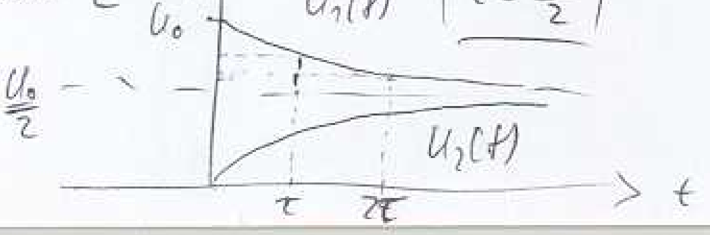
$$-\frac{dQ_1}{dt} = \frac{dQ_2}{dt} = I(t)$$

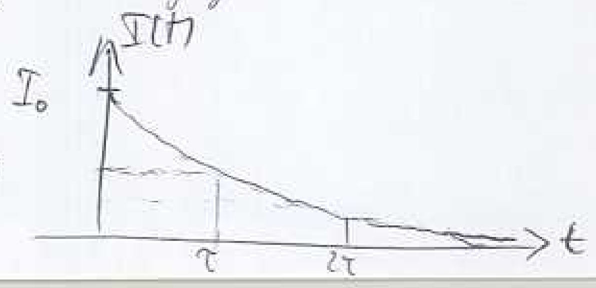
$$\frac{d}{dt}\left[R \cdot I(t)\right] = \frac{d}{dt}\left[\frac{Q_1(t)}{C} - \frac{Q_2(t)}{C}\right] \Leftrightarrow R \cdot \frac{dI(t)}{dt} = -\frac{I(t)}{C} - \frac{I(t)}{C} = -\frac{2I(t)}{C}$$

jetzt TdV und integrieren: $\int_{I_0}^{I} \frac{1}{I(t)}\, dI(t) = -\frac{2}{RC}\int_0^t dt \Leftrightarrow \ln I \Big|_{I_0}^{I} = -\frac{2t}{RC}$

$\ln(I(t)) = -\frac{2t}{RC} + \ln I_0 \Leftrightarrow I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{2t}{RC}}$; Randbedingungen: $t = 0 \Rightarrow I_0 = \frac{Q}{RC} \rightarrow I(t) = \frac{Q}{RC} e^{-\frac{2t}{RC}}$

$U(t) = \frac{Q(t)}{C}$ $\boxed{\tau = \frac{RC}{2}}$





b) vor der Entladung: $W_{vor} = \frac{1}{2} C_1 U_{1,vor}^2 = \frac{1}{2} C U^2$

$$W_{nach} = \frac{1}{2} C_1 U_{1,nach}^2 + \frac{1}{2} C_2 U_{2,nach}^2$$
$$= \frac{1}{2} C_1 \left(\frac{U}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} C_2 \left(\frac{U}{2}\right)^2$$
$$= \frac{1}{4} C U^2$$

$$\Rightarrow \Delta W = \frac{1}{4} C U^2 = \frac{1}{2} W_{vor}$$

Die Hälfte der ursprünglich gespeicherten Energie wird in Wärme umgewandelt!

Physik II (Elektrodynamik) **SS 2007**
2. Klausur, Orientierungsklausur
Mo. 09.07.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / HS 37

Name: .... **Matrikelnummer:** ....

Aufgabe 3) Entladung einer Batterie

Eine Batterie hat als negative Elektrode ein Zinkblech $\left(\rho_{Zn} = 7\,\mathrm{g/cm^3}, m_{mol} = 70\,\mathrm{g/Mol}\right)$ in der Form eines Zylindermantels von 10 mm Durchmesser und 30 mm Länge. Bei einer Entladung werden die Zn-Atome in Zn^{++}-Ionen umgewandelt und z.B. in $CuSO_4$ gelöst. Die dabei insgesamt abgegebene Ladungsmenge beträgt $1{,}6\,\mathrm{A \cdot h}$. Um wie viel wird der Zylindermantel (nicht die Deckelflächen!) bei der Entladung dünner, wenn man annimmt, dass die Umwandlung der Metallatome in Ionen gleichmäßig über die Oberfläche erfolgt?

Hinweise: Verwenden Sie für die Rechnung folgende Größen:

Elementarladung: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$ $(1\mathrm{C} = 1\mathrm{A \cdot s})$

Avogadrokonstante: $N_A = 6 \cdot 10^{23}\,\mathrm{Mol^{-1}}$

Jedes Zn^{++}-Ion trägt die Ladung $2 \cdot e = q = 3{,}2 \cdot 10^{-19}\,C$

Die gesamte von der Batterie abgegebene Ladung ist $Q = 1{,}6 \cdot 3600\,A\,s = 5760\,C$

Damit ergibt sich die Anzahl der gelösten Zn-Atome zu:

$$N = \frac{Q}{q} = \frac{5760\,C}{3{,}2 \cdot 10^{-19}\,C} = 1{,}8 \cdot 10^{22}$$

Die Masse der in Lösung gegangenen Zn-Atome ist

$$M = N \cdot \frac{M_{mol}}{N_A} = 1{,}8 \cdot 10^{22} \cdot \frac{70\frac{g}{cm^3}}{6 \cdot 10^{23}\frac{1}{Mol}} = 1{,}8 \cdot 10^{22} \cdot \frac{70}{6} \cdot 10^{-23}\,g = 2{,}1\,g$$

Das Volumen der Atome, die dem Zn-Mantel jetzt fehlen ist:

$$\Delta V = \frac{M}{\rho} = \frac{2{,}1\,g}{7\,g/cm^3} = 0{,}3\,cm^3 = 300\,mm^3$$

Bezogen auf die Zylinderoberfläche $A = \pi \cdot L \cdot d = \pi \cdot 30 \cdot 10\,mm^2$

ergibt sich eine Dickenabnahme von $\Delta x = \frac{\Delta V}{A} = \frac{300\,mm^3}{\pi \cdot 300\,mm^2} = \frac{1}{\pi}\,mm \approx 0{,}32\,mm$

Physik II (Elektrodynamik) **SS 2007**
2. Klausur, Orientierungsklausur
Mo. 09.07.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / HS 37

Name: .... **Matrikelnummer:** ....

Aufgabe 4) Magnetisches Moment eines kreisenden Elektrons

In einem einfachen Modell kreist ein Elektron auf einer Bahn vom Radius a um den Atomkern. Sein Bahndrehimpuls ist dabei gequantelt und kann nur die Werte $L = n \cdot \hbar = \frac{n \cdot h}{2\pi}$ annehmen (n ist eine Natürliche Zahl).

a) Welchen Strom stellt das umlaufende Elektron dar ?

b) Wie groß ist das magnetische Dipolmoment des kreisenden Elektrons für $n = 1$ (Bohrsches Magneton).

c) Wie groß ist das Magnetfeld, das vom kreisenden Elektron am Ort des Atomkerns erzeugt wird?

Das Planck'sche Wirkungsquant hat den Wert $\hbar = 1 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$, die Ladung und die Masse des Elektrons sind $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$ bzw. $m_e = 1 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{kg}$.

Bitte verwenden sie auch: $\pi \approx 3{,}2$ $\quad 1\,\mathrm{J} = 1\frac{\mathrm{kg \cdot m^2}}{\mathrm{s^2}}$

$1\,\mathrm{C} = 1\,\mathrm{A \cdot s}$ $\quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\frac{\mathrm{T \cdot m}}{\mathrm{A}}$

a) Zuerst die Umlauffrequenz berechnen und dann den Zusammenhang zwischen Bahndrehimpuls und mag. Dipolmoment aufstellen:

$$L = \Theta \cdot \omega = m \cdot a^2 \cdot 2\pi \cdot \nu = n \cdot \hbar = \frac{nh}{2\pi} \Rightarrow \underline{\nu = \frac{n \cdot \hbar}{2\pi \cdot m \cdot a^2}}$$

Ansatz für den Strom: $\underline{I = e \cdot \nu = \frac{e \cdot n \cdot \hbar}{2\pi \cdot m \cdot a^2}}$

$\underline{\text{für } n = 1}$: $I = \frac{e \cdot \hbar}{2\pi \cdot m \cdot a^2} \hat{=} \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 10^{-34}}{6{,}4 \cdot 1 \cdot 10^{-30} \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-20}} \frac{\mathrm{A \cdot s \cdot J \cdot s}}{\mathrm{kg \cdot m^2}}$

$= \frac{1}{10} \cdot 10^{-2}\ \mathrm{A \cdot J} \cdot \frac{\mathrm{s^2}}{\mathrm{kg \cdot m^2}} = \underline{1 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{A}}$

b) magnetisches Moment durch kreisendes Elektron ($n=1$):

$$\mu = I \cdot A = \frac{e\hbar}{2\pi m a^2} \cdot \pi a^2 = \frac{e \cdot \hbar}{2m} = \frac{e}{2m} \cdot L$$

$$\hat{=} \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{As} \cdot 1 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}}{2 \cdot 1 \cdot 10^{-30}\ \mathrm{kg}} = 8 \cdot 10^{-24}\ \mathrm{Am^2}$$

5/7

c) nach dem Biot-Savart-Gesetz folgt für das Magnetfeld in der Symmetrieachse eines Ringleiters (siehe Vorlesung):

$$B(z=0) = \mu_0 \cdot \frac{I}{2} \cdot \frac{a^2}{(a^2+(z=0)^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 I}{2a} \hat{=} \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 0{,}5 \cdot 10^{-10}} \frac{T \cdot m \cdot A}{A \cdot m}$$

$$\approx 12{,}8\ T$$

Physik II (Elektrodynamik) SS 2007
2. Klausur, Orientierungsklausur
Mo. 09.07.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / HS 37

Name: .... Matrikelnummer: ....

Aufgabe 5) Magnetfeld stromdurchflossener Drähte

a) Ein Gleichstromversorgungskabel der Länge $l = 2\,\mathrm{m}$ mit zwei parallelen Drähten im Abstand $d = 5\,\mathrm{mm}$ wird von einem Strom $I = 5\,\mathrm{A}$ durchflossen. Welches Magnetfeld wird durch jeden der Drähte am Ort des jeweils anderen Drahtes erzeugt?

b) Wie groß ist die Kraft zwischen den Drähten der Teilaufgabe a)?

c) Ein langer, horizontaler Draht wird von einem Gleichstrom $I = 80\,\mathrm{A}$ durchflossen. Welchen Strom muss durch einen zweiten Draht fließen, der sich parallel im Abstand $d = 20\,\mathrm{cm}$ unterhalb des ersten Drahtes befindet, damit er durch die Gravitationskraft nicht zu Boden fällt? (1-dim Massendichte des unteren Drahtes: $\frac{m}{l} = 0{,}2\,\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}}$)

Erdbeschleunigung: $g = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$; $1\,\mathrm{T} = 1\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{A}\cdot\mathrm{s}^2}$; $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\,\frac{\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}}{\mathrm{A}}$

a) Magnetfeld eines Stromdurchflossenen Drahtes im Abstand r:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot \underbrace{r}_{(=d)}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3}} \; \frac{T\cdot m\cdot A}{A \cdot m} = 2 \cdot 10^{-4}\, T$$

b) $$\frac{F}{l} = I_2 \cdot B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$$

$$F = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \cdot \frac{l}{d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 25 \cdot 2}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-3}} \; \frac{T \cdot m \cdot A^2 \cdot m}{A \cdot m}$$

$$= 20 \cdot 10^{-4}\, T \cdot m \cdot A = 2 \cdot 10^{-3}\, N$$

Stromrichtung ist antiparallel => abstoßende Kraft

c) Drähte sollen sich anziehen $\Rightarrow$ parallele Stromrichtung!

$$\frac{F}{l} = \frac{m \cdot g}{l} \mathrel{\hat{=}} 0{,}2 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{m} \cdot 10 \frac{m}{s^2} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{kg}{s^2} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{N}{m}$$

Diese Kraft muß durch das Magnetfeld aufgebracht werden!

$$\Rightarrow \frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi \cdot d} \Leftrightarrow \underline{\underline{I_2}} = \frac{2\pi d}{\mu_0 I_1} \cdot \frac{F}{l}$$

$$\mathrel{\hat{=}} \frac{2\pi \cdot 0{,}2\,m}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T\,m}{A} \cdot 80A} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \frac{N}{m}$$

$$\mathrel{\hat{=}} \frac{0{,}2 \cdot 10^{-3}}{80 \cdot 10^{-7}} \quad \frac{N\,A}{A\,T\,m}$$

$$\mathrel{\hat{=}} 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{4} \frac{N}{T \cdot m} = \underline{\underline{25A}}$$

Physik II (Elektrodynamik) **SS 2007**
2. Klausur, Orientierungsklausur
Mo. 09.07.2007, 14:45-16:45 Uhr, Gerthsen Hörsaal / HS 37

Name: .... **Matrikelnummer:** ....

Aufgabe 6) LR-Schaltung

Ein Widerstand $R = 90\,\Omega$ und eine Spule $L = 270\,\text{mH}$ seien in Reihe geschaltet. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird eine 9V Batterie an die Schaltung angeschlossen.

Berechnen Sie :

a) den Strom zum Zeitpunkt $t = 0$,

b) die Zeitkonstante τ

c) den maximalen Strom

d) die Zeit bis der Strom auf die Hälfte des Maximums angestiegen ist.

e) Wie groß ist die Energieänderung $\left(\frac{dW}{dt}\right)$ im Feld der Spule im Fall d) ?.

Hinweise: $1\text{H} = 1\frac{\text{V}\cdot\text{s}}{\text{A}}$ $\quad 1\Omega = 1\frac{\text{V}}{\text{A}}$ $\quad 1\text{W} = 1\text{V}\cdot\text{A}$

a) Strom zum Zeitpunkt $t=0$:

2. Kirchhoffsches Gesetz: $U_0 = U_L + U_R = -L \cdot \frac{dI(t)}{dt} + I(t)\cdot R$

inhomogene Dgl. für $I(t)$ $\Rightarrow$ Ansatz: $I(t) = I_0 + I_1 \cdot e^{-\left(\frac{R}{L}\right)\cdot t}$

Anfangsbedingung $I(0) = 0$

da die Induktion der Spule dem Strom entgegen wirkt.

$$I(t) = \frac{U_0}{R}\left(1 - e^{-\left(\frac{R}{L}\right)\cdot t}\right)$$

b) Zeitkonstante $\tau = \frac{L}{R} \hat{=} \frac{270\cdot 10^{-3}}{90} \frac{\text{Vs}}{\text{A}}\cdot\frac{\text{A}}{\text{V}} = 3\cdot 10^{-3}\,\text{s} = 3\,\text{ms}$

c) den maximalen Strom: dann wenn $\tau \to \infty$ geht

$$\Rightarrow I(\infty) = \frac{U_0}{R} \hat{=} \frac{9\,\text{VA}}{90\,\text{V}} = 100\,\text{mA}$$

d) die Zeit, bis zu der der Strom auf die Hälfte des Maximums angestiegen ist:

$$I(t_1) = \frac{I(\infty)}{2} = \underbrace{\frac{U_0}{R}}_{I(\infty)}\left(1 - e^{-\left(\frac{R}{L}\right)\cdot t_1}\right)$$

$$\frac{1}{2}\cdot\underbrace{\frac{R}{U_0}}_{\frac{1}{I(\infty)}}\cdot I(\infty) = 1 - e^{-\frac{t_1}{\tau}}$$

$$e^{-\frac{t_1}{\tau}} = 1 - \frac{1}{2}$$

$$-\frac{t_1}{\tau} = \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\underline{\underline{t_1}} = -\tau\cdot\ln\left(\frac{1}{2}\right) = \tau\cdot\ln 2 \approx 3\cdot 0{,}7\,ms = \underline{\underline{2{,}1\,ms}}$$

e) Energieänderung:

$$W = \frac{1}{2}L\,I^2\left(\frac{t}{2}\right) \Rightarrow \frac{dW}{dt} = L\cdot I\left(\frac{t}{2}\right)\cdot\frac{dI\left(\frac{t}{2}\right)}{dt}$$

$$U_0 = -L\frac{dI(t)}{dt} + R\cdot I(t) \Leftrightarrow L\cdot\frac{dI}{dt} = R\cdot I(t) - U_0$$

$$\Rightarrow \frac{dW}{dt} = I\left(\frac{t}{2}\right)\cdot\left(R\,I\left(\frac{t}{2}\right) - U_0\right)$$

$$\hat{=}\ 0{,}05A\cdot\left(90\,\frac{V}{A}\cdot 0{,}05A - 9V\right)$$

$$= 0{,}225\,\underbrace{V\cdot A}_{W}$$