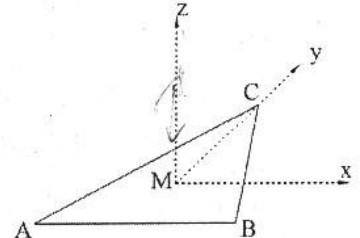
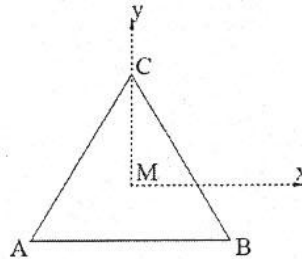


1. Aufgabe (6 Punkte)

Nennen Sie die 4 Maxwellgleichungen (im Vakuum) in integraler oder differentieller Form und geben Sie **kurz** in eigenen Worten an, was sie bedeuten.

2. Aufgabe (6 Punkte)

Drei Punktladungen Q_A , Q_B und Q_C sitzen an den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks ABC in der xy-Ebene eines Koordinatensystems. Die Kantenlänge des Dreiecks ist a . Der Mittelpunkt M des Dreiecks liegt im Ursprung des Koordinatensystems (siehe auch Skizze). Die Koordinaten der Punkte sind:



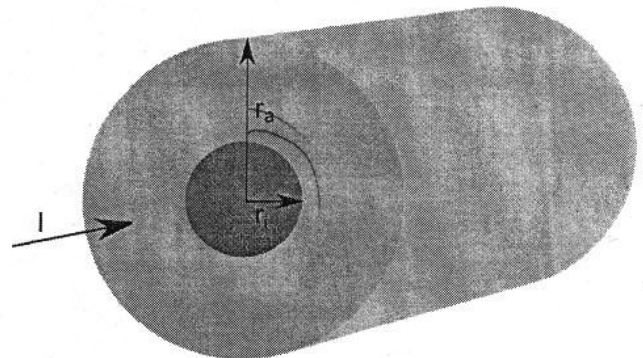
$$A: \left(-\frac{a}{2} \mid -\frac{a}{6}\sqrt{3} \mid 0\right); B: \left(\frac{a}{2} \mid -\frac{a}{6}\sqrt{3} \mid 0\right); C: \left(0 \mid \frac{a}{3}\sqrt{3} \mid 0\right).$$

Die drei Ladungen sind identisch: $Q_A = Q_B = Q_C = Q$.

- Berechnen Sie das elektrische Potential Φ entlang der z-Achse, d.h. für $x = 0$ und $y = 0$.
- Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ entlang der z-Achse, d.h. für $x = 0$ und $y = 0$.
- Bei welchem z findet man ein Maximum der z-Komponente E_z des elektrischen Feldes $\vec{E}$?
- Warum findet man bei $z = 0$ kein Minimum der z-Komponente E_z des elektrischen Feldes $\vec{E}$, obwohl man $E_z(z=0) = 0$ findet?

3. Aufgabe (7 Punkte)

Gegeben ist ein unendlich ausgedehnter Leiter in Form eines Hohlzylinders mit dem Innenradius r_i und dem Außenradius r_a . Im Leiter fließt ein Strom I , der homogen über den Leiterquerschnitt verteilt ist.



- Wie groß ist die magnetische Feldstärke $\vec{H}$ im Bereich $0 < r < \infty$? Skizzieren Sie $|\vec{H}(r)|$.
- Unter dem Einfluss des Feldes wird sich, entgegen der obigen Annahme, keine homogene Stromdichte $\vec{j}$ einstellen. Welche Kräfte wirken auf die Ladungsträger in radialer Richtung? Begründen bzw. erläutern Sie Ihre Antwort kurz.

Rückseite beachten!

4. Aufgabe (3 Punkte)

Eine Leuchtstoffröhre kann als ohmscher Widerstand betrachtet werden und braucht zum Betrieb die Spannung U_{LR} und die Stromstärke I_{LR} . Welche Induktivität L muss eine in Reihe geschaltete Spule haben, damit die Leuchtstoffröhre an der Netzspannung (U_0, ω) angeschlossen werden kann? Geben Sie L in Abhängigkeit der gegebenen Größen (U_{LR} , I_{LR} , U_0 und ω) an. Der ohmsche Widerstand der Spule sei vernachlässigbar.

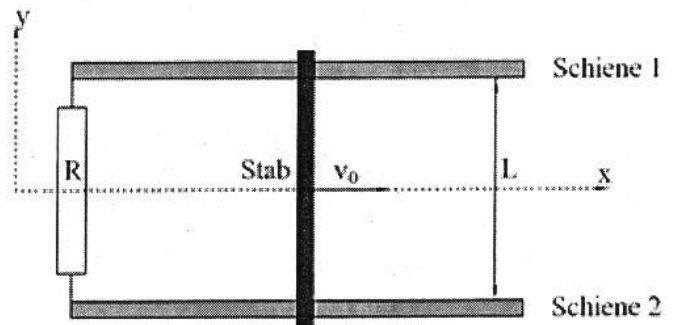
5. Aufgabe (5 Punkte)

Ein Plattenkondensator wird mit der Ladung Q_0 auf die Spannung U_0 aufgeladen. Dann werden die Platten auseinander gezogen. Entweder (i) mit abgetrennter Spannungsquelle oder (ii) mit angeschlossener Spannungsquelle.

- Wie verhält sich im Fall (i) die Spannung am Kondensator in Abhängigkeit des Plattenabstands d (Begründung)?
- Berechnen Sie die zum Trennen der Kondensatorplatten erforderliche Kraft F als Funktion des Plattenabstands d für Fall (i) und Fall (ii).
- Geben Sie in beiden Fällen die Energie W im Kondensator als Funktion von d an.

6. Aufgabe (7 Punkte)

Ein Metallstab gleitet reibungsfrei in x -Richtung auf zwei Metallschienen in einem homogenen Magnetfeld $\vec{B} = (0, 0, B_z)$ mit B_z , das in positive z -Richtung senkrecht aus der Zeichenebene heraus zeigt (siehe Skizze). Die beiden Metallschienen sind durch einen ohmschen Widerstand R verbunden. Der Abstand der Schienen ist L und die Geschwindigkeit, mit der sich der Metallstab bewegt, ist anfänglich v_0 . Die Masse des Stabes ist m . Vernachlässigen Sie die ohmschen Widerstände des Stabes und der Schienen.



Zahlenwerte: $B_z = 1 \text{ T}$, $R = 5 \Omega$, $L = 2 \text{ m}$, $v_0 = v(t = 0) = 8 \text{ m/s}$, $m = 1 \text{ kg}$

- Wie groß sind die Beiträge der im Metallstab induzierten Spannung U_{ind} und des Stromes I durch den Widerstand R zur Zeit $t = 0$ (Zahlenwerte ausrechnen, Einheiten prüfen)?
- Fließt der Strom im Widerstand (technische Stromrichtung) von Schiene 1 zu Schiene 2 oder umgekehrt (kurze Begründung)?
- Wie verändert sich die Geschwindigkeit des Stabes, wenn keine äußeren Kräfte am Stab angreifen (kurze Begründung, keine Rechnung)?
- Wie groß ist die Energie, die insgesamt während des gesamten Abbremsvorgangs am Widerstand R in Wärme umgewandelt wird (Zahlenwert ausrechnen)?
- Mit welcher Kraft muss der Stab gezogen werden, damit die Geschwindigkeit konstant v_0 bleibt (Zahlenwert ausrechnen, Einheiten prüfen)?

Aufgabe 1

i) $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \oint \vec{E} d\vec{r} = -\iint \vec{B} d\vec{A}$

ii) $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \text{bzw.}$

$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \oint \vec{H} d\vec{r} = \iint \vec{j} d\vec{A} + \iint \vec{D} d\vec{A}$

iii) $\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad \text{bzw.}$

$\text{div } \vec{D} = \rho \quad \oint \vec{D} d\vec{A} = \iiint \rho dV$

iv) $\text{div } \vec{B} = 0 \quad \oint \vec{B} d\vec{A} = 0$

i) (Faradaysches Induktionsgesetz)

elektrische Felder werden durch zeitlich sich verändernde magnetische Felder erzeugt

ii) (Ampèresches Durchflutungsgesetz)

magnetische Felder werden nicht nur durch Ströme, sondern auch von zeitlich sich ändernden elektrischen Feldern erzeugt

iii) elektrische Felder beginnen und enden an elektrischer Ladung (bzw. die dielektrische Verschiebung)

iv) es gibt keine magnetischen Monopole (magnetische Feldlinien sind immer geschlossen)

Aufgabe 2

a) Potential einer Punktladung

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r}$$

hier: $r = \left(\frac{a^2}{4} + \frac{3 \cdot a^2}{36} + z^2 \right)^{1/2}$

$$r = \sqrt{\frac{a^2}{3} + z^2}$$

$$\Rightarrow \phi(z) = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\sqrt{\frac{a^2}{3} + z^2}} \quad (\text{Summe der 3 Punktladungen})$$

b) $E_z = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{\left(\frac{a^2}{3} + z^2\right)^{3/2}} \left(-\frac{2}{2} z\right)$

$$E_z = \frac{3}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{zQ}{\left(\frac{a^2}{3} + z^2\right)^{3/2}}$$

c) $\frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\left(z^2 + \frac{a^2}{3}\right)^{-3/2} + \frac{-3/2 \cdot 2z^2}{\left(z^2 + \frac{a^2}{3}\right)^{5/2}} \right]$
$$= \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{\left(z^2 + \frac{a^2}{3}\right) - 3z^2}{\left(z^2 + \frac{a^2}{3}\right)^{5/2}} \right]$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} \stackrel{!}{=} 0, \text{ wenn } -2z^2 + \frac{a^2}{3} = 0 \quad (\text{Zähler} = 0)$$

$$\Rightarrow z^2 = \frac{a^2}{6} \quad \Rightarrow |z| = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

d) $E_z(z)$ hat einen Vorzeichenwechsel bei $z=0$, für $z < 0$ ist $E_z(z)$ negativ

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial z} \neq 0 \text{ für } z=0 \text{ kein Minimum!} \right)$$

Aufgabe 3

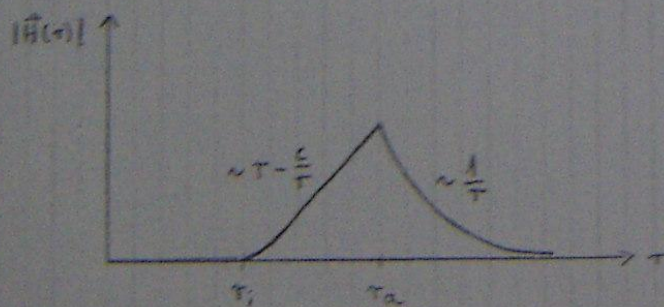
a) $0 < r < r_1$: $\oint \vec{H} d\vec{r} = I = 0$
 $\Rightarrow \vec{H} = 0$ im Inneren

$r_1 < r < r_2$: I homogen über Querschnitt
 $\oint \vec{H} d\vec{r} = \frac{I}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} \cdot 2\pi r = \text{const.}$

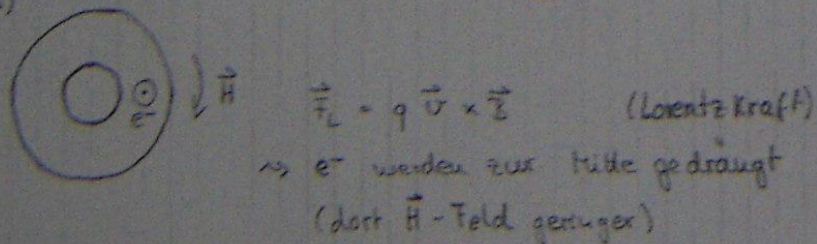
$\oint \vec{H} d\vec{r} = \int_{r_1}^r 2\pi r' dr' = \frac{I}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} (r^2 - r_1^2)$

$|\vec{H}| = \frac{I}{\pi(r_2^2 - r_1^2)} (r - \frac{r_1^2}{r})$

$r_2 < r < \infty$: $\oint \vec{H} d\vec{r} = I$
 $|\vec{H}| = \frac{I}{2\pi r}$

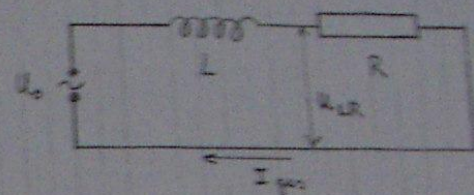


b)



$\vec{F}_{el} = \frac{e}{q} \vec{E}$ durch Verschiebung von Ladung entsteht ein $\vec{E}$ -Feld, das der weiteren Verschiebung entgegen wirkt

Aufgabe 4



$I_{ges} = I_{LR}$

$R = \frac{U_{LR}}{I_{LR}}$

$Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$

$I_{LR} = I_{ges} = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$

$\Leftrightarrow \omega^2 L^2 = \frac{U_0^2}{I_{LR}^2} - R^2$

$\Rightarrow L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{U_0^2 - U_{LR}^2}{I_{LR}^2}}$

Aufgabe 5

a) Fall (i) $Q = Q_0$ da keine Ladung abfließt

$$U = \frac{Q_0}{C} = \frac{Q_0}{\epsilon_0 A} d \leadsto U \sim d$$

b) $F = \int_0^Q E(Q') dQ'$
mit $E(Q) = \frac{U(Q)}{d} = \frac{Q}{Cd} = \frac{Q}{\epsilon_0 A}$

$$F = \int_0^Q \frac{Q'}{\epsilon_0 A} dQ' \leadsto F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A}$$

i) $Q = Q_0$
 $\leadsto F = \frac{Q_0^2}{2\epsilon_0 A} \neq f(d)$

ii) $U = U_0 \leadsto Q = C \cdot U_0$
 $\leadsto F = \frac{C U_0^2}{2d} = \frac{\epsilon_0 A}{2d^2} U_0^2 \leadsto F \sim \frac{1}{d^2}$

c) $W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$

i) $Q = Q_0 \leadsto W = \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{Q_0^2 \cdot d}{2\epsilon_0 A} \leadsto W \sim d$

ii) $U = U_0 \leadsto W = \frac{1}{2} C U_0^2 = \frac{\epsilon_0 A}{2d} U_0^2$
 $\leadsto W \sim \frac{1}{d}$

oder mit $W = \int \vec{F} d\vec{r}$
 $\leadsto W = F \cdot d$

Aufgabe 6

a) $|U_{\text{ind}}| = \left| - \frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{A} \right| = B \cdot L \cdot v_0$
 $= 1 \text{ T} \cdot 2 \text{ m} \cdot 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$|U_{\text{ind}}| = 16 \text{ V}$$

mit $T = \frac{V \cdot s}{m^2} \leadsto \frac{T m^2}{s} = \frac{V s m^2}{m^2 s} = V$

$$|I| = \frac{|U_{\text{ind}}|}{R} = \frac{16 \text{ V}}{5 \Omega} = \frac{16 \text{ V} \cdot A}{5 \text{ V}} = 3,2 \text{ A}$$

b) $\vec{F}_L = q \vec{v} \times \vec{B}$

Lorentzkraft lenkt e^- nach oben

$\Rightarrow$ Strom von Schiene 1 nach Schiene 2 im Stab
und I (techn. Strom) nach oben in R

c) $\vec{F} = \int I d\vec{r} \times \vec{B} = I L B (-\vec{e}_x)$

"Wirbelstrombremse"

der Stab wird abgebremst

d) $E = E_{\text{kin}} = \frac{m v_0^2}{2} = \frac{1 \text{ kg} \cdot 64 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2} = 32 \text{ J}$

oder $E = \int_0^\infty P(t) dt$

e) $F = B I L = \frac{B^2 L^2 v_0}{R}$ mit $I = \frac{U_{\text{ind}}}{R} = \frac{B L v_0}{R}$

$$F = \frac{(1 \text{ T} \cdot 2 \text{ m})^2}{5 \frac{\text{V}}{\text{A}}} \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)$$

$$F = 6,4 \text{ N} \quad \text{mit} \quad \frac{T^2 m^3 A}{V s} = \frac{V^2 s^2 m^3 A}{m^4 V s}$$

$$= \frac{V A s}{m} = \frac{J}{m} = N$$

[oder $P_{\text{el}} = P_{\text{mech}}$
 $\frac{U^2}{R} = F \cdot v_0$]