Klassische Experimentalphysik II – Lösungen der 1. Klausur

Aufgabe 1:

a) Ladung q_1 ist am Ort $\vec{r}_1 = (L/2\ L/2\ L/2)$. Sein Einheitsvektor ist $\hat{r} = 1/\sqrt{3}\cdot(1\ 1\ 1)$. Es werden drei Beiträge unterschieden:

- Nächste Nachbarn mit Abstand $r = L$ und Ladung $-Q$

$$\vec{F}_a = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q^2}{L^2}\cdot\sqrt{3}\cdot\hat{r}$$

- Übernächsten Nachbarn mit Abstand $r = \sqrt{2}\cdot L$ und Ladung Q

$$\vec{F}_b = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q^2}{L^2}\cdot\frac{\sqrt{6}}{2}\cdot\hat{r}$$

- Ladung $-Q$ im Abstand $r = \sqrt{3}\cdot L$

$$\vec{F}_c = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q^2}{L^2}\cdot\frac{1}{3}\cdot\hat{r}$$

Die Gesamtkraft $\vec{F}_{\text{ges}} = \vec{F}_a + \vec{F}_b + \vec{F}_c$ ist dann

$$\vec{F}_{\text{ges}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q^2}{L^2}\cdot\left(-\sqrt{3}+\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{1}{3}\right)\cdot\hat{r} \cong -\frac{5}{6}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q^2}{L^2}\cdot\hat{r}\,.$$

Die Richtung der Kraft zeigt zum Koordinatenursprung.

b) Die Kraft $\vec{F}_0$ auf q_1 von einer Punktladung q' im Ursprung mit dem Abstand $d = \sqrt{3}\cdot L/2$ ist

$$\vec{F}_0 = \frac{4}{3}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q'Q}{L^2}\cdot\hat{r} \stackrel{!}{=} \vec{F}_{\text{ges}} \quad\Rightarrow\quad q' = -\frac{5}{8}Q\,.$$

Aufgabe 2:

Da durch das Messinstrument kein Strom fließt, gilt mit der Knotenregel $I_v = I_x$ und $I_1 = I_2$. Aufgrund der Maschenregel gilt $U_v = U_1$ und $U_x = U_2$, also

$$R_v I_v = R_1 I_1 \quad;\quad R_x I_v = R_2 I_1 \quad\Rightarrow\quad \frac{R_v}{R_x} = \frac{R_1}{R_2}\,.$$

Die Schiebewiderstände sind proportional zu ihrer Länge (gleicher Proportionalitätsfaktor)

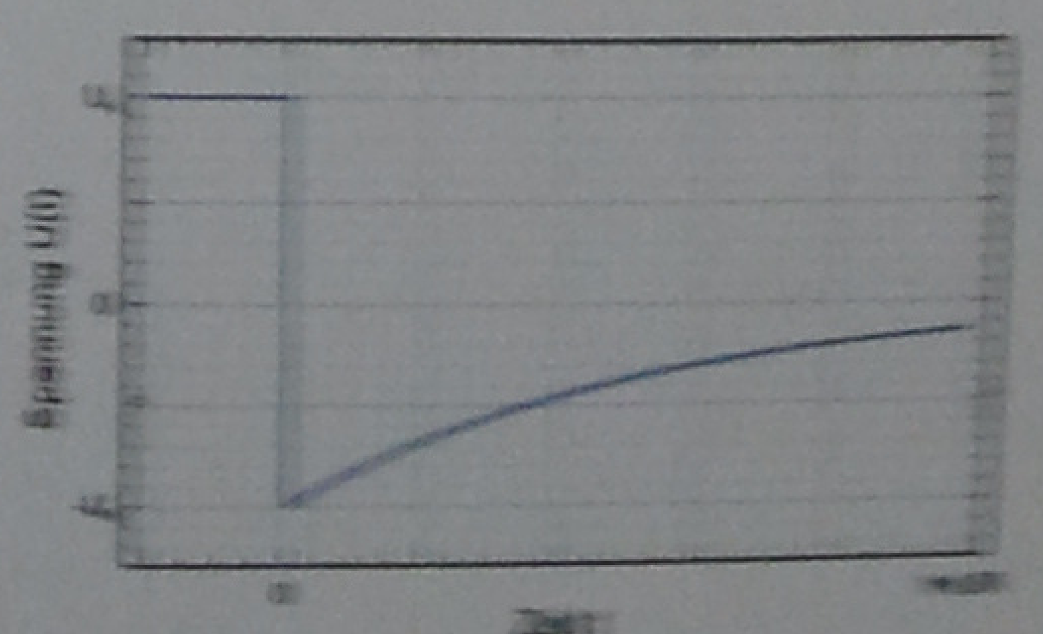
$$\frac{R_v}{R_x} = \frac{L_1}{L_2} \quad\Rightarrow\quad R_x = \frac{L_2}{L_1}R_v\,.$$

Aufgabe 3:

a) Der Spulenstrom ist stetig in der Zeit, da sonst $|\dot{I}| \to \infty$, daher $I(t=0) = I_0 = \frac{U_0}{R_L}$

b) DGL durch Maschenregel: $L\dot{I} + (R+R_L)\,I = 0$

$$I = A\mathrm{e}^{-\gamma t} \quad\Rightarrow\quad -\gamma L I + (R+R_L)\,I = 0$$
$$\Rightarrow\quad \gamma = \frac{R+R_L}{L}$$



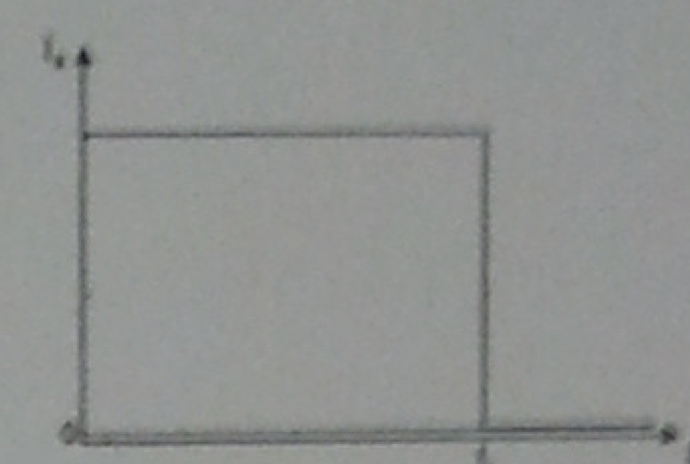
Mit Anfangsbedingung $A = I_0$ folgt $I(t) = \frac{U_0}{R_L}\mathrm{e}^{-\frac{R+R_L}{L}t}$.

c) Mit $R = R_L$ gilt für die Spannung $U(t)$ am Widerstand R für $t \geq 0$: $U(t) = -R\,I(t) = -U_0\,\mathrm{e}^{-\frac{2R}{L}t}$. Bei $t = L/R$ wird $U = -U_0/\mathrm{e}^2 \approx -U_0/9$.

Aufgabe 4:

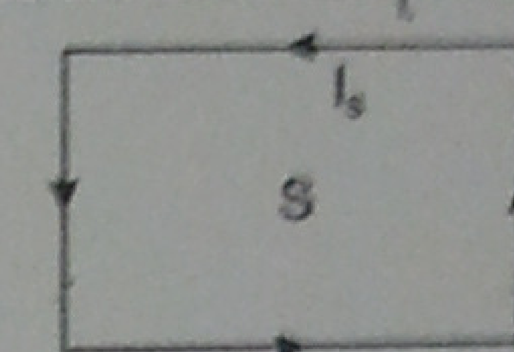
a) Das von I_L erzeugt Magnetfeld ist $H(r) = \frac{I_L}{2\pi r}$. In der Schlaufe S zeigt es in die Papierebene ($\otimes$). Dort ist $U_{\mathrm{ind}} = -\dot{\Phi}$ und

$$\begin{aligned} \Phi &= \int_A B(r)\,\mathrm{d}A\,; \quad \mathrm{d}A = d\,\mathrm{d}r \\ &= \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 I_L}{2\pi r}\,d\,\mathrm{d}r \;=\; \frac{\mu_0 d I_L}{2\pi} \ln\left(1+\frac{b}{a}\right). \end{aligned}$$



Für $t > t_1$ ist I_L konstant, also $\dot{\Phi} = 0$, damit $U_{\mathrm{ind}} = 0$ und $I_S(t) = 0$.
Für $0 \le t \le t_1$ ist $I_L(t) = \beta t$, also

$$U_{\mathrm{ind}} = -\frac{\mu_0 d\beta}{2\pi} \ln\left(1+\frac{b}{a}\right) \stackrel{!}{=} R_S I_S \quad\Rightarrow\quad |I_S(t)| = \frac{\mu_0 d\beta}{2\pi R_S} \ln\left(1+\frac{b}{a}\right)$$



Der induzierte Strom erzeugt ein Magnetfeld, dass der Änderung von H entgegengesetzt ist (Lenzsche Regel). Da $\dot{H} > 0$ zeigt das induzierte Magnetfeld aus der Papierebene heraus ($\odot$). I_S verläuft also entgegen der Uhrzeigerrichtung.

b) Die Lorentzkraft auf ein Leiterstück l beträgt $F_L = I_S \cdot \vec{l} \times \vec{B}$. Da in den Seitenstücken mit Länge b die Ströme entgegengesetzt sind, der Verlauf von $H(r)$ entlang der Leiter aber gleich ist, heben sich ihre Beiträge auf. Es bleibt

$$|F_L| = |I_S| \cdot d \cdot \left(\frac{\mu_0 |I_L|}{2\pi a} - \frac{\mu_0 |I_L|}{2\pi(a+b)}\right) = \frac{\mu_0}{2\pi} |I_S I_L| \frac{d\,b}{a(a+b)}.$$

Die Richtung der resultierenden Kraft zeigt in Richtung der Kraft auf das Leiterstück im Abstand a. Dort ist der Leiterstrom I_S antiparallel zu I_L. Die Kraft ist also entsprechend der Rechte-Hand-Regel vom Leiter weggerichtet.

Aufgabe 5:

Der Betrag des zeitlich gemittelten Poynting-Vektors S entspricht der Intensität I des Lichts, also:

$$S = |\langle \vec{S} \rangle_t| = \frac{P}{A} = \frac{25 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{W}}{2 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}^2} = 12.5 \cdot 10^6\,\frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m}^2}.$$

Ferner gilt für elektromagnetische Wellen im Vakuum mit $\omega = ck$:

$$S = |\langle \vec{E} \times \vec{H} \rangle_t| = \frac{1}{2} E_0 H_0 \qquad \text{und} \qquad B_0 = \frac{1}{c} E_0\,,$$

so dass mit der Lichtgeschwindigkeit $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$ folgt

$$\begin{aligned} H_0 &= \frac{1}{\mu_0} B_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\, E_0 \\ S &= \frac{1}{Z} \frac{E_0^2}{2} \qquad \text{mit} \qquad Z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}. \end{aligned}$$

Mit $Z \approx 400\,\Omega$ gilt für die Amplituden des elektrischen und magnetischen Feldes im Fokus

$$\begin{aligned} E_0 &= \sqrt{2ZS} = 100000\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} \\ B_0 &= \frac{1}{c} E_0 = 3.33 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}. \end{aligned}$$