Lösungen zur Klassischen Experimentalphysik II SS 2017 Klausur I Musterlösungen

Aufgabe 1: (2+2 Punkte)

(a) Das Feld ist zylindersymmetrisch um die z-Achse, das Integral über die Mantelfläche A eines Zylinders mit Radius r und Höhe $h \to \infty$ ergibt:

$$\frac{q}{\epsilon_0} = \int_A \vec{E} d\vec{A} = A E(r)$$

mit $q = h \frac{dq}{dz}$ ergibt sich

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 r} \frac{dq}{dz}$$

(b) Das Potential erhält man durch die Beziehung

$$\varphi(s) = \int_{r}^{\infty} \vec{E} d\vec{s}$$

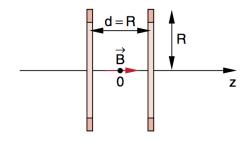
also

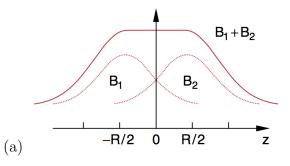
$$\varphi(s) = \int_r^{\infty} \vec{E} d\vec{s} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{dq}{dz} \int_r^{\infty} \frac{ds}{s} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{dq}{dz} [\ln r]_r^{\infty}$$

Das Potential verschwindet nicht im Unendlichen. Die Potential Differenz ergibt die Spannung zwischen den Punkten r_1 und r_2 :

$$V = \varphi(r_2) - \varphi(r_1) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{dq}{dz} \ln \frac{r_1}{r_2}$$

Aufgabe 2: (2+2+2 Punkte)





$$B_i(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

mit zwei Schleifen bei $z = \pm \frac{d}{2}$:

$$B(z) = B_1(z) + B_2(z) = \frac{1}{2}\mu_0 I R^2 \left(\frac{1}{[(z - \frac{d}{2})^2 + R^2]^{3/2}} + \frac{1}{[(z + \frac{d}{2})^2 + R^2]^{3/2}} \right)$$
$$B(z) = K \left[(z_1^2 + R^2)^{-3/2} + (z_2^2 + R^2)^{-3/2} \right]$$

mit $K = \frac{1}{2}\mu_0 I R^2$ und $z_1 = z - \frac{d}{2}$, $z_2 = z + \frac{d}{2}$.

(b) $\frac{d}{dz}B(z)=-3K\left[z_1(z_1^2+R^2)^{-5/2}+z_2(z_2^2+R^2)^{-5/2}\right]$ $B'(z=0)=0, \text{ da bei } z=0\text{: } z_1=-z_2 \text{ und } z_1^2=z_2^2.$

$$\frac{d^2}{dz^2}B(z) = -3K\left[(z_1^2 + R^2)^{-5/2} - 5z_1^2(z_1^2 + R^2)^{-7/2} + (z_2^2 + R^2)^{-5/2} - 5z_2^2(z_2^2 + R^2)^{-7/2}\right] = 0$$

was sich bei z = 0 und d = R zu

$$0 = \left[2\left(\frac{5R^2}{4}\right)^{-5/2} - 10\frac{R^2}{4}\left(\frac{5R^2}{4}\right)^{-7/2} \right]$$

reduziert. Daher

$$0 = 2\left(\frac{5R^2}{4}\right)^{-5/2} \left(1 - \frac{5R^2}{4} \left[\frac{5R^2}{4}\right]^{-1}\right) = 2\left(\frac{5R^2}{4}\right) (1 - 1) = 0$$

(c) Der Magnet erzeugt an seinen Polen eine mag. Induktion $\pm B_m$. Der Fluss durch die Spule ist

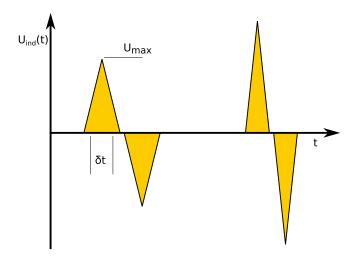
$$\pm \Phi = \pm \int B_m dA = \pm B_m A$$

und das Induktionsgesetz

$$U_{ind}(t) = -\frac{d\Phi}{dt} \approx -\frac{B_m A}{\delta t}.$$

Mit dem Durchgang durch Spule 1 werden also zwei Pulse erzeugt, die eine Höhe von $\approx \pm \frac{BA}{\delta t_1}$ und der Breite $\approx \delta t_1$ haben.

Bei der 2. Spule ist $\delta t_2 < \delta t_1$ (beschleunigte Bewegung) daher ist $\max(U_2) > \max(U_1)$. Die Pulse bei Spule 2 sind also schmaler und höher. Was gleich bleibt ist die Fläche unter den Pulsen, die bleibt $\int U(t)dt = B_m A = |\Phi|$.



Aufgabe 3: (3+3 Punkte)

(a) Bei Schaltung (i) und (ii) verteilt sich die Spannung $\tilde{U}_1 = \tilde{U}_L + \tilde{U}_C$ auf die Blindwiderstände $X_L = i\omega L$ und $X_C = \frac{1}{i\omega C}$. U_L ist zu $U_1 + 90^\circ$ und U_C ist zu $U_1 - 90^\circ$ phasenverschoben, daher ergibt sich ein relative Phase von gerade 180°. Die Gesamtimpedanz $Z(\omega)$ ist daher

$$Z(\omega) = |X_L - X_C| = |\omega L - \frac{1}{\omega C}|.$$

Für ansteigende Frequenzen wird X_L immer größer und X_C immer kleiner. Bei der charakteristischen Frequenz (Resonanzfrequenz) ist $|X_L| = |X_C|$ daraus folgt

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Bei der Schaltung (iii) ist verteilt sich die Spannung auf den Widerstand R und die Parallelschaltung aus L und C. Hier ist der Strom \tilde{I}_C um 180^o phasenverschoben zu \tilde{I}_L

$$Z(\omega) = R + Z_{par} = R + (|X_L^{-1} - X_C^{-1}|)^{-1} = R + \left(\left|\frac{1}{i\omega L} - i\omega C\right|\right)^{-1}$$

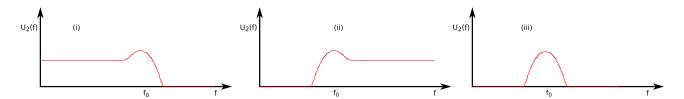
Für die Resonanzfrequenz gilt die gleiche Argumentation wie oben, daher ist auch hier

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

(b) Die Schaltung (i) wird als **Tiefpass** eingesetzt, d.h. für niedrige Frequenzen ist $U_1\approx U_2$ und für $f\gg f_0\to U_2=0$

Die Schaltung (ii) wird als **Hochpass** eingesetzt, d.h. für niedrige Frequenzen ist $U_2 \ll U_1$ und für $f \gg f_0 \to U_2 \approx U_1$

Die Schaltung (iii) wird als **Bandpass** eingesetzt, d.h. für niedrige und hohe Frequenzen ist $U_2 \approx 0$ und nur für $f \approx f_0$ ist $U_2 \approx U_1 - IR$.



NB, nicht gefragt: Die Überhöhung des Spannungssignals bei f_0 rührt von der Resonanz her und kann durch eine geeignete Wahl eines Vorwiderstandes oder Eigenwiderstands der Bauteile unterdrückt werden.

Aufgabe 4: (2+2 Punkte)

(a) Will man den Widerstand R_x genau messen, kann eine sog. 4-Draht-Messung verwendet werden. Hierbei wird mit Hilfe einer Stromquelle der Strom I durch die unbekannten Vorwiderstände R1, R2 und den Widerstand R_x fließen gelassen. Dieser Stromkreis ist in der Abb. im inneren dargestellt und erzeugt an dem Widerstand R_x einen Spannungsabfall $U_x = R_x \cdot I$.

Diese Spannung wird durch den äußeren Spannungskreis abgegriffen und durch das hochohmige Spannungsmessgerät angezeigt. Daher ist

$$U = U_x = R_x \cdot I$$

oder

$$R_x = U/I$$

(b) Eine (ideales) Spannunsmessgerät hat einen ∞ Innenwiderstand, man denke z.B. an ein Elektrometer. Für reale Spannungsmessgeräte ist dies häufig in guter Näherung erfüllt. Das bedeutet, dass auf der Spannungsseite kein Strom fließt und deshalb an dem Spannungsmessgerät die gesamte durch $R_x \cdot I$ erzeugte Spannung anliegt. Der sehr **große Innenwiderstand** ist die gesuchte Eigenschaft.

Würde man eine Spannungsquelle und ein Strommessgerät benutzen, kann man nicht auf die Eigenschaft des hohen Innenwiderstandes der Spannungsmessung zurückgreifen, und wird deshalb im allgemeinen immer die Vorwiderstände R1-R4 mit messen. Es ist deshalb im allgemeinen **nicht** möglich.