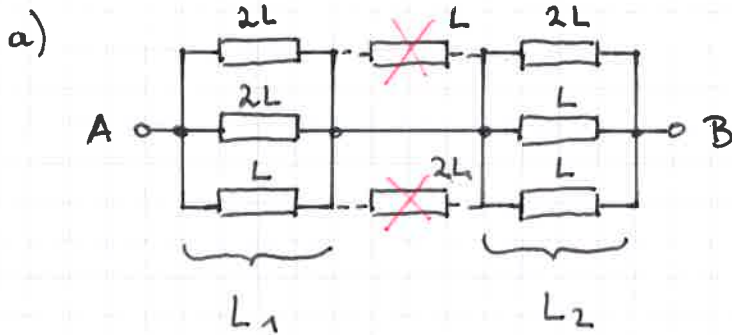


Aufgabe 1

Widerstände

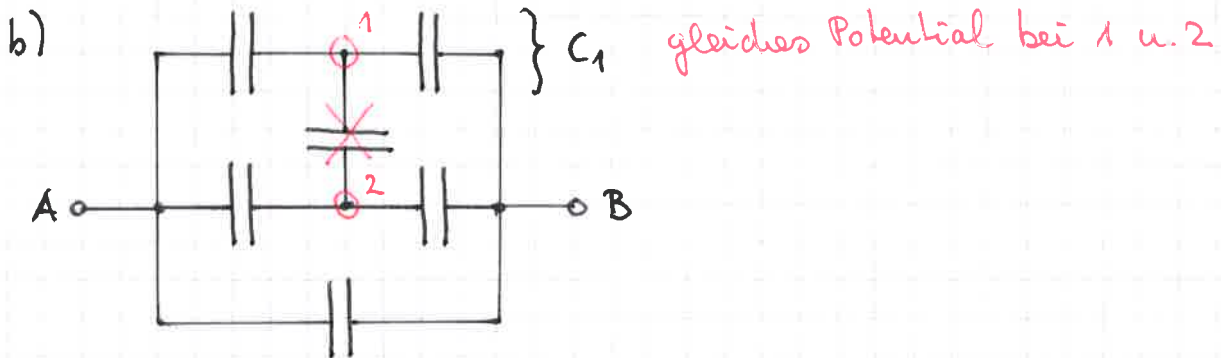
kurzgeschlossen



$$\frac{1}{L_1} = \frac{1}{2L} + \frac{1}{2L} + \frac{1}{L} = \frac{4}{2L} \quad \leadsto L_1 = \frac{L}{2}$$

$$\frac{1}{L_2} = \frac{1}{2L} + \frac{1}{L} + \frac{1}{L} = \frac{5}{2L} \quad \leadsto L_2 = \frac{2}{5} L$$

$$L_{\text{ges}} = L_1 + L_2 = \frac{5}{10} L + \frac{4}{10} L = \frac{9}{10} L$$



Reihenschaltung aus 2 Kondensatoren:

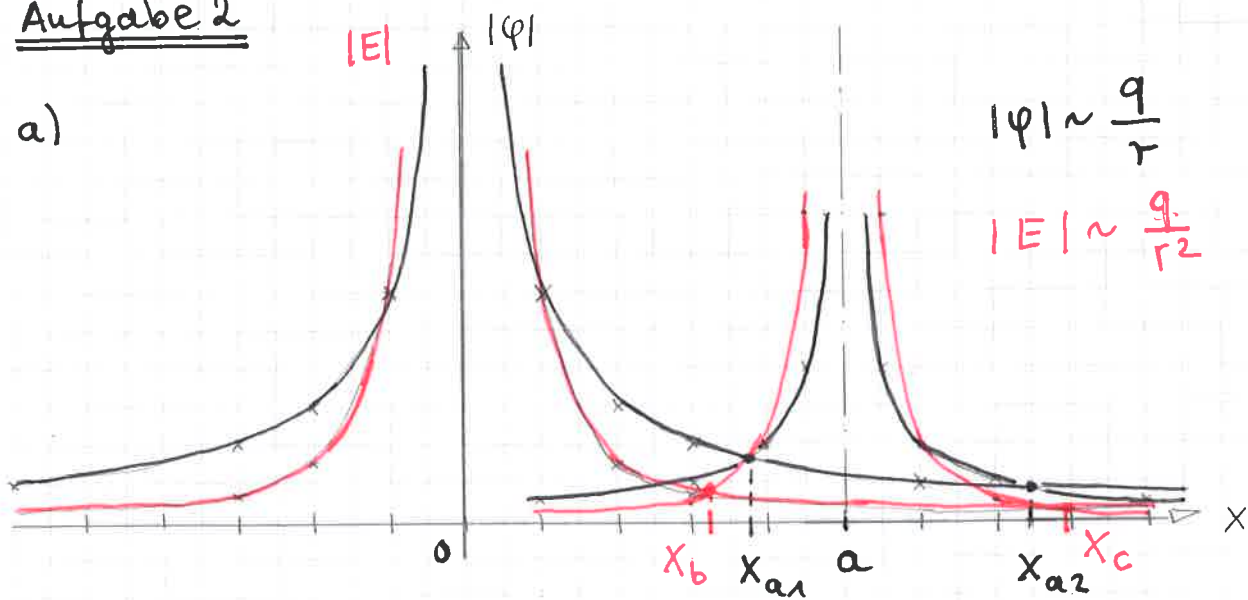
$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} \quad \leadsto C_1 = \frac{1}{2} C$$

$$C_{\text{ges}} = 2 \cdot C_1 + C = 2C$$

$$\text{mit } C = 4 \text{ nF} \quad \leadsto C_{\text{ges}} = 8 \text{ nF}$$

Aufgabe 2

a)



$$\frac{3Q}{x_{a1}} = \frac{Q}{a - x_{a1}} \quad \leadsto \quad 3Q \cdot a - 3Q x_{a1} = Q x_{a1}$$

$$x_{a1} = \frac{3}{4} a$$

$$\frac{3Q}{x_{a2}} = \frac{Q}{x_{a2} - a} \quad \leadsto \quad 3Q x_{a2} - 3Q a = Q x_{a2}$$

$$x_{a2} = \frac{3}{2} a$$

b) $|E_{3Q}| = |E_Q| \quad \leadsto \quad x_b : \vec{E}_{\text{ges}} = \sigma$
 $x_c : \vec{E}_{\text{ges}} \neq \sigma$

$$\frac{3Q}{x^2} = \frac{Q}{(a-x)^2}$$

$$\leadsto 3a^2 - 6ax + 3x^2 = x^2$$

$$x^2 - 3ax + \frac{3}{2}a^2 = 0$$

$$x_{b/c} = \frac{3a}{2} \pm \sqrt{\frac{9a^2}{4} - \frac{3a^2}{2}} = \frac{3a}{2} \pm \frac{a}{2} \sqrt{3}$$

$$x_b = \frac{a}{2} (3 - \sqrt{3})$$

$$x_c = \frac{a}{2} (3 + \sqrt{3})$$

Aufgabe 3

a) $\operatorname{div} \vec{D} = 0$

$\operatorname{div} \vec{D}$ beschreibt Quellen von $\vec{D}$ -Feldern, also Ladungen.

$\operatorname{div} \vec{D} = 0$ bedeutet, dass es keine Ladungen im Raum gibt: $\rho = 0$

b) $\operatorname{div} \vec{B} = 3,4 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^3} \neq 0$

das kann nicht sein, da es keine magnetischen Monopole gibt (es gibt keine magnetischen Ladungen)

Maxwellgleichung $\operatorname{div} \vec{B} = 0$

c) $\operatorname{rot} \vec{H} = 0$

die Rotation von Vektorfeldern beschreibt Wirbel. Wenn das $\vec{H}$ -Feld keine Wirbel hat, bedeutet das, dass es ein konservatives Feld ist.

Für das $\vec{H}$ -Feld bedeutet das $\vec{j} = 0$ und $\vec{D} = \text{const.}$
(wg. Maxwellgleichung: $\vec{D} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$)

d) $\operatorname{rot} \vec{E} = 3 \frac{\text{V}}{\text{m}^2}$

das $\vec{E}$ -Feld hat Wirbel, die von einem zeitlich veränderlichen $\vec{B}$ -Feld hervorgerufen werden

$$\vec{D} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

(in Leiterschleife mit 1 m^2 Fläche wird eine Spannung von 3 V induziert)

Aufgabe 4

$$a) \oint \vec{H} d\vec{r} = \vec{I} \quad j = \frac{I}{\pi(r_a^2 - r_i^2)} = \text{Konst.}$$

$$0 < r < r_i: I = 0 \rightarrow H = 0$$

$$r_i < r < r_a: \oint \vec{H} d\vec{r} = H \cdot 2\pi r = j \cdot A(r)$$

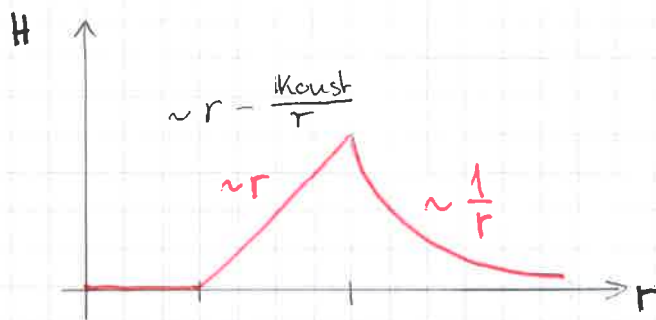
$$j \cdot A(r) = \int_{r_i}^r j 2\pi \tilde{r} d\tilde{r} = j [\pi \tilde{r}^2]_{\tilde{r}=r_i}^r \\ = j \pi (r^2 - r_i^2)$$

$$\Rightarrow H = \frac{j \pi (r^2 - r_i^2)}{2\pi r} = \frac{I \pi (r^2 - r_i^2)}{2\pi^2 r (r_a^2 - r_i^2)}$$

$$H = \frac{I}{2\pi(r_a^2 - r_i^2)} \left(r - \frac{r_i^2}{r} \right)$$

$$r_a < r < \infty: \oint \vec{H} d\vec{r} = H 2\pi r = I$$

$$\Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$$



$$\text{Lorentz kraft: } \vec{F}_L = e \vec{v} \times \vec{B}$$

zeigt radial nach innen

$\Rightarrow e^-$ werden (radial) nach

innen abgelenkt

$\Rightarrow$ durch verschobene e^- baut sich ein $\vec{E}$ -Feld auf, das der weiteren Ablenkung von e^- entgegenwirkt; im Gleichgewicht

$$\vec{F}_L = \vec{F}_{\text{elektrisch}} = q \cdot \vec{E}$$

Aufgabe 4

c) $\vec{H}$ -Felder addieren sich

Zwischen den Zylindern $R_1 < r < R_2$ ist nur das Feld des 1. Zylinders, da das Feld des 2. Zylinders nur bei $r > R_2$ ist

$$\text{also: } R_1 < r < R_2 : H = \frac{I}{2\pi r} \quad (\text{Ergebnis aus a})$$

$$\text{bzw. } B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

magnetischer Fluss durch Ebene, die durch $\hat{e}_r$ und $\hat{e}_z$ (entlang Leiterachse) aufgespannt wird

$$\phi = \mu_0 l \int_{R_1}^{R_2} H(r) dr = \mu_0 l \int_{R_1}^{R_2} \frac{I}{2\pi r} dr$$

$$\phi = \frac{\mu_0 l I}{2\pi} [\ln r]_{r=R_1}^{R_2}$$

$$\phi = \frac{\mu_0 l I}{2\pi} \ln \left(\frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$\phi = L \cdot I \Rightarrow L = \frac{\phi}{I} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Induktivität pro Länge:

$$L' = \frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{R_2}{R_1}$$

Aufgabe 5

a) $U_0 = U_1 + U_2 = R_1 \cdot I_1 + \dot{I}_L L = R_1 I_1 + I_2 R_2$

$$I_L = I_1 - I_2 = \frac{U_1}{R_1} - \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_0 - U_L}{R_1} - \frac{U_L}{R_2}$$

$$I_L = \frac{U_0 - L \dot{I}_L}{R_1} - \frac{L \dot{I}_L}{R_2} = \frac{U_0}{R_1} - L \dot{I}_L \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$I_L = \frac{U_0}{R_1} - L \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \cdot \dot{I}_L \quad \text{DGL}$$

Ansatz: $I_L(t) = I_0 (1 - e^{-t/\tau})$; $\dot{I}_L(t) = \frac{I_0}{\tau} e^{-t/\tau}$

einsetzen in DGL: $I_0 (1 - e^{-t/\tau}) = \frac{U_0}{R_1} - L \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} I_0 \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}$

Koeffizientenvergleich: $I_0 = \frac{U_0}{R_1}$

$$L \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2} \cdot \frac{1}{\tau} = 1 \leadsto \tau = L \frac{R_2 + R_1}{R_1 \cdot R_2}$$

$t \rightarrow \infty : I_L(t) = I_0$

$t \rightarrow 0 : I_L(0) = 0$

b) $I(t) = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_0 - L \dot{I}_L}{R_1} = \frac{U_0}{R_1} - \frac{L I_0}{R_1 \tau} e^{-t/\tau}$

$$I(t) = I_0 \left(1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} e^{-t/\tau} \right) \quad \text{mit } \frac{L}{\tau} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$t=0 : I(0) = I_0 \left(1 - \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) = \frac{I_0 R_1}{R_1 + R_2} = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$

$t \rightarrow \infty : I(t \rightarrow \infty) = I_0 = \frac{U_0}{R_1}$

c) $W_L(t) = \frac{1}{2} L I_L^2(t) = \frac{1}{2} L I_0^2 (1 - e^{-t/\tau})^2$

$t=0 : W_L(t=0) = 0$

$t \rightarrow \infty : W_L(t \rightarrow \infty) = \frac{1}{2} L I_0^2$