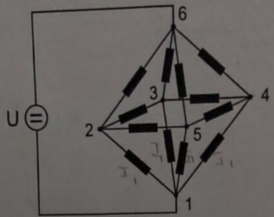
Aufgabe 1:

Gegeben sei das skizzierte Widerstandsnetzwerk, dessen Einzelwiderstände identische Werte R haben. Die Zahlen kennzeichnen die Kontaktpunkte zwischen den Widerständen. Ein Widerstand zwischen den Kontaktpunkten a und b wird als R_{ab} bezeichnet ($a, b \in \{1..6\}$).



a) Geben Sie die Kirchhoffschen Regeln in Worten und Formeln an.

b) Bestimmen Sie den Gesamtwiderstand R_{ges} zwischen den Kontakten 1 und 6. Machen Sie dazu Gebrauch von der Symmetrie des Netzwerks.

c) Berechnen Sie die Ströme I_{12} durch R_{12} sowie I_{23} durch R_{23} als Funktion des Gesamtstroms I durch das Widerstandsnetzwerk.

d) Die Widerstände R werden durch Kondensatoren identischer Kapazität C ersetzt. Geben Sie die Gesamtkapazität C_{ges} des Netzwerks zwischen den Kontakten 1 und 6 an. Erläutern Sie Ihren Lösungsweg.

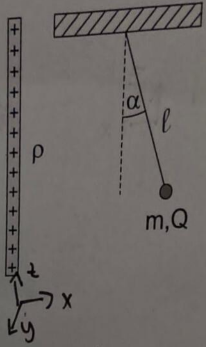
(12 Punkte)

Aufgabe 2:

Eine Kugel mit Masse m und positiver Ladung Q hängt an einem Faden der Länge l und taucht in ein elektrisches Feld $\vec{E}$ ein. Dieses wird erzeugt durch eine senkrecht stehende, homogen geladene Platte der Ladungsdichte $\rho > 0$ und Dicke $d \ll l$.

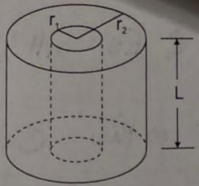
a) Bestimmen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ mit Hilfe der Maxwellschen Gesetze. Die Platte soll dazu als unendlich ausgedehnt angenommen werden.

b) Durch Gravitation und elektrischer Kraft wird die Kugel ausgelenkt. Leiten Sie die Formel zur Berechnung der Winkelauslenkung α des Fadens als Funktion der gegebenen Größen her.



Aufgabe 3:

Ein Koaxialkabel besteht aus einem zylindrischen Leiter mit Radius r_1 (Innenleiter) und einem leitenden Hohlzylinder mit Radius $r_2 > r_1$ und vernachlässigbar kleiner Dicke (Außenleiter). Das Volumen zwischen Innen- und Außenleiter sei gefüllt mit einem Material der Dielektrizitätszahl ε. Abgebildet ist ein Teilstück der Länge L eines als unendlich lang angenommenen, geraden Koaxialkabels. Zwischen Innenleiter und Außenleiter liege die Spannung U an, der Außenleiter sei geerdet.



a) Für eine Teillänge L des Kabels sei auf dem Innenleiter die Ladung Q_1 und auf dem Außenleiter die Ladung Q_2. Bestimmen Sie mit den Maxwellschen Gleichungen Betrag und Richtung der elektrischen Flussdichte $D(r)$ für alle Radien $r \geq r_1$.

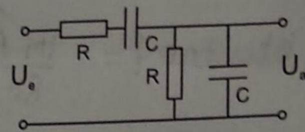
b) Zeigen Sie anhand $D(r)$ für $r \geq r_2$, dass bei Erdung des Außenleiters $Q_2 = -Q_1$ gelten muss. Berechnen Sie die Spannung $U = \Phi(r_1) - \Phi(r_2)$ als Potentialdifferenz zwischen Innen- und Außenleiter.

c) Leiten Sie schließlich für die Kapazität C eines Koaxialkabels der Länge L den Ausdruck $C/L = 2\pi\varepsilon_0\varepsilon/\ln(r_2/r_1)$ ab.

Aufgabe 4: (12 Punkte)

Gegeben sei die abgebildete Schaltung mit zwei Kapazitäten C und zwei ohmschen Widerständen R, jeweils vom selben Wert. Auf der linken Seite wird eine harmonische Eingangsspannung U_e mit Winkelfrequenz ω angelegt, auf der rechten Seite erhält man die Ausgangsspannung U_a. Die komplexe Übertragungsfunktion ist dann gegeben durch

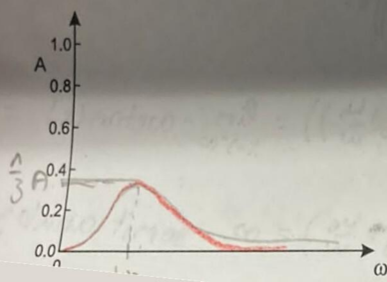
$$\hat{A}(\omega) = \frac{U_a}{U_e} = A\,e^{i\varphi}$$

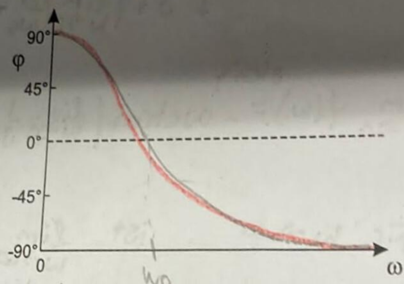


mit Amplitude $A = |\hat{A}(\omega)|$ und Phasenverschiebung φ.

a) Leiten Sie die Ausdrücke für A und φ als Funktion von ω, R und C ab. Ersetzen Sie darin zur zur vereinfachten Darstellung den Ausdruck $1/RC$ durch ω_0.

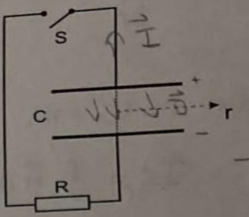
b) Bestimmen Sie den Verlauf von $A(\omega)$ und $\varphi(\omega)$. Berechnen Sie dazu die Grenzwerte für $\omega \to 0$ und $\omega \to \infty$ sowie die Winkelfrequenzen von den vorkommenden Extrema und Nullstellen. Skizzieren Sie schließlich $A(\omega)$ und $\varphi(\omega)$ mit Hilfe der untenstehenden Diagramme und kennzeichnen Sie darin die Winkelfrequenz ω_0.





(12 Punkte)

Ein Plattenkondensator der Kapazität C mit kreisrunden Platten vom Radius r_0 und Abstand d trägt die Ladung Q_0. Sein elektrisches Feld werde innerhalb des Kondensators als homogen und außerhalb zu null angenommen. Nach Schließen des Schalters S zum Zeitpunkt $t=0$ wird der Kondensator über den Widerstand R entladen.



a) Bestimmen Sie die zeitabhängige Ladung $Q(t)$ auf dem Kondensator für $t \geq 0$ als Funktion von t, C und R sowie den daraus resultierenden Strom $I(t)$ im Stromkreis.

b) Berechnen Sie den Verschiebungsstrom $I_v(t)$ des Kondensators ausgehend von der Verschiebungsstromdichte j_v und vergleichen Sie ihn mit dem Strom $I(t)$.

c) Berechnen Sie das Magnetfeld $H(r,t)$ des Kondensators als Funktion von $I(t)$ und des radialen Abstands r von der Symmetrieachse des Kondensators (vgl. Skizze).

d) Zeigen Sie mittels der Energiestromdichte S, dass die vom Kondensator abfließende Leistung P vom Betrage gleich ist der Verlustleistung des Widerstands R.