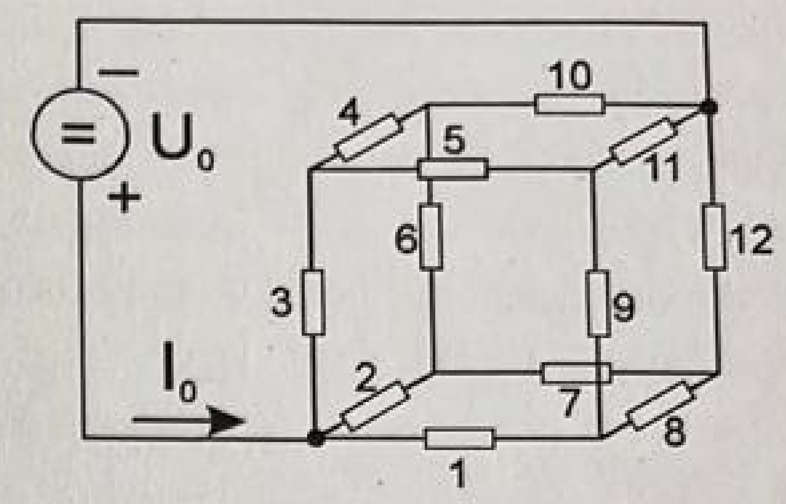
Aufgabe 1:

(12 Punkte)

Gegeben sei ein Netzwerk aus 12 Einzelwiderständen mit identischen Werten $R_i = R_0$, $i \in \{1 \ldots 12\}$. Bei Anlegen der Gleichspannung U_0 resultiert ein Gesamtstrom I_0. An den Widerständen R_i liegen die Spannungen U_i an und es fließen durch sie die Ströme I_i. Zu berechnen ist der Ersatzwiderstand $R_E = U_0/I_0$ des Netzwerks.



a) Finden Sie für die gegebene Symmetrie die Widerstände mit gleichen Stromwerten.

b) Wie lauten die Kirchhoffschen Regeln? Stellen Sie damit ein genügende Zahl voneinander unabhängiger Gleichungen für die gesuchten Spannungen und Ströme auf.

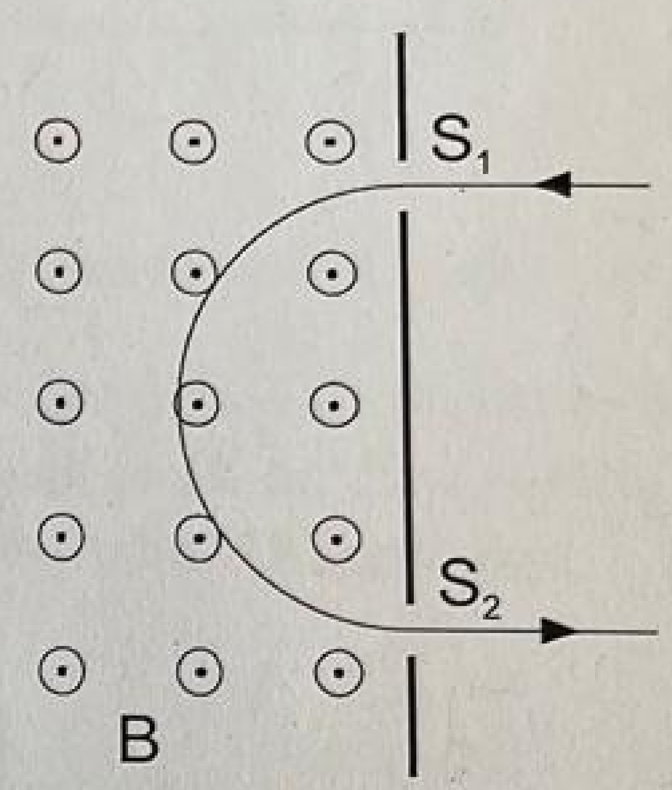
c) Eliminieren Sie aus den Gleichungen die Spannungen U_i und benutzen Sie die Ergebnisse aus (a) zur Vereinfachung.

d) Lösen Sie die Gleichungen durch sukzessive Eliminierung von Variablen. Berechnen Sie schließlich den Ersatzwiderstand R_E.

Aufgabe 2:

(12 Punkte)

Ein Massenspektrometer für Elementarteilchen bestehe aus zwei Halbräumen, die durch eine metallische Blende mit Schlitzen S_1 und S_2 im Abstand d getrennt sind. Im linken Halbraum H_1 existiert ein homogenes magnetisches Feld $\vec{B}$, das parallel zu den Schlitzen orientiert ist (vgl. Abb.). Im rechten Halbraum H_2 werden die anfangs ruhenden Teilchen der Ladung Q und Masse m über eine Länge l durch ein homogenes elektrisches Feld $\vec{E}_2$ beschleunigt und treten dann senkrecht zur Blende durch den Schlitz S_1 in H_1 ein. Das Feld $\vec{E}_2$ wird so eingestellt, dass die Teilchen am Schlitz S_2 wieder aus H_1 austreten.



a) Wie groß ist die Energie W_1 der Teilchen beim Eintritt in H_1? Wie groß ist ihre Energie W_2 beim Austritt aus H_1?

b) Bestimmen Sie das Verhältnis Q/m als Funktion der gegebenen Größen E_2, B, l und d. Welches Vorzeichen hat die Ladung Q?

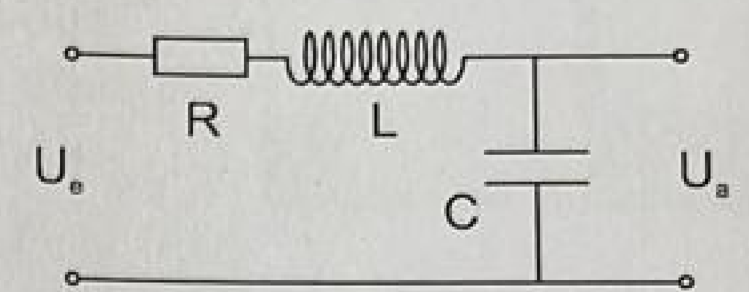
c) Zur Kontrolle wird in H_1 zusätzlich ein homogenes elektrisches Feld $\vec{E}_1$ angelegt, so dass die Teilchen durch das Magnetfeld $\vec{B}$ keine Ablenkung mehr erfahren. Berechnen Sie die dafür notwendige Feldstärke E_1 als Funktion der gegebenen Größen und geben Sie ihre Richtung an.

Aufgabe 3:

(12 Punkte)

Gegeben sei die abgebildete Schaltung mit Kapazität C, Induktivität L und ohmschem Widerstand R. Auf der linken Seite wird eine harmonische Eingangsspannung $\hat{U}_e$ mit Winkelfrequenz ω angelegt, auf der rechten Seite erhält man die Ausgangsspannung $\hat{U}_a$. Die komplexe Übertragungsfunktion ist dann gegeben durch[1]

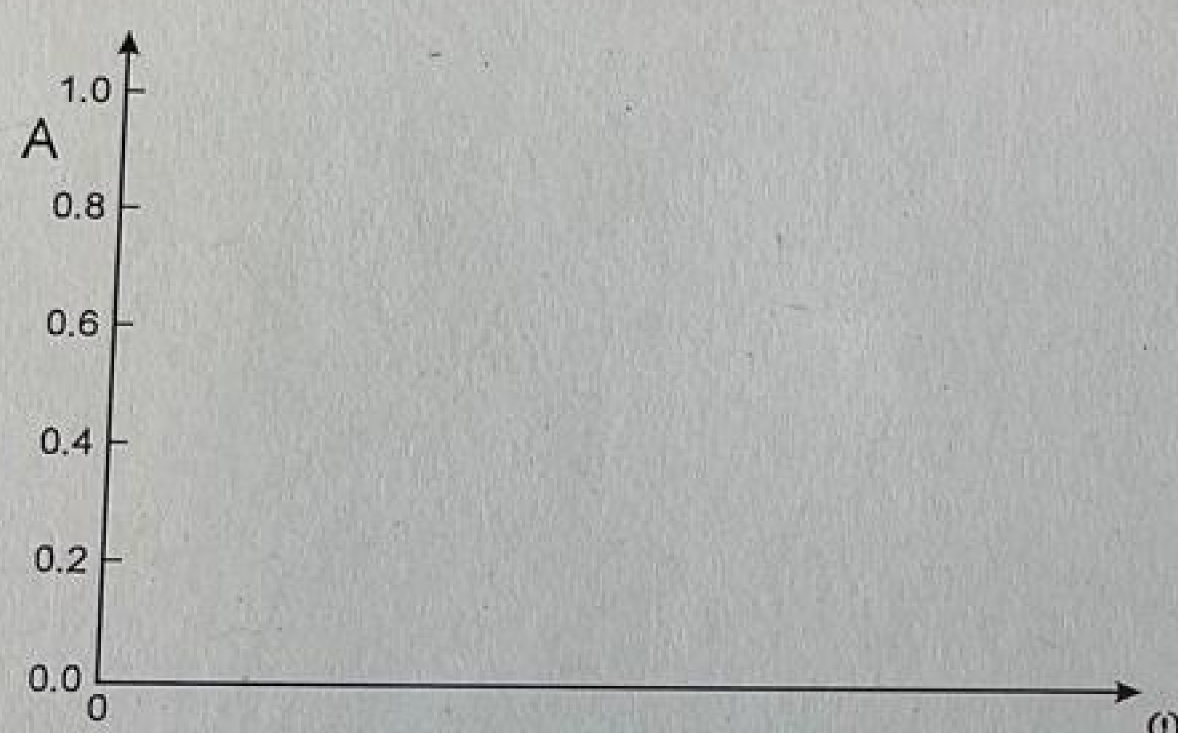
$$\frac{\hat{U}_a}{\hat{U}_e} = \hat{A}(\omega)\, \mathrm{e}^{i\varphi(\omega)}$$

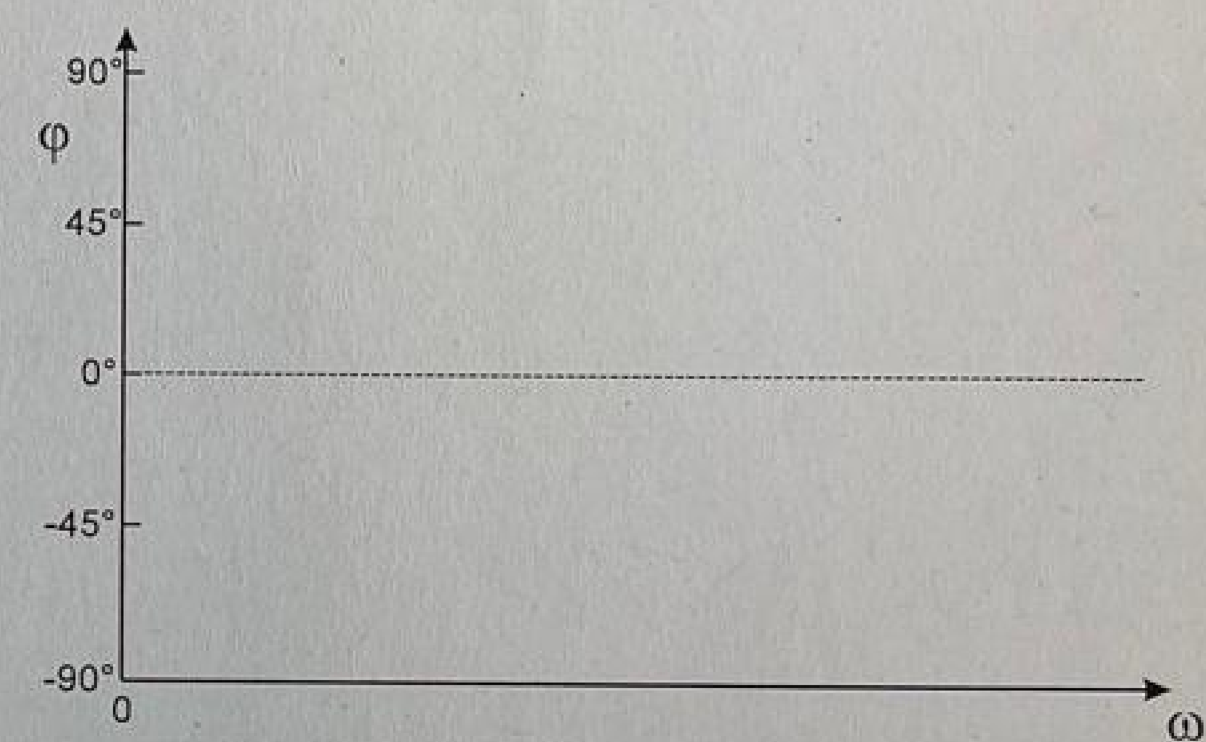


mit Amplitude $A(\omega) = |\hat{A}(\omega)|$ und Phasenverschiebung $\varphi(\omega)$.

a) Leiten Sie die Ausdrücke für $A(\omega)$ und $\varphi(\omega)$ als Funktion der gegebenen Größen ab.

b) Bestimmen Sie den Verlauf von $A(\omega)$ und $\varphi(\omega)$. Berechnen Sie dazu die Grenzwerte für $\omega \to 0$ und $\omega \to \infty$ sowie für weitere ausgezeichnete Frequenzen (z.B. an Nullstellen). Skizzieren Sie schließlich $A(\omega)$ und $\varphi(\omega)$ mit Hilfe der vorgegebenen Diagramme.



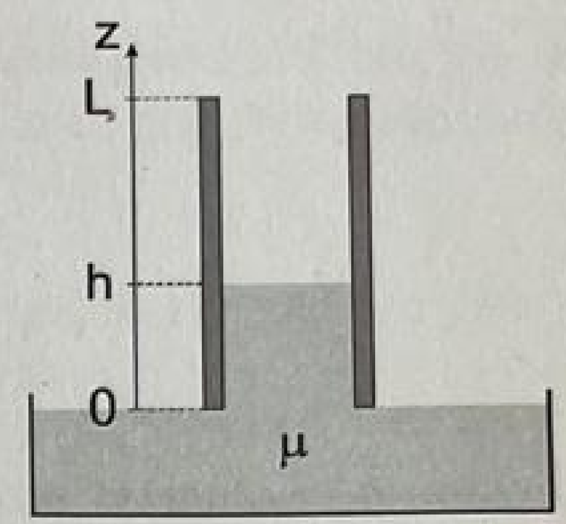


[1]Die komplexen Größen werden durch ein Dachakzent (Caret) gekennzeichnet.

Aufgabe 4:

(12 Punkte)

In einem Bad mit einer magnetischen Flüssigkeit (Ferrofluid) der Permeabilität μ und Massendichte ρ steht eine Zylinderspule der Länge L, die einen dünnen Glaszylinder mit Querschnittsfläche A umschließt. Durch die Spule mit Wicklungsdichte $n = N/L$ fließe ein konstanter Strom I und als Folge wird die Flüssigkeit mit der magnetischen Kraft F_{m} auf eine Höhe h über den Flüssigkeitslevel des Bades in den Glaszylinder hineingezogen (vgl. Skizze).



a) Geben Sie in Formeln die Zusammenhänge an von magnetischer Flussdichte B, Magnetfeld H, Magnetisierung M, Permeabilität μ und magnetischer Suszeptibilität χ.

b) Wie groß ist das Magnetfeld H in der leeren Spule? Wie groß ist die Magnetisierung des Ferrofluids in der Spule? Welche potentielle magnetische Energie W hat das Ferrofluid dann in der Spule als Funktion der Größen μ, n, h und I?

c) Berechnen Sie die Kraft F_{m}. Bestimmen Sie dann für einen gegebenen Strom I die Höhe h des Ferrofluids in der Spule als Funktion von μ, n, ρ und I.

Aufgabe 5:

(12 Punkte)

Durch einen zylindrischen Draht mit Radius r_0 und homogener Leitfähigkeit σ fließe ein zeitlich konstanter Strom I. Die z-Achse des Koordinatensystems sei mit der Symmetrieachse des Drahtes identisch, r sei der Radialabstand zur z-Achse.

a) Berechnen Sie die elektrische Feldstärke $\vec{E}(r)$ und die magnetische Feldstärke $\vec{B}(r)$ im Inneren des Drahtes in Abhängigkeit von den gegebenen Größen.

b) Bestimmen Sie die Energieflussdichte $\vec{S}(r)$ und zeichnen Sie die Orientierung der Vektoren $\vec{E}$, $\vec{B}$ und $\vec{S}$ zusammen mit der Stromrichtung in eine Querschnitt- und Längsschnittskizze des Drahtes ein.

c) Berechnen Sie die elektrische Leistung P, die über eine Länge l in z-Richtung durch die Drahtoberfläche eindringt. Zeigen Sie, dass P der ohmschen Verlustleistung $R\,I^2$ im Draht entspricht (Energieerhaltung).