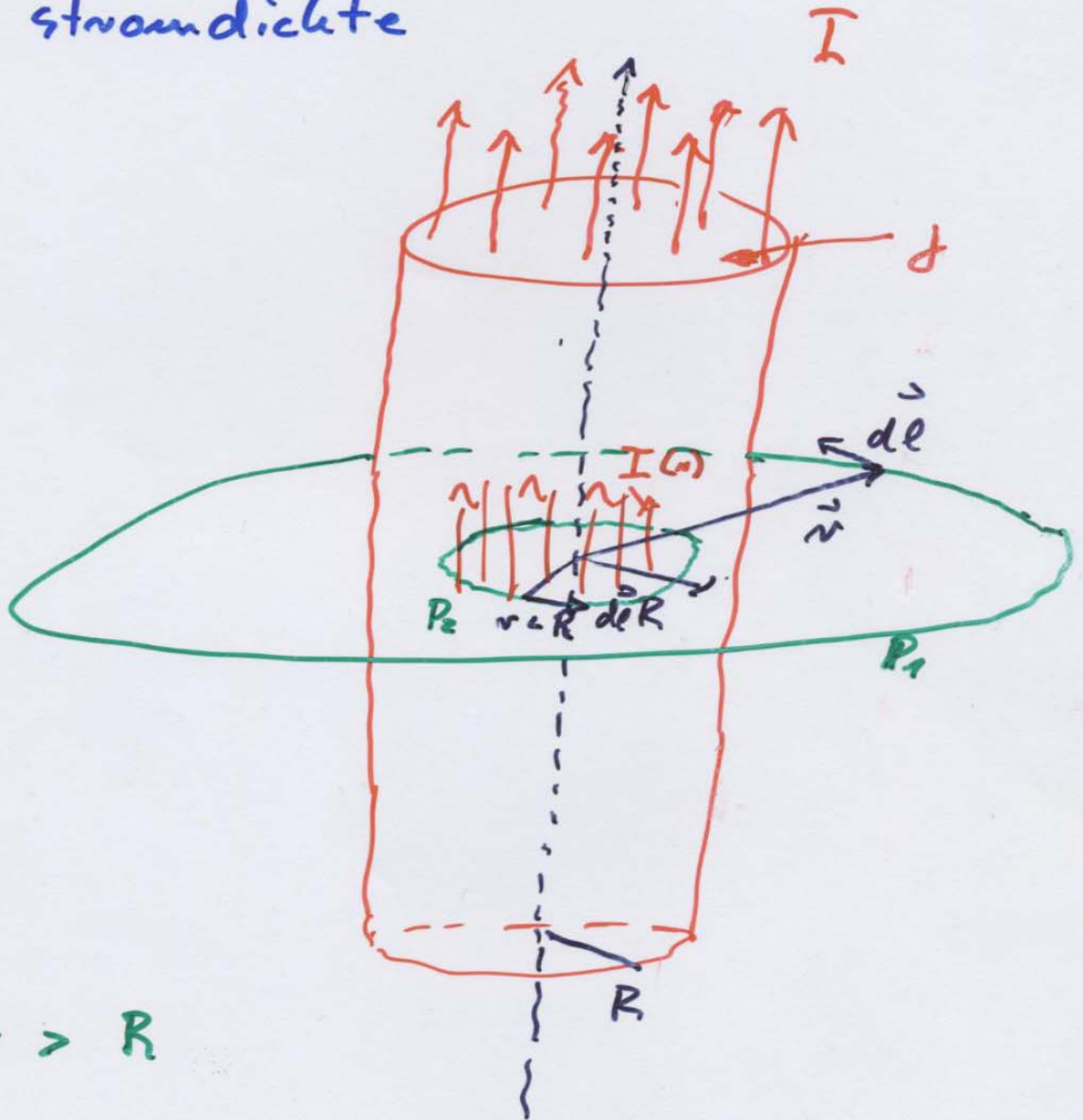


Anwendung: Berechnung von Magnetfeldern

(i) ∞ langen Zylinder mit konstanter Stromdichte



a) $r > R$

$$\oint_{P_2} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$$
$$= B(r) \cdot 2\pi r$$

(A.G.)

$$\left. \begin{array}{l} \oint_{P_2} \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \cdot I \\ \oint_{P_1} \vec{B} d\vec{l} = 0 \end{array} \right\} B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

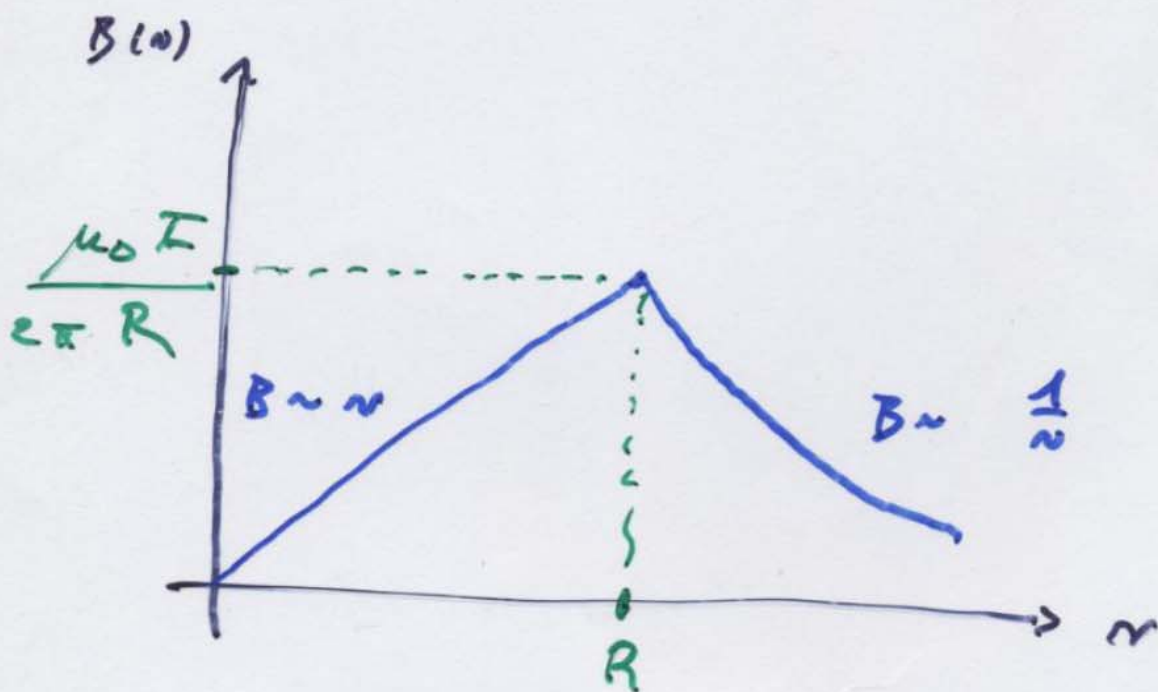
b) $r < R$:

$$\oint_{P_2} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu \cdot I(r)$$

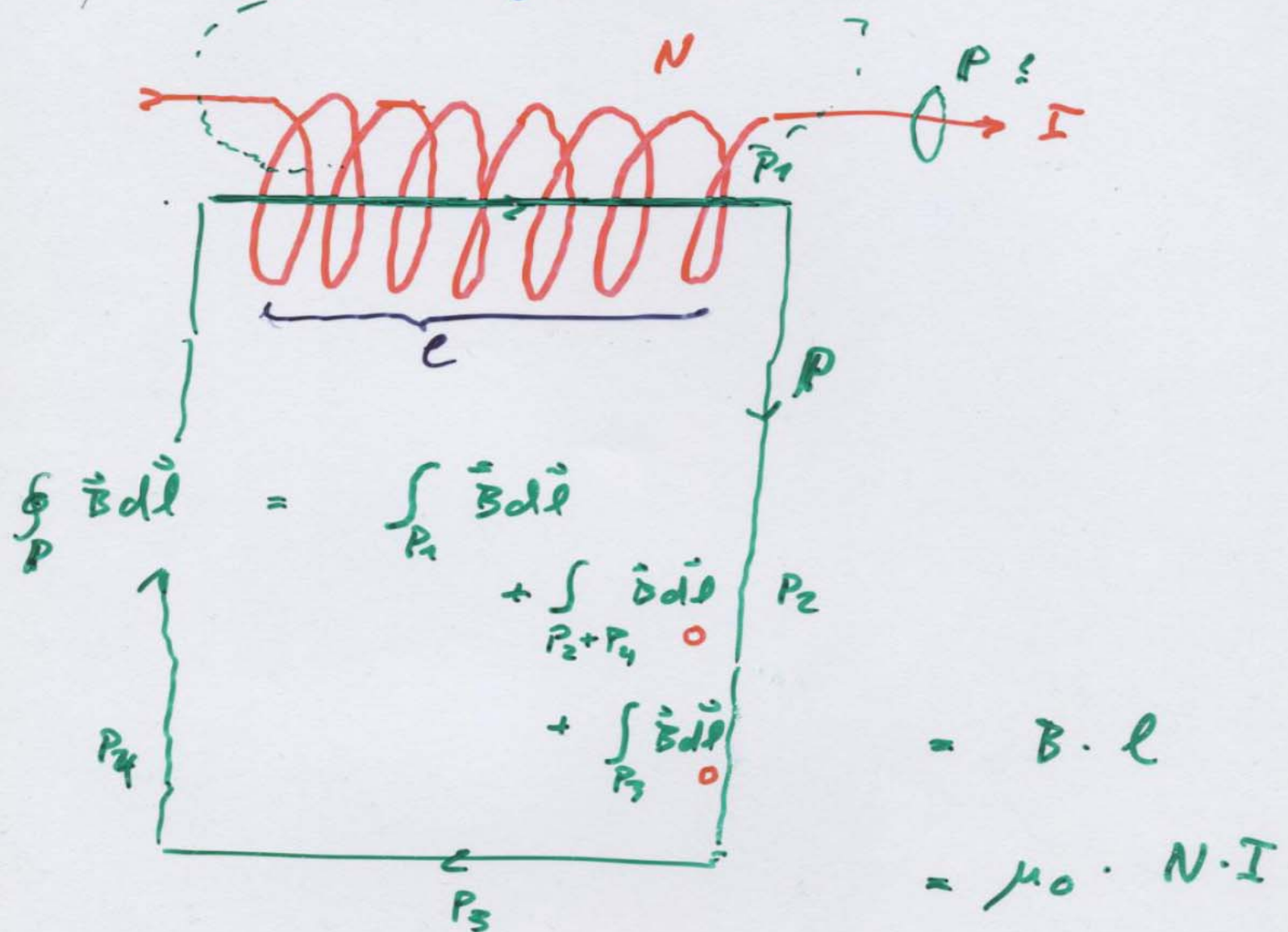
↑
Strom durch
Fläche πr^2

$$I(r) = I \cdot \frac{\pi r^2}{\pi R^2}$$

$$B(r) = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi R^2} \cdot r$$



ii) Magnetfeld einer Spule mit N Windungen



$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{l}$$

$$= \mu_0 \cdot m \cdot I$$

Achtung: nur im Zentrum,
 $l \gg R$

4.2 Das Magnetfeld und sein Potential

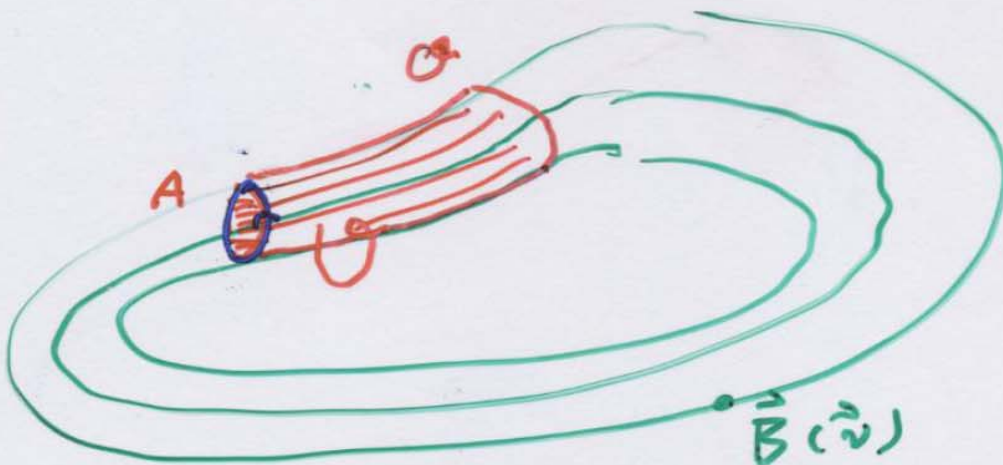
4.2.1. Math. Einschub

Gaußscher Satz: $\int_V \operatorname{div} \vec{E} dV = \oint_S \vec{E} d\vec{A}$

Stokescher Satz: $\int_A \operatorname{rot} \vec{B} d\vec{A} = \oint_P \vec{B} d\vec{l}$

Feynman Lectures

4.2.2. Magnetischer Kraftfluß



a) $\Phi_m \equiv \int_A \vec{B} d\vec{A}$

[Erinnerung:
 $\Phi_{el} = \int_A \vec{E} d\vec{A}$]

$$\oint_0 \vec{B} d\vec{A} = 0$$

Magn. Feldlinien
sind in sich
geschlossen

$$= \int_V \text{div } \vec{B} dv$$

$$\Rightarrow \underline{\text{div } \vec{B} = 0}$$

$$b) \cdot \oint_P \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$$

$$= \int \text{rot } \vec{B} d\vec{A}$$

$$= \mu_0 \cdot \underbrace{\int \vec{j} d\vec{A}}_I$$



$$\Rightarrow \underline{\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{j}}$$

Ampere's law
in diff. Form.

4.2.3 Das Vektorpotential

Konservative Kraftfelder: $\vec{E} = -\nabla V$
↑
Potential

Coulombfeld: $\Delta V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$

Hat Quellen und Senken

Funktioniert nicht für das $\vec{B}$ -Feld:

$\vec{B} = -\nabla W, \Rightarrow \text{rot } \vec{B} = 0!$
stimmt nicht,
da $\vec{B}$ -Feld Wirbel
hat.

$\text{div } \vec{B} = 0$

$\vec{B}$ -Feld hat
keine Quellen

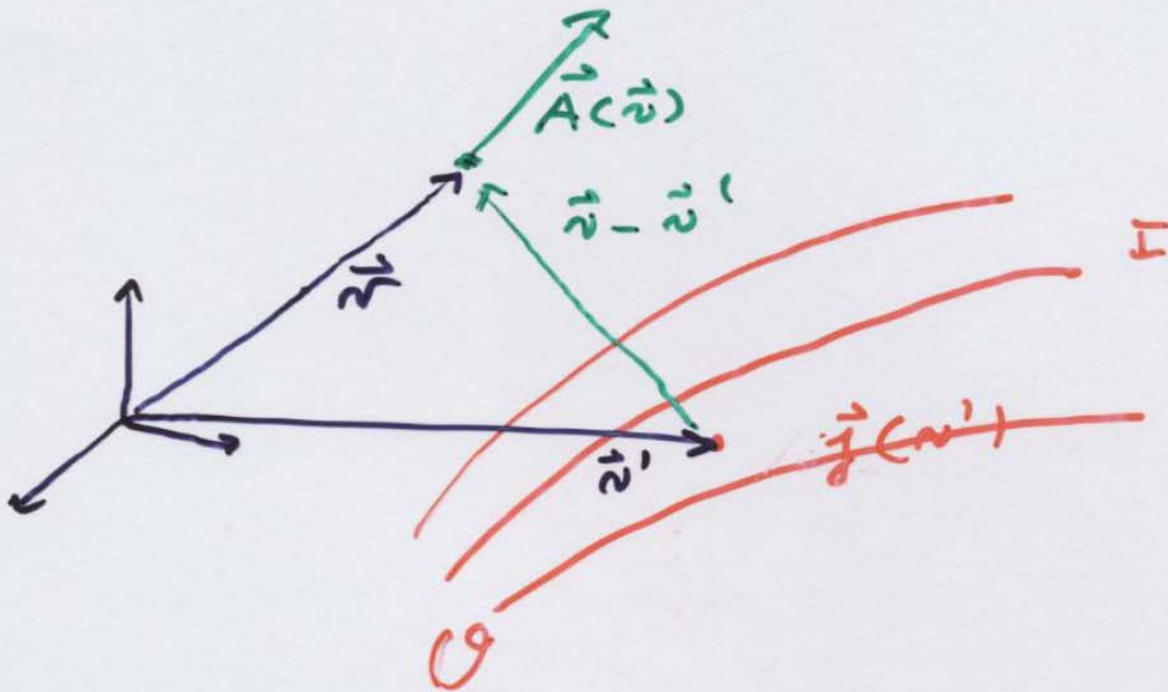
Ansatz für Potential des Magnetfeldes:

$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$

↑
„Vektorpotential“

→ erfüllt $\text{div } \vec{B} = 0$

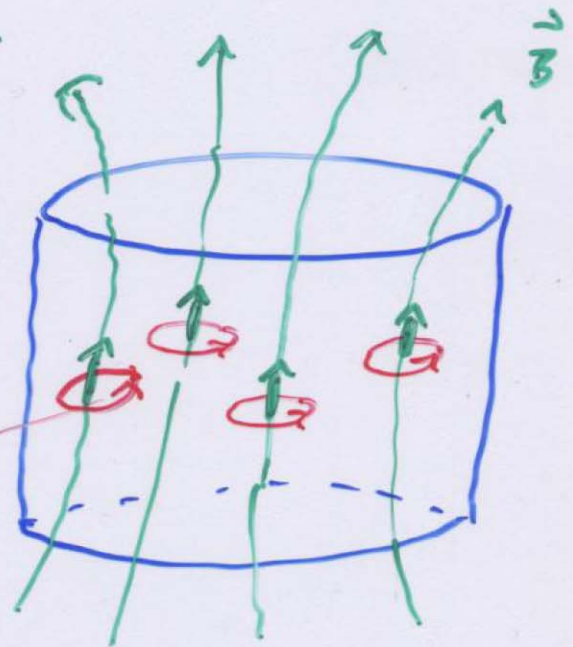
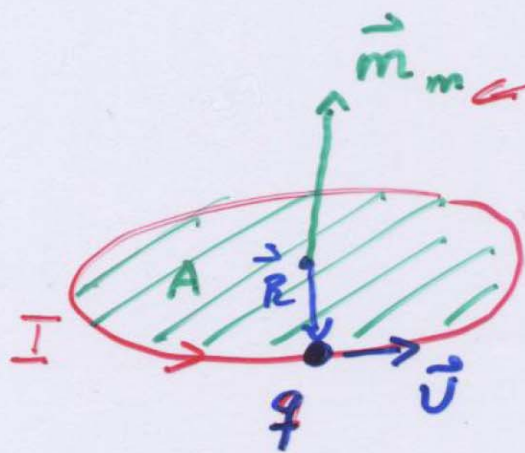
$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3r'$$



4.3 Materie im Magnetfeld

Klassische Vorstellung:

Kreisströme erzeugen
Magnetfeld

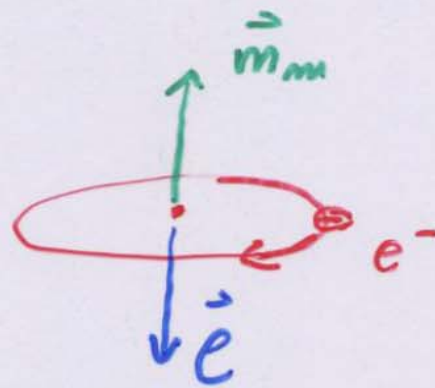


$$I = q \cdot \frac{v}{2\pi R} = q \cdot v \\ = q \cdot \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\begin{aligned} \text{Magnet.-Moment: } \vec{m}_m &= I \vec{A} \\ &= q \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \pi R^2 \\ &= \frac{q}{2} R^2 \omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Drehimpuls: } \vec{L} &= m (\vec{R} \times \vec{v}) \\ &= m \cdot R^2 \cdot \omega \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \vec{m}_m = \underbrace{\frac{q}{2m}}_{\text{gyromagnetisches Verhältnis}} \cdot \vec{L}$$



1. Bahndrehimpuls :

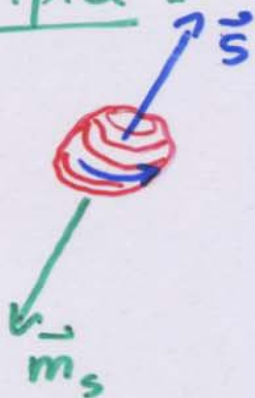
$$\vec{m}_m = -\frac{e}{2m_e} \vec{e}$$

$$= -\frac{e \cdot h}{2m_e} \cdot \frac{\vec{e}}{h}$$

$$= -\mu_B \cdot \frac{\vec{e}}{h}$$

↑
Bohr'sches Magneton

2. Spin :



$$\vec{m}_s = -g \frac{e}{2m_e} \vec{s}$$

$$= -g \cdot \mu_B \cdot \frac{\vec{s}}{h}$$

↑
Landefaktor ≈ 2

$$\mu_B = 0,93 \cdot 10^{-23} \text{ Am}^2$$

$$h = 2\pi \hbar = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

Plancksches Wirkungsquantum

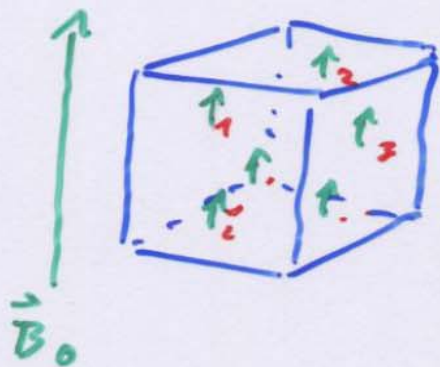
$\vec{L}$ Bahndrehimpuls $[\hbar]$

$\vec{s}$ Spin $[\hbar]$

4. 3. 2 Erscheinungsformen des Magnetis-

1] Paramagnetismus

Stoffe, die ein permanentes $\vec{m}_m$ besitzen (d.h. Atome)



- $\vec{B}_0$ richtet $\vec{m}_{mi}$ aus: $\vec{m}_{mi} \uparrow \uparrow \vec{B}_0$
- Thermische Stöße bringen Ausrichtung durcheinander

Vergleiche Energien:

- Thermische Energie pro Atom : $E_T = \frac{3}{2} k \cdot T$
 $\uparrow$
 $[K]$
- Energie des $\vec{m}_{mi}$ im $\vec{B}_0$ Feld :

$$E_{m_i} = - \vec{m}_{m_i} \cdot \vec{B}_0$$

*

Boltzmann - Statistik

$\frac{N_{\uparrow\downarrow}}{N_{\uparrow\uparrow}}$
 Ausrichtung zum B_0 Feld

$$= e^{-\frac{\Delta E_{mi}}{\frac{3}{2} k \cdot T}}$$

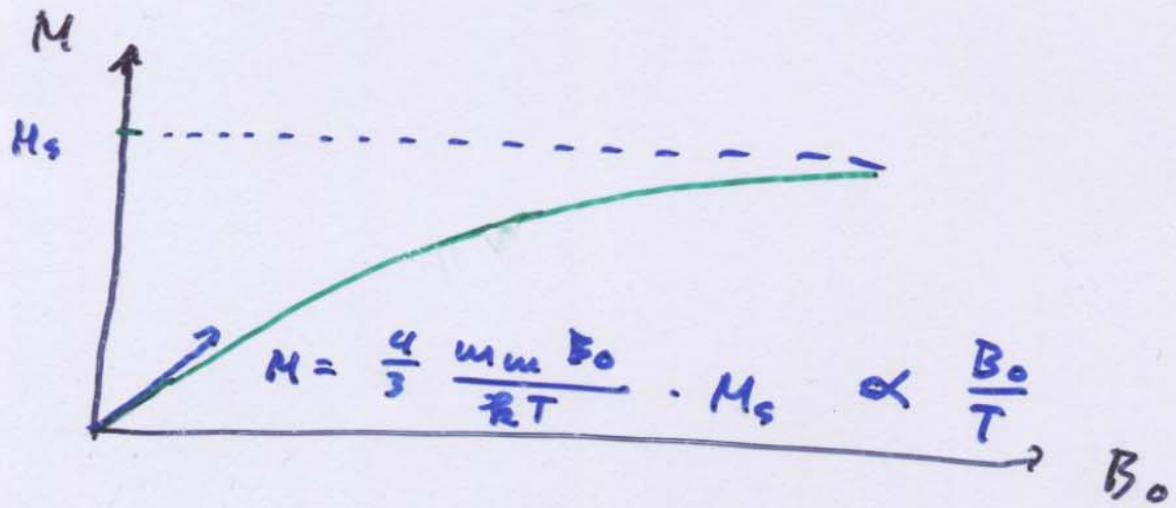
$$= e^{-\frac{4 \mu_m B_0}{3 k T}}$$

$$\approx 1 - \frac{4 \mu_m B_0}{3 k T}$$

$N_{\uparrow\downarrow} = N_{\uparrow\uparrow}$

Differenz $\Rightarrow$ Magnetisierung

$B_0: \Delta E_m = 2 \cdot 10^{-23} \text{ J} \text{ bei } B_0 = 1 \text{ T}$
 $\frac{3}{2} k T = 6 \cdot 10^{-21} \text{ J} \text{ bei } T = 300^\circ$



statist. Mechanik:

Wahrscheinlichkeit, daß Teilchen in einem bestimmten Energiezustand ist:
 $\sim e^{-\frac{\text{Energie d. Zustands}}{n \cdot k T}}$

⊥ ausgerichtet zu $\vec{B}_0$
 $\rightarrow \frac{N_{\downarrow\uparrow}}{N_{\uparrow\uparrow}} = e^{-\frac{\Delta E_{mi}}{\frac{3}{2} kT}}$

Boltzmann-
statistik

|| ausgerichtet zu $\vec{B}_0$

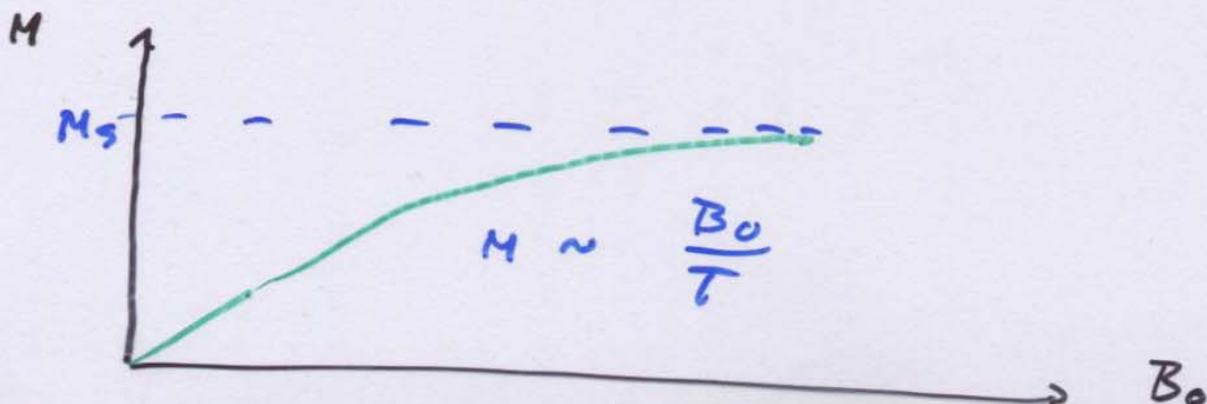
Wahrscheinlichkeit, dass
Teilchen in einem bestimmten
Energiezustand ist.

$$\frac{N_{\uparrow\downarrow}}{N_{\uparrow\uparrow}} = e^{-\frac{4m_{mi} B_0}{3kT}}$$

$$\approx 1 - \frac{4m_{mi} B_0}{3kT}$$

↑
Differenz $\rightarrow$ Magnetisierung

BS: $\Delta E_w = 2 \cdot 10^{-23} \text{ J}$ bei $B_0 = 1 \text{ T}$
 $\frac{3}{2} kT = 6 \cdot 10^{-21} \text{ J}$ bei $T = 300 \text{ K}$



Anwendung :

Erzeugung tiefster Temperaturen (0 mK)

- Abkühlung mit fl. He (4 K)
- Einschalten eines starken Magnetfeldes
⇒ Ausrichtung der magn. Momente
- Isolierung des Stoffes
Abschaltung des Magnetfeldes
⇒ Umwandlung therm. Energie
in Demagnetisierung