Institut für Experimentelle Kernphysik

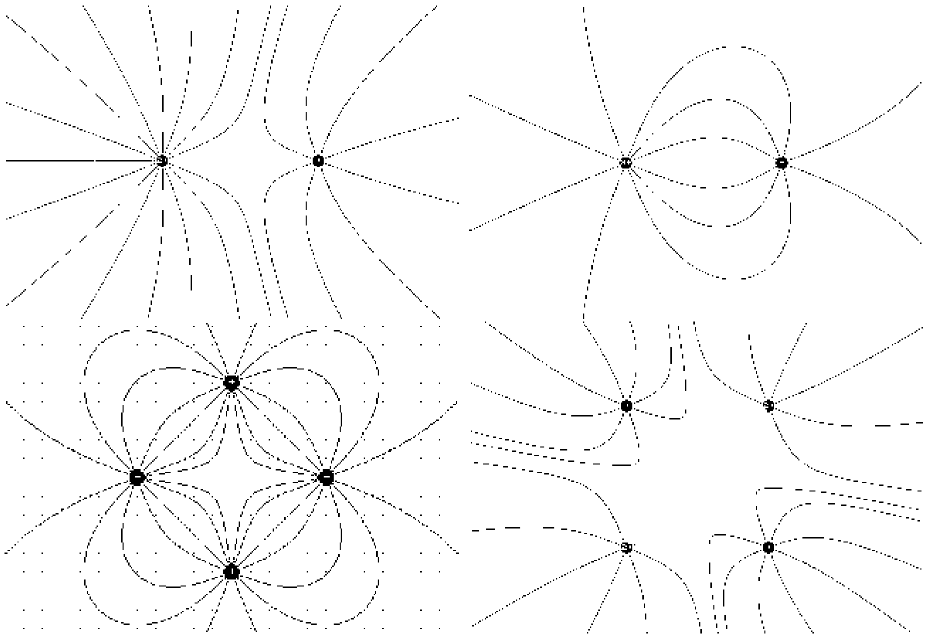
Übungen zur Physik II (Elektrodynamik) SS 2003

Prof. Dr. T. Müller
Dr. F. Hartmann **Blatt 1** Bearbeitung: 07.5.2003

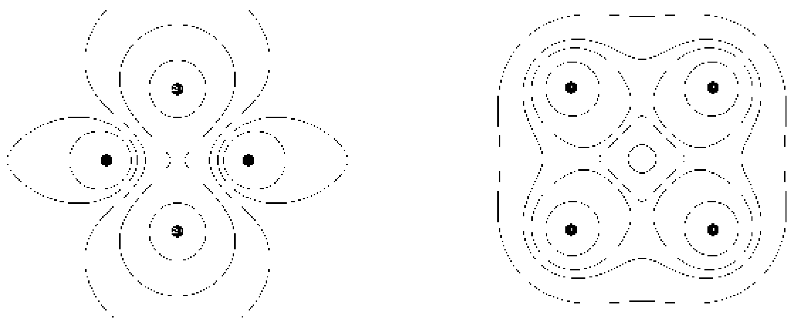
---

1. Felder und Potentiale

(a) Zeichnen sie die E-Felder ein.



(b) Zeichnen sie die Äquipotentiale ein.



2. Ladung

Wieviele Elektronen sind in 1 Coulomb (C) enthalten?
Welche Ladung Q und Masse m hat n=1 Mol Elektronen.
Antwort: a) $6,24{\cdot}10^{18}$; b) $\frac{Q}{n} = \frac{N_A}{e} = F = 96485\frac{C}{mol}$ (Faraday − Konstante), somit $Q \approx 10^5 C, m \approx 0,55mg$.

3. elektrische Kraft und Gravitation

(a) Die Gravitation $F_{\text{Grav.}}$ und die elektrische Kraft $F_{\text{elektr.}}$ sind radiale Kräfte und es gilt für die Kraft zwischen zwei Elektronen:

$$F_{\text{Grav.}} = \gamma \frac{m_e^2}{r^2} \qquad ; \qquad F_{\text{elektr.}} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}$$

Mit den Konstanten $e = 1.602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$, $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\,\text{C}/(\text{Vm})$ und $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11}\,\text{m}^3\text{s}^{-2}/\text{kg}$ folgt dann

$$\left|\frac{F_{\text{elektr.}}}{F_{\text{Grav.}}}\right| = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\gamma m_e^2} = 4.167 \cdot 10^{42}$$

(b) Damit beide Kräfte betragsmässig gleich groß sind, müsste die quadratische Masse m_e^2 um genau den Faktor $4.167 \cdot 10^{42}$ größer sein. Daraus folgt, dass das Elektron eine Masse von

$$m_e' = \sqrt{4.167 \cdot 10^{42}}\, m_e = 2.04 \cdot 10^{21}\, m_e = 1.86 \cdot 10^{-9}\,\text{kg}$$

besitzen müsste.

4. Punktladungen und Kräfte

Die Ladungen q_1 und q_2 befinden sich auf der x-Achse, die Ladung q_3 hat den gleichen Abstand r zu beiden Ladungen auf der x-Achse, die Koordinaten von q_3 in der x-y-Ebene sind folglich $x_3 = 0.5(x_2 + x_1)$ und $y_3 = \sqrt{r^2 - 0.25(x_2 - x_1)^2}$.

(a) Für den Vektor $\vec{r}_{13}$ ergibt sich dann

$$\vec{r}_{13} = \vec{r}_1 - \vec{r}_3 = \begin{pmatrix} x_1 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{x_2+x_1}{2} \\ \sqrt{r^2 - 0.25(x_2 - x_1)^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_1-x_2}{2} \\ -\sqrt{r^2 - 0.25(x_2 - x_1)^2} \end{pmatrix}$$

Daraus folgt für den Einheitsvektor

$$\hat{r}_{13} = \frac{\vec{r}_{13}}{|r_{13}|} = \frac{1}{r} \cdot \begin{pmatrix} \frac{x_1-x_2}{2} \\ -\sqrt{r^2 - 0.25(x_2 - x_1)^2} \end{pmatrix}$$

und für die Kraft auf q_3

$$\vec{F}_{13} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_3}{r^2} \cdot \hat{r}_{13} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_3}{r^3} \cdot \begin{pmatrix} \frac{x_1-x_2}{2} \\ -\sqrt{r^2 - 0.25(x_2 - x_1)^2} \end{pmatrix}$$

Analog ergibt sich

$$\vec{F}_{23} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_2 q_3}{r^2} \cdot \hat{r}_{23} = -\frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{q_2 q_3}{r^3} \cdot \begin{pmatrix} \frac{x_2 - x_1}{2} \\ -\sqrt{r^2 - 0.25(x_2 - x_1)^2} \end{pmatrix}$$

Insgesamt wirkt auf q_3 somit die Kraft

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_3}{r^3} \cdot \begin{pmatrix} \frac{x_2 - x_1}{2}(q_1 - q_2) \\ \sqrt{r^2 - 0.25(x_2 - x_1)^2}(q_1 + q_2) \end{pmatrix}$$

Mit den angegebenen Werten für die Ladung q_1 sowie die Koordinaten x_1 und x_2 und $q_2 = -4q_1$ ergibt sich hieraus

$$\vec{F} = 2.88 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N} \cdot \begin{pmatrix} 7.5 \\ -6 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad |\vec{F}| = 2.88 \cdot 10^{-6} \cdot \sqrt{56.25 + 36} = 2.77 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{N}$$

(b) Für den Fall $q_2 = q_1$ ergibt sich direkt aus der allgemeinen Beschreibung von $\vec{F}$ in Teilaufgabe (a):

$$\vec{F} = 2.88 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad |\vec{F}| = 1.15 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{N}$$

(c) Mit $x_3 = x$ und $x_1 = 0$ ergibt sich für die auf der x-Achse liegende Ladung q_3 die Kraft (in der x-Achse, deshalb betrachten wir im folgenden die Kraft als Skalar), wobei wir $q_2 = N \cdot q_1$ gesetzt haben:

$$F = \frac{q_1 q_3}{4\pi\epsilon_0} \cdot \left(\frac{\delta_1}{x^2} + \frac{\delta_2 \cdot N}{(x - x_2)^2} \right)$$

mit $\delta_1 = sign(x)$, $\delta_2 = 1$ für $x > x_2$ und $\delta_2 = -1$ für $x < x_2$ und $N > 0$ sowie $\delta_2 = -1$ für $x > x_2$ und $\delta_2 = 1$ für $x < x_2$ und $N < 0$. Für die Nullstellen muss gelten

$$0 \stackrel{!}{=} \frac{\delta_1}{x^2} + \frac{\delta_2 \cdot N}{(x - x_2)^2}$$

Für den ersten Fall gilt $q_1 = q_2 = 2q_3$ und somit folgt:

$$\begin{aligned} x < 0 \quad &: \quad \frac{-1}{x^2} + \frac{-1}{(x - x_2)^2} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow \text{keine Lsg.} \\ x > x_2 \quad &: \quad \frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x - x_2)^2} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow \text{keine Lsg.} \\ 0 < x < x_2 \quad &: \quad \frac{1}{x^2} + \frac{-1}{(x - x_2)^2} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow x = x_2/2 \end{aligned}$$

Für den zweiten Fall gilt $q_1 = 2q_3$ und $N = -4$ und somit folgt:

$$\begin{aligned} x < 0 \quad &: \quad \frac{-1}{x^2} + \frac{4}{(x - x_2)^2} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow x = (-1/3 \pm 2/3)x_2 \\ 0 < x < x_2 \quad &: \quad \frac{1}{x^2} + \frac{4}{(x - x_2)^2} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow \text{keine Lsg.} \\ x > x_2 \quad &: \quad \frac{1}{x^2} + \frac{-4}{(x - x_2)^2} \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow x = (-1/3 \pm 2/3)x_2 \end{aligned}$$

Für $x < 0$ gibt es also nur eine Lösung, und zwar $x = -x_2$, für $x > x_2$ gilt für die möglichen Lösungen $x_{1/2} < x_2$, also gibt es hier keine weiteren Nullstellen. Diese Lösungen können natürlich auch aus Symmetrieüberlegungen und der Skizze der Kraft als Funktion des Ortes x erhalten werden.

5. Potential eines Punktladungssystems, Potendialdifferenz (Spannung)

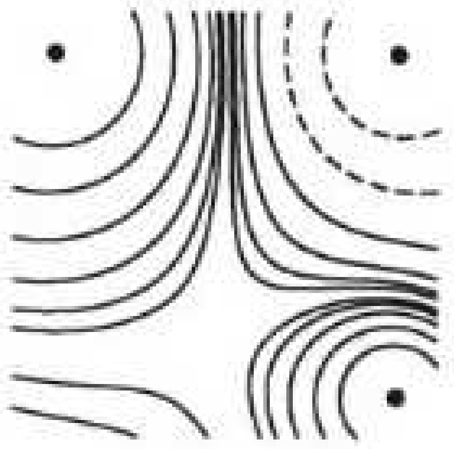
Das Potential einer einzelnen Punktladung Q im Abstand r von ihr berechnet sich zu $\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$. Das von mehreren Ladungen erzeugte resultierende Potential an einem beliebigen Ort P ergibt sich durch Addition der Einzelpotentiale φ_i, die von den Ladungen $Q_i$mit den Abständen r_i von P unabhängig voneinander erzeugt werden. In Bezug auf den Eckpunkt P_1 ist also

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_o}\sum_{i=1}^{3}\frac{Q_i}{r_{1i}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o}(\frac{Q_1}{a} + \frac{Q_2}{a\sqrt{2}} + \frac{Q_3}{a}) \tag{1}$$

Die Ladungen Q_i sind vorzeichenbehaftet einzusetzen. Mit $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,0 \cdot 10^V m/C$ und den übrigen Werten erhält man $\varphi_1 = 58,1V$. Für P_2 als Aufpunkt, der zu allen 3 Ladungen den Abstand $a\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ hat folgt.

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_o}\sum_{i=1}^{3}\frac{Q_i}{r_{1i}} = \frac{\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_o}(Q_1 + Q_2 + Q_3) = 63,6V \tag{2}$$

Die Spannung U zwischen P_1 und P_2 ist gleich der Potentialdifferenz $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 5.5V$. Das Bild zeigt für das hier betrachtete Punktladungssystem die Linien



konstanten Potentials (Äquipotentiallinien).

Übungen gibt es Mittwochs zu folgenden Zeiten: 8.00 - 9.30, 9.45 - 11.15 und 11.30 - 13.00

Übungsleiter: Frank Hartmann, IEKP, Forschungszentrum Karlsruhe,
Tel.: 07247 82 6330; Labor
Tel.: 07247 82 4173; Büro
Email: Frank.Hartmann@cern.ch
www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/∼hartmann/edyn.html