Institut für Experimentelle Kernphysik

Übungen zur Physik II (Elektrodynamik) SS 2003

Prof. Dr. T. Müller
Dr. F. Hartmann **Blatt 4** Bearbeitung: 28.5.2003

---

1. Coulomb Feld

$$F(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r^3}\vec{r} \tag{1}$$

Ein Kraft feld ist konservativ, wenn $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$ ist. $\Rightarrow$
Zu zeigen $\vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{r}}{r^3}\right) = 0$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \frac{x}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \\ \frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}} \end{pmatrix} =?$$

Wir berechnen:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\right) = -\frac{3}{2}\frac{2xy}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{5}{2}}} = \frac{-3xy}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{5}{2}}}$$

also

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{z}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\right) - \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{y}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{3}{2}}}\right) &= \\ -\frac{-3yz}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{5}{2}}} - \left(-\frac{-3zy}{(x^2+y^2+z^2)^{\frac{5}{2}}}\right) &= 0 \end{aligned}$$

und zyklisch!
In Kugelkoordinaten:

$$F(r,\theta,\phi) = \frac{Q_1Q_2}{4\pi\epsilon_0}\begin{pmatrix} \frac{1}{r^2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Rotation in Kugelkoordinaten:

$$\begin{aligned} rot\ \vec{v} &= \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\theta}(v_\phi\sin\theta) - \frac{\partial}{\partial\phi}v_\theta\right]\vec{e}_r \\ &+ \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial}{\partial\phi}v_r - \sin\theta\frac{\partial}{\partial r}(rv_\phi)\right]\vec{e}_\theta \\ &+ \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(rv_\theta) - \frac{\partial}{\partial\theta}v_r\right]\vec{e}_\phi \end{aligned}$$

da $y_\theta = v_\phi = 0$ ist folgt sofort die Behauptung.

2. Aktion Kracher 4 Farray

Bei dieser Aufgabe soll der Faraday-Käfig diskutiert werden. Bevor die Elektrostatik eine Rolle spielt, sollte man wohl nach dem Blitzeinschlag zuerst einaml anhalten. Bei einem nahen Blitzeinschlag ist man wahrscheinlich geblendet und könnte wegen des Schocks auch im Graben landen. Das Auto schützt die Insassen vor dem Blitz, denn die Blechkarosserie wirkt wie ein Faraday-Käfig, dessen Inneres feldfrei ist. Der wichtige Sachverhalt ist, dass man nicht gleich aussteigen sollte. Auf der Karosserie kann sich noch eine grosse Ladung befinden. Selbst bei trockener Strasse kann die sich ergebene Hochspannung gegenüber dem Erdpotential groß genug sein, dass sich de auf dem Auto befindliche LAdung über die Schuhsohlen entlädt, weil die Durchbruchfeldstärke der Sohlen erreicht wird.

Ähnliches gilt bei KOntakt des Autos mit einer Hochspannungsleitung. AUch wenn hierbei die Spannung wesentlich kleiner ist, als beim Blitz, kommt hier hinzu, dass man an einer ständigen (zumindest evtl. noch länger intakten) Spannungsquelle engeschlossen ist, während sich die Blitzladung nur einmalig entlädt.

Bei Verfolgung durch Banditen, am besten einfach weiterfahren und sich damit von Blitz bzw. Stromkabel lösen und ducken, damit man nicht durch den Kugelhagel verletzt wird.

3. gewitterwolken

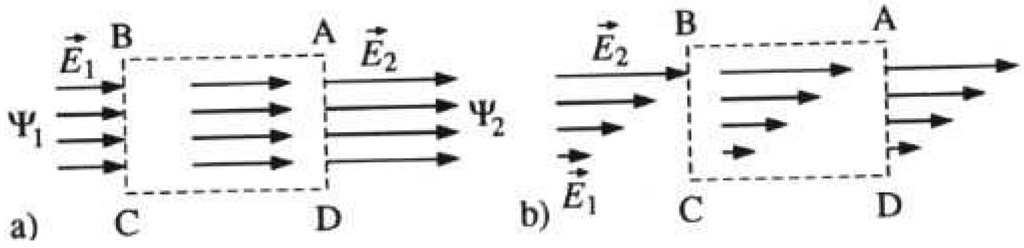
$E = \frac{q}{r^2}, q \propto \varrho r^3 \rightarrow E \propto \varrho r$ Die Feldstärkw wird 3mal so groß

4. Quellen und Wirbelfeld

(a) Als vom Fluss Φ durchsetztes Raumgebiet wählen wir einen in Feldrichtung liegenden Quader (Seitenansicht ABCD), von dem nur die senkrecht zum Feld orientierten Deckflächen BC und AD durchflutet werden. Da die Feldstärke $\vec{E}$ in Flussrichtung linear anwächst, ist der aus dem Gebiet austretende Fluss Φ_2 größer als der eintretende Φ_1. Im umschlossenen Gebiet befinden sich also elektrische Ladungen Q als Quellen des Feldes. Es gilt

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} d\vec{A} = \Phi_2 - \Phi_1 = Q \qquad (2)$$

mit $Q > 0$ (Quellenfeld)



Beim Umlauf einer Probeladung q auf dem geschlossenen Weg A-B-C-D-A wird nur entlang A-B und C-D Arbeit geleistet. Dabei wird offensichtlich entlang des Weges A-B genau soviel Arbeit geleistet wie längs des Weges C-D wieder frei wird, so dass die insgesamt verrichtete Arbeit null ist:

$$W = \oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = q \oint \vec{E} \cdot d\vec{r} = 0 \qquad (3)$$

d.h. es handelt sich hier (wie beide jedem elektrostatischen Feld) um ein konservatives Kraftfeld (wirbelfreies Quellenfeld)

(b) In diesem Feld wird bei einem geschlossenen Umlauf A-B-C-D-A entlang A-B mehr Arbeit verrichtet als auf dem Rückweg C-D gewonnen wird (wegen $(E_2 > E_1)$, d.h. hier ist $W \neq 0$. Das Feld b) ist ein Wirbelfeld und kann damit als elektrostatisches Feld nicht existieren.

5. Zylinderkondensator

(a) Mit $L \gg R_1, R_2$ vernachlässigen wir das elektrische Feld außerhalb des Zylinders wie auch nicht-radiale Komponenten des Feldes innerhalb des Zylinders (zu den Stirnseiten hin), d.h. in Zylinderkoordinaten $\vec{E} = (E_r, E_\phi, E_l) = (E_r, 0, 0)$ für $R_1 < r < R_2$ und $0 < l < L$ sowie $\vec{E} = (0,0,0)$ sonst. Damit ergibt sich nach dem Gaußschen Satz für das Feld innerhalb des Zylinders

$$\begin{aligned} \oint_A \vec{E} d\vec{A} &= E_r \cdot A(r) = E_r \cdot 2\pi \cdot r \cdot L = \frac{Q}{\epsilon_0} \\ E_r(r) &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r \cdot L} \end{aligned}$$

(b) Zur Bestimmung der Kapazität des Zylinderkondensators berechnen wir zunächst die Potentialdifferenz

$$U = \Phi_2 - \Phi_1 = \int_{R_1}^{R_2} \vec{E} d\vec{r} = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \cdot \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{r} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 L} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$

U ist die Potentialdifferenz von R_2 bezogen auf R_1 und ist negativ(positiv) für positive(negative) Ladung Q auf dem inneren Zylinder. Die Kapazität des Kondensators ergibt sich dann zu

$$C = \frac{|Q|}{|U|} = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln(R_2/R_1)}$$

6. hohlkugel

1 ist richtig, 5 oder 7 ist richtig, je nachdem, wie der Nullpunkt des Potentials festgelegt wird.

Übungsleiter: Frank Hartmann, IEKP, Forschungszentrum Karlsruhe,
Tel.: 07247 82 6330; Labor
Tel.: 07247 82 4173; Büro
Email: Frank.Hartmann@cern.ch
www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~hartmann/edyn.html