Institut für Experimentelle Kernphysik

Übungen zur Physik II (Elektrodynamik) SS 2003

Prof. Dr. T. Müller
Dr. F. Hartmann **Blatt 5** Bearbeitung: 04.6.2003

1. JamesBond

(a) Die Kapazität eines Körpers, der durch die Ladung Q auf die Spannung U aufgeladen wird, ist $C = Q/U$. Dabit ist U in unserem Fall die Potentialdifferenz zwischen der Kugeloberfläche, dem Sitz der Ladung, und Unendlich: $U = \varphi(R) - \varphi(\infty)$ mit $\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}$ (vgl. letztes Übungsblatt), und $\varphi(\infty) = 0$. Es ist also $U = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R} = \frac{Q}{C}$ und somit die Kapazität der Kugel $C = 4\pi\epsilon_0 R = 5,56 \cdot 10^{-12}F = 5,56pF$

(b) Die erforderliche Flächenladungsdichte auf der Kugeloberfläche A beträgt

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \frac{CU}{4\pi R^2} = \frac{\epsilon_0 U}{R} = 1,77 \cdot 10^{-6} C/m^2$$

(c) Die Feldstärke an der Kugeloberfläche $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$ muss die Durchbruchspannungsfeldstärke E_D nicht überschreiten (dann wird J.B gegrillt). Es muss also gelten $E > E_D$,d.h. mit $C = 4\pi\epsilon_0 R$ als Kapazität der Kugel:

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{CU}{4\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{U}{R} > E_D$$

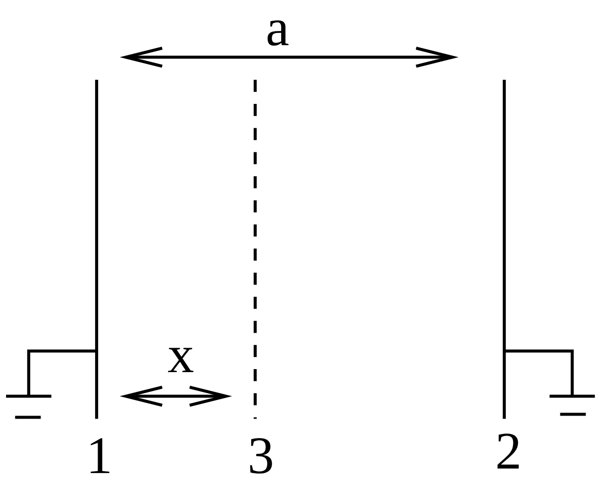
oder $U > E_D R = 100kV$

2. Kapazitätsnetzwerk

Kapazitäten: (Parallel: $R_{ges} = \sum r_i$; Seriell: $R_{ges} = \frac{\prod R_i}{\sum R_i}$)

(a) Zwischen den Eckpunkten AB liegen parallelgeschaltet die Kapazität C_1 und die Ersatzkapazität C_e, welche sich aus der Reihenschaltung von C_2, C_3 und C_4 nach $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4}$ berechnet. Mit $C_e = 1\mu F$ wird $C_{AB} = C_1 + C_e = 1,75\mu F$. Analog erhält man $C_{AD} = 2,92\mu F$; $C_{BC} = 3,5\mu F$ und $C_{CD} = 4,48\mu F$. Als Parallelschaltung der Reihen C_1 und C_2 sowie C_3 und C_4 erhält man $C_{AC} = 2,1\mu F$ und analog dazu $C_{BD} = 2,29\mu F$.

(b) Es ist $U_{AC} = \varphi_C - \varphi_A = 20V$ mit $\varphi_C = 20V$ und $\varphi_a = 0V$. Für die Reihenschaltung von C_1 und C_2 mit $C_{12} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 0,06\mu F$ folgt $Q_{12} = C_{12} U = 12\mu C$ und damit $U_1 = \frac{Q_{12}}{C_1} = \varphi_B - \varphi A = 16V$ und $U_2 = \varphi_C - \varphi_B = 4V$. Analog erhält man aus der Reihenschaltung von C_3 und C_4 : $U_3 = \varphi_D - \varphi_C = -7.5V$ und $U_4 = \varphi_A - \varphi_D = -12,5V$ (jeweils negativ wegen $\sum U_i = 0$). Damit wird $\varphi_B = 16V$, $\varphi_D = 12,5V$, also $|U_{BD}| = |\varphi_d - \varphi_b| = 3,5V$



3. Plattenkondensator

Das System ist äquivalent zu zwei Plattenkondensatoren. Die Gesamtkapazität ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} C_{tot} &= C_{13} + C_{32} = \frac{\epsilon_0 A}{x} + \frac{\epsilon_0 A}{a-x} \\ &= \frac{\epsilon_0 A a}{x(a-x)} \end{aligned}$$

Das Potential der mittleren Platte ist gegeben durch:

$$V = Q/C_{tot} = \frac{Qx(a-x)}{\epsilon_0 A a}$$

$$Q_1 = C_{13}V = Q(a-x)/a \quad , \quad Q_2 = C_{32}V = Qx/a$$

4. Dielektrika

(a) Die elektrische Verschiebung D ist an den Grenzflächen stetig, d.h. es gilt

$$D_1 = D_2 \qquad \text{oder} \qquad \epsilon_0\epsilon_1 E_1 = \epsilon_0\epsilon_2 E_2$$

Die elektrische Feldstärke ist daher an den Grenflächen unstetig, für die Potentialdifferenz gilt

$$U = \int E ds = E_1 d_1 + E_2 d_2 = U_1 + U_2$$

und daraus folgt

$$E_1 = \frac{2 \cdot U}{d} \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \quad ; \quad E_2 = \frac{2 \cdot U}{d} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_1 + \epsilon_2}$$

Mit den Zahlenwerten $d = 0.01\,\mathrm{m}$, $U = 300\,\mathrm{V}$ und $\epsilon_1 = 6$, $\epsilon_2 = 2$ ergibt sich also

$$E_1 = 1.5 \cdot 10^4\,\mathrm{V/m} \quad , \quad U_1 = 75\,\mathrm{V}$$
$$E_2 = 4.5 \cdot 10^4\,\mathrm{V/m} \quad , \quad U_1 = 225\,\mathrm{V}$$

(b) Die Kapazität des Kondensators ergibt sich aus der Reihenschaltung der Einzelkapazitäten:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C = \epsilon_0 \frac{2A}{d} \frac{\epsilon_1 \cdot \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} = 26.6\,\mathrm{pF}$$

(c) Die elektrische Verschiebung D ist konstant im gesamten Kondensator:

$$D = D_1 = D_2 = \epsilon_0 \cdot \epsilon_1 \cdot E_1 = 7.96 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C/m^2}$$

(d) Trennt man den Kondensator von der Spannungsquelle, so bleibt D konstant, da auch die Ladung Q als Quelle für D unverändert bleibt. Aus $D = \epsilon_0 \cdot E_0$ im Vakuum folgt dann

$$E_0 = \frac{D}{\epsilon_0} = \frac{2}{d} \cdot \frac{\epsilon_1 \cdot \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \cdot U = 9 \cdot 10^4\,\mathrm{V/m}$$

$$\frac{\epsilon_1 \cdot \epsilon_2}{\epsilon_1 + \epsilon_2} \cdot U = 9 \cdot 10^4\,\mathrm{V/m}$$

$$U_0 = \int_0^d E_0 ds = 900\,\mathrm{V}$$

Übungsleiter: Frank Hartmann, IEKP, Forschungszentrum Karlsruhe,
Tel.: 07247 82 6330; Labor
Tel.: 07247 82 4173; Büro
Email: Frank.Hartmann@cern.ch
www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~hartmann/edyn.html