Institut für Experimentelle Kernphysik

Lösungen zur Physik II (Elektrodynamik) SS 2003

Prof. Dr. T. Müller
Dr. F. Hartmann **Blatt 9** Bearbeitung: 02.7.2003

---

1. Zerfließen von Ladungsballungen in Leitern

Wenn ϱ eine Ladungsdichte beschreiben soll, ist in einem Material

$$\nabla \cdot \vec{D} \overset{Gauss}{=} \varrho \quad \text{mit} \quad \vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}$$

anzusetzen. Dann folgt:

$$-\dot{\varrho} \overset{Konti-Gl}{=} \nabla \cdot \vec{j} \overset{OhmschesGesetz}{=} \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \nabla \vec{D} = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \varrho = \frac{1}{r} \varrho \qquad (\text{mit} \quad \tau := \frac{\epsilon\epsilon_0}{\sigma} \quad \text{aus Ansatz})$$

Dies ist die DGL des radioaktiven Zerfalls.
Ansatz:

$$\varrho(t) = \varrho_0 e^{-\frac{1}{\tau}t} \quad \Rightarrow \quad \varrho(t) = \varrho_0 e^{-\frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}t}$$

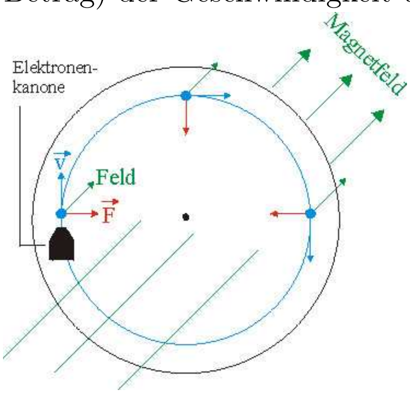
Die Ladungsdichte baut sich auf einer Zeitskala τ ab.
Z.B. für Kupfer $\sigma \approx 60 \cdot 10^6 \frac{S}{m} = 10^6 \frac{1}{\Omega m}$; $\epsilon_0 = 8.854187817 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{Jm}$.
$\Rightarrow \tau = \frac{\epsilon\epsilon_0}{\sigma} \approx 10^{-18}s$ Bei optischen Frequenzen ist ε von der Größenordnung eins und der Ladungsausgleich auf der Zeitskala $10^{-18}s$ kann gemessen werden.

2. Peltier Element

siehe Lehrbuch

3. Fadenstrahlrohr

(a) Das Magnetfeld (grün) ist in die Zeichenebene hineingerichtet. Mit Hilfe der Rechte-Hand-Regel kann man die Kraftrichtung auf die nach oben aus der Elektronenkanone geschleuderten Elektronen ermitteln. Die Lorentzkraft zeigt nach rechts. Dadurch werden die Elektronen abgelenkt, es ändert sich die Richtung (nicht der Betrag) der Geschwindigkeit und somit die Richtung der Lorentzkraft.

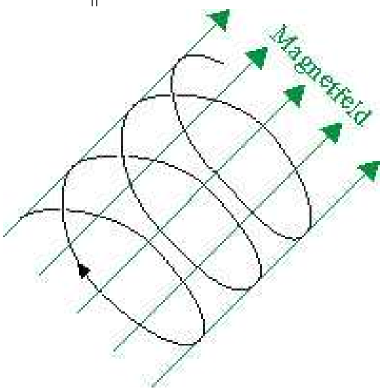


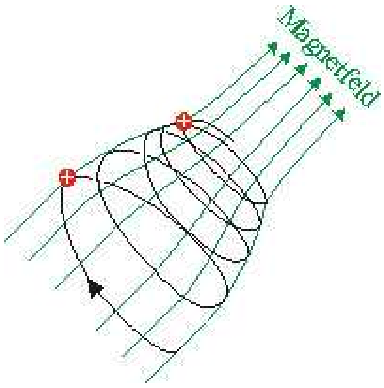
In der Abbildung sind für drei Stellen die Lorentzkräfte eingezeichnet. Es ist zu sehen, dass sie stets zum Mittelpunkt der Kreisbahn zeigen. Man bezeichnet die Lorentzkraft in diesem Fall auch als Zentripetalkraft. Sie ist dafür verantwortlich, dass die Elektronen auf einer Kreisbahn gehalten werden können. Beschleunigende Kraft wirkt hier ausschließlich Richtungsändernd.

(b) Werden die Elektronen parallel zum Magnetfeld eingeschossen, so erfahren sie keine Lorentzkraft, also bewegen sie sich geradlinig in Einschussrichtung (d. h. parallel zu den Magnetfeldlinien) weiter.

(c) In diesem Fall kann der Geschwindigkeitsvektor in eine Komponente parallel und eine Komponente senkrecht zum Magnetfeld zerlegt werden. Die Komponente allein würde zu einer Kreisbahn (Radius r) für die Elektronen führen. Die Komponente allein würde dazu führen, dass sich die Elektronen längs der Feldlinien bewegen würden. Beide Komponenten zusammen führen zu einer Schraubenlinien mit dem Radius r und der Ganghöhe h.

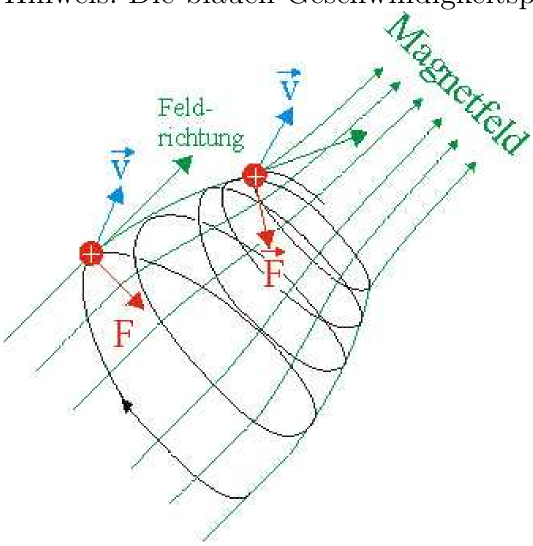
(d) $h = v_{\|} \cdot T \Rightarrow h = v \cdot \cos\alpha \cdot T \Rightarrow h = 0.2 \cdot 10^{7} \cdot \cos 30^{o} \cdot 0,6 \cdot 10^{-7} m = 0,1 m$





4. Magnetische Flasche

Im Gebiet rechts oben ist die Feldliniendichte höher, was ein stärkeres Magnetfeld bedeutet. Je stärker aber das Magnetfeld ist, desto kleiner ist der Radius der Teilchenbahn. Das Teilchen kehrt im inhomogenen Teil des Feldes um, da die Lorentzkraft eine nach rückwärts gerichtete Komponente hat.
Hinweis: Die blauen Geschwindigkeitspfeile zeigen in die Papierebene.



5. Teilchen im elektromagnetischen Feld; e/m Messung; Isotopenbestimmung

(a) gekreutzte homogene elektrische und magnetische Felder wirken als Geschwindigkeitsfilter:
$qE = Bqv \rightarrow v = E/B = U/dB$
D.h. nur bei einer bestimmten Einstellung E/B werden die mit der Geschwindigkeit v in den Kondensator eintretenden Teilchen NICHT abgelenkt, da die beiden Feldstärken sich gerade aufheben.
$v = \frac{8\times10^3 V}{4\times10^{-3}m\times10^{-2}T} = 2\times10^8 m/s \rightarrow \beta = 2/3 \rightarrow \gamma = 1.34$
d.h. man muß relativistisch rechnen.

(b) Ablenkung im Magnetfeld: Die Teilchen bewegen sich auf einer Kreisbahn mit $r^2 = L^2 + (r-a)^2 \rightarrow r = \frac{L^2+a^2}{2a}$ da $L \gg a$ gilt: $r \simeq \frac{L^2}{2a}$
Bewegungsgleichung:
$\frac{\gamma m_0 v^2}{r} = Bqv \rightarrow \frac{q}{m_0} = \frac{\gamma v}{rB} = \frac{\gamma E}{rB^2} = \frac{2\gamma Ua}{L^2B^2d} = \frac{2\times1.34\times8\times10^3V\times4.5\times10^{-3}}{(1.3m)^2\times10^{-4}T^2\times4\times10^{-3}} = 9.4\times10^7 C/kg$
Dies entspricht ca. 1/2000 von $e/m_{e,0}$ des Elektrons
$\Rightarrow$ es handelt sich um Protonen! (korrekter Wert: $e/m_{p,0} = 9.58\times10^7 C/kg$

(c) Für die Gesamtenergie nach Verlassen des Zyklotrons gilt:
$E_p = \sqrt{m_{p,0}^2c^4 + p^2c^2}$ mit der Protonenmasse $m_{p,0}$ $m_{p,0}^2c^4 = (0.94GeV)^2$;
$p^2c^2 = (\gamma m_{p,0}vc)^2 = (\gamma\beta m_{p,0}c^2)^2 = (1.34\times2/3\times(0.94GeV))^2$
$\rightarrow E_p = 0.94GeV(1+(1.34\times2/3)^2)^{1/2} = 1.26GeV$
$\rightarrow E_{kin} = E_p - m_{p,0}c^2 = 0.32GeV$
$\rightarrow$ Anzahl der Umdrehungen: $n = \frac{0.32\times^9}{2\times20\times10^3} = 8000$

(d) Umlauffrequenz der Protonen: $\omega_p = \frac{eB_Z}{m_p}$ (folgt aus $m\omega r = Ber$; mit $v = \omega r$)
$\rightarrow$ Umlaufzeit: $T = \frac{2\pi}{eB}\frac{1}{m_p} = \frac{2\pi}{eB_zc^2}(E_{kin} + m_{p,0}c^2)$ d.h. T ist nur dann unabhängig von der Energie E_p, wenn $E_{kin} \ll m_{p,0}c^2$ gilt.
$\rightarrow \omega = \omega(t) = \frac{eB_Z}{m_p} = \frac{eB_Zc^2}{E_p} \rightarrow \omega(t)\cdot(m_{p,0}c^2 + \frac{2\tilde{E}}{\pi}\int\omega(t)dt) = eB_Zc^2$
$\rightarrow \frac{eBc^2}{\omega(t)} = m_{p,0}c^2 + \frac{2\tilde{E}}{\pi}\int\omega(t)dt$ (differenzieren:$\cdot d/dt$)
$\rightarrow eBc^2\frac{\dot{\omega}}{\omega^2} = eBc^2\frac{\frac{d\omega}{dt}}{\omega^2}\frac{2\tilde{E}}{\pi}\omega \overset{\cdot dt}{\rightarrow} \frac{eBc^2}{2\tilde{E}}\int\frac{d\omega}{\omega^3} = \int dt$
mit der Anfangsumlauffrequenz $\omega_0 \rightarrow \frac{eB_Zc^2\pi}{2\tilde{E}}(1/\omega^2 - 1/\omega_0^2) = t$
$\rightarrow 1/\omega^2 = \frac{2\tilde{E}t}{eB_Zc^2\pi} + \frac{1}{\omega_0^2}$
$\Rightarrow \omega(t) = \frac{\omega_0}{\sqrt{\frac{2\tilde{E}\omega_0^2}{eB_Zc^2\pi}t+1}}$

Animation im Internet: Magnetische Flaschen:
http://www.physik.uni-wuerzburg.de/~reusch/uebungen/sosem2002/MFlasche.html

Übungsleiter: Frank Hartmann, IEKP, Forschungszentrum Karlsruhe,
Tel.: 07247 82 6330; Labor
Tel.: 07247 82 4173; Büro
Email: Frank.Hartmann@cern.ch

www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~hartmann/edyn.html