Institut für Experimentelle Kernphysik

Lösungen zur Physik II (Elektrodynamik) SS 2003

Prof. Dr. T. Müller
Dr. F. Hartmann **Blatt 10** Bearbeitung: 09.7.2003

---

1. Spule im Magnetfeld

Die Schleife dreht sich mit $\omega \rightarrow$ der Winkel ϕ zwischen der Flächennormalen und dem Magnetfeld ändert sich gemäß $\phi(t) = \omega t$. Der magnetische Fluss beträgt dann
$\Phi_m = \vec{B}\vec{A} = BA\cos(\omega t)$ mit $A = a \cdot b$.
Die induzierte Spannung ergibt sich aus der Änderung des Flusses zu
$U_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -BA\omega \sin(\omega t) = -U_0 \sin(\omega t)$
Beispiel mit Zahlen:
Im Falle von Fläche der Schleife $A = 1m^2$, bei einer Drehzahl von $3600Upm$ ergibt sich im Erdmagnetfeld $B = 2.8 \cdot 10^{-5}T$ eine Spannung von $U_0 = 0.0106V$

2. Hall-Effekt

Die Kraft, die auf die Ladungsträger q wirkt, ist die Lorentz-Kraft $\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$.

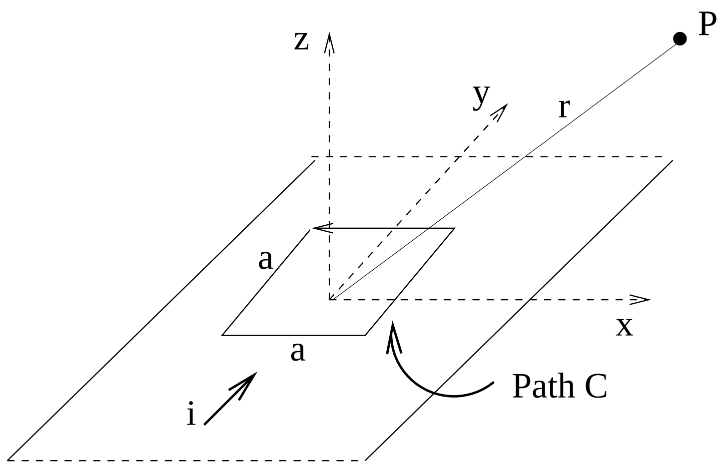
(a) Im Metallstreifen befinden sich hauptsächlich freie Elektronen mit negativer Ladung als Ladungsträger, d.h. $q = -e$, außerdem fließt der Strom I in entgegengesetzter Richtung zu den Elektronen, d.h. $\vec{j}$ ist antiparallel zu $\vec{v}$. Die Kraft $\vec{F}$ zeigt dann nach rechts, d.h. in Richtung des Punktes b. Die Elektronen sammeln sich also zum Punkt b hin, der somit auf einem niedrigeren Potential als Punkt a liegt.

(b) Im p-leitenden Halbleiter sind die Ladungsträger positiv geladene Löcher oder Elektronenfehlstellen. Es gilt also $q = e > 0$ und jetzt $\vec{j} \parallel \vec{v}$, also die Kraft zeigt wiederum nach rechts. Die positiven Löcher wandern somit zum Punkt b, der damit auch auf ein höheres Potential als Punkt a gehoben wird.

3. Das Amperesche Gesetz

Das Amperesche Gesetz lautet: $\int_C \vec{B}.d\vec{s} = \mu_0 I$, wobei das Integral über einen geschlossenen Pfad um den Strom I läuft. Man betrachte einen beliebigen Punkt P ausserhalb der Platte (siehe Abbildung). Im gewählten Koordinatensystem bleibt (unter Verwendung des Biot-Savartschen Gesetzen und unter Ausnutzung der Symmetrie) nur eine Komponente des $\vec{B}$-Feldes (in x-Richtung) nach der Integration übrig. Man wähle einen rechteckigen Integratiospfad der Kantenlänge a. Nur die Seiten parallel zur x Richtung tragen zum Integral bei, so dass der vom Integrationspfad umschlossene Strom gegeben ist durch:

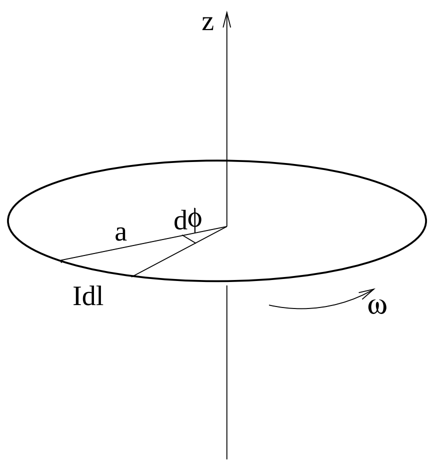
$$J_s \times \text{ (Abstand senkrecht zum Strom)} = J_s \cdot a.$$



Die Anwendung des Ampereschen Gesetzes ergibt:

$$\int_C \vec{B}.\vec{ds} = Ba + Ba = \mu_0 J_s a$$
$$B = \frac{\mu_0 J_s}{2}$$

4. Das Biot-Savartsche Gesetz 1



Das Biot-Savartsche Gesetz ist gegeben durch:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} d\vec{l} \times \vec{r}$$

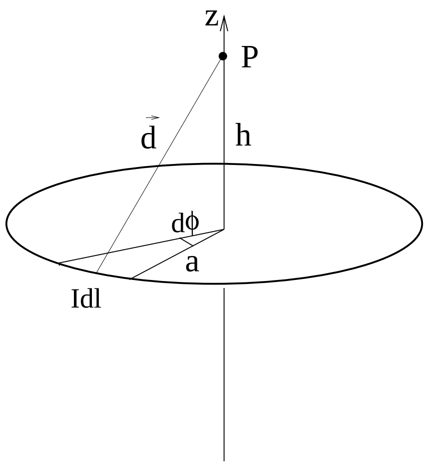
In Zylinderkoordinaten gilt: $Id\vec{l} \times \vec{r} = Iad\phi\hat{\phi} \times a\hat{r} = Ia^2 d\phi\hat{z}$, d.h. das $\vec{B}$-Feld zeigt entlang der z-Achse (siehe Abbildung), die Richtung ist durch die "Rechte-Hand-Regel" festgelegt.

Ein beliebiger (aber fester) Punkt auf dem Leiter macht eine Umdrehung pro Zeit $T = \frac{2\pi}{\omega}$, so dass die Anzahl der Umdrehungen pro Sekunde gegeben ist durch: $\frac{\omega}{2\pi}$.

Eine Ladung passiert daher einen Punkt in der Schaltung $\frac{\omega}{2\pi}$ mal in der Sekunde und entsprincht somit einem Strom $I = \frac{Q\omega}{2\pi}$.

$$\begin{aligned} d\vec{B} &= \frac{\mu_0}{4\pi a^3} \cdot \frac{Q\omega}{2\pi} a^2 d\phi \hat{z} \\ \vec{B} &= \frac{\mu_0 Q\omega}{8\pi^2 a} \int_0^{2\pi} d\phi \hat{z} \\ \vec{B} &= \frac{\mu_0 Q\omega}{4\pi a} \hat{z}. \end{aligned}$$

5. <u>Das Biot-Savartsche Gesetz 2</u>



Anwendung des Biot-Savartschen Gesetzes ergibt:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi d^3} d\vec{l} \times \vec{d}$$

In Zylinderkoordinaten gilt:

$$\begin{aligned} I d\vec{l} \times \vec{d} &= I(a^2 d\phi\, \hat{\phi} \times \hat{r} + ahd\phi\, \hat{\phi} \times \hat{z}) \\ &= I(a^2 d\phi\, \hat{z} + ahd\phi\, \hat{r}) \end{aligned}$$

Aufgrund der Symmetrie heben sich alle Beiträge in der $\hat{r}$ Richtung auf, so dass das $\vec{B}$-Feld entlang der z Achse zeigt, die Richtung ist durch die "Rechte-Hand-Regel" gebeben.

$$\begin{aligned} dB &= \frac{\mu_0 I a^2 d\phi}{4\pi d^3} \\ \Rightarrow B &= \frac{\mu_0 I a^2}{4\pi (a^2 + h^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\phi \\ \Rightarrow B &= \frac{\mu_0 I a^2}{2(a^2 + h^2)^{3/2}} \end{aligned}$$

6. Stokescher Satz

Es fließt ein radialsymmetrischer Strom in z-Richtung

$\Rightarrow$ Man nutze Zylinderkoordinaten, r, ϕ, z mit dem Wegelement: $ds = rdrd\phi dz$!

$$\begin{array}{ccc} j(r) = j_0 \frac{1}{r} e^{-\lambda r} & \text{für} & a \leq r \leq b \\ 0 & \text{für} & r < a \bigvee r > b \end{array} \tag{1}$$

$$rot\ \vec{B}(r) = \nabla \times \vec{B}(r) = \mu_0 \vec{j} = \frac{1}{\mu_0} H \tag{2}$$

Stokescher Satz: (allgemein gültig)

$$\int \int_A \nabla \times \vec{B} d\vec{A} = \oint_P \vec{B} d\vec{s} \tag{3}$$

(1) in (2), zusammen in (3)

$$\int \int_A \mu_0 j(r) d\vec{A} = \oint_P \vec{B} d\vec{s} = 2\pi r B(r) \text{ Kreispfad mit Radius } r \tag{4}$$

Fallunterscheidung nötig: Fall 1: $r < a$

$$\int \int_A 0 d\vec{A} = 0 = \oint_P \vec{B} d\vec{s} = 2\pi r B(r) \Rightarrow B(r) = 0 \tag{5}$$

Fall 2: $r \leq b$ Exponentieller plus $1/r$-Beitrag!

$$j_0 \mu_0 \int_0^{2\pi} \int_a^r \frac{1}{r} e^{-\lambda r} r \cdot drd\phi = j_0 \mu_0 2\pi \int_a^r e^{-\lambda r} \cdot dr = 2\pi r B(r) \Rightarrow \tag{6}$$

$$B(r) = \frac{j_0 \mu_0}{\lambda r} \left(e^{-\lambda a} - e^{-\lambda r} \right) \tag{7}$$

Fall 3: $r > b$ Reiner $1/r$-Anteil, die Strom**verteilung** spielt keine Rolle mehr.

$$j_0 \mu_0 \int_0^{2\pi} \int_a^b \frac{1}{r} e^{-\lambda r} r \cdot drd\phi = 2\pi r B(r) \Rightarrow \tag{8}$$

$$B(r) = \frac{j_0 \mu_0}{\lambda r} \left(e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b} \right) \tag{9}$$

Flächenintegral für $r > b$ ist gleich null.

Nebenrechnung:

$$\int_a^b e^{-\lambda r} dr = \frac{1}{\lambda} \left(e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b} \right)$$

Die Konstanten μ_0 und ϵ_0 werden in der Klausur nicht angeben, auch die Zahlenwerte gelten als bekannt!!!!!!!!!
Permeabilitt des Vakuums μ_0 :
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} T^2 m^3/J = 12.566370614 \cdot 10^{-7} T^2 m^3/J$
Dielektrizittskonstante des Vakuums ϵ_0:
$\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) = 8.854187817 \cdot 10^{-12} C^2/Jm$

Übungsleiter: Frank Hartmann, IEKP, Forschungszentrum Karlsruhe,
Tel.: 07247 82 6330; Labor
Tel.: 07247 82 4173; Büro
Email: Frank.Hartmann@cern.ch

www-ekp.physik.uni-karlsruhe.de/~hartmann/edyn.html

Die Klausur findet am Freitag den 18.07.03 von 14.00 bis 16.00 Uhr
im Gerthsen und Gaede Hoersaal statt.