

**1) Eine einfache Ladungsverteilung (3)**

Gegeben sei ein nichtleitender Würfel der Kantenlänge  $a$ , dessen eine Ecke sich im Ursprung befindet. Die drei anliegenden Kanten zeigen in die positive  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Richtung. Der Würfel besitzt eine Ladungsverteilung von  $\rho(x, y, z) = \rho_0 \cdot (2x^2 + 4yz - 3xz)$ . Berechnen Sie die Gesamtladung des Würfels durch Integration über das Würfelvolumen.

**2) Kugelsymmetrische Ladungsverteilung (2 + 2)**

Gegeben sei eine den Raum ausfüllende kugelsymmetrische Ladungsverteilung  $\rho(r) = k \cdot \frac{e^{-2r/a}}{r^2}$ , wobei  $a$  und  $k$  Konstanten sind.

- Berechnen Sie die Gesamtladung im Raum. Integrieren Sie dazu die Ladungsdichte über ein Kugelvolumen mit unendlichem Radius. Hinweis / Erinnerung: Verwenden Sie dazu Kugelkoordinaten, in denen das Volumenelement als  $dV = r^2 \sin \theta \, dr \, d\theta \, d\phi$  geschrieben werden kann. Integrieren Sie anschließend über  $\theta \in [0, \pi]$ ,  $\phi \in [0, 2\pi]$  und  $r \in [0, \infty)$ .
- Berechnen Sie mit Hilfe des Gauß'schen Satzes die elektrische Feldstärke  $E(r)$ .

**3) Superposition und Gauß'scher Satz (1 + 1 + 2)**

Gegeben seien zwei Punktladungen  $q_1 = q$  bei  $(a, 0, 0)$  und  $q_2 = -q$  bei  $(-a, 0, 0)$ .

- Berechnen Sie das elektrische Feld an der Stelle  $(2a, 0, 0)$  durch Superposition.
- Versuchen Sie die Berechnung über den Gauß'schen Satz zu wiederholen.
- Erklären Sie, warum der Gauß'sche Satz hier *scheinbar* nicht funktioniert. Machen Sie sich anhand dieses Beispiels klar, wann der Gauß'sche Satz sinnvoll angewendet werden kann. Was wird dann ausgenutzt?

**4) Elektrostatisches Potential I (2 + 2)**

Gegeben sei das elektrische Feld  $\vec{E} = (3y^2 + 2y, 6xy + 2x, 0)$ .

- Berechnen Sie das Linienintegral  $\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$  ausgehend vom Ursprung zum Punkt  $(x_1, y_1, 0)$ . Integrieren Sie dazu zunächst entlang der  $x$ -Achse und dann entlang der  $y$ -Achse. Wiederholen Sie Ihre Berechnung, aber integrieren Sie nun zuerst entlang der  $y$ -Achse.
- Bilden Sie den Gradienten der erhaltenen Funktion  $\phi$ . Vergleichen Sie ihn mit  $-\vec{E}$ .

**5) Elektrostatisches Potential II (2 + 2 + 1)**

Gegeben sei eine Kreisscheibe mit Radius  $R$  in der  $x$ - $y$ -Ebene. Sie sei homogen mit der Gesamtladung  $Q$  besetzt, die dazugehörige Flächenladungsdichte sei  $s$ .

- Berechnen Sie entlang der Mittelsenkrechten das elektrische Feld  $\vec{E}$ . Integrieren Sie dazu über alle Ladungen der Fläche. Verwenden Sie dazu geeignete Koordinaten. Skizzieren Sie das Feld für kleine und große Abstände  $z$ .
- Berechnen Sie auf der Mittelsenkrechten ebenfalls das elektrostatische Potential  $\phi(z)$  durch Integration des Feldes. Skizzieren Sie es ebenfalls für die obigen Bereiche.
- Diskutieren Sie den Fall  $R \rightarrow \infty$  bei gleichbleibender Ladungsdichte  $s$ .