Übungen zur Physik II (Elektrodynamik)	**SS 05**
11. Übungsblatt Bearbeitung bis Mi. 6.07.2005	**30.06.2005**

Aufgabe 1. Lorentzkraft (2+4)

Ein Stab mit der Masse m und dem Ohmschen Widerstand R kann sich reibungsfrei auf zwei parallelen Schienen bewegen. Zwischen den Schienen , die den Abstand l besitzen , herrsche ein senkrechtes, homogenes Magnetfeld B . Durch Schließen des Schalters S werde eine Spannungsquelle mit der Spannung U_0 zwischen den Schienen angeschlossen. Die Schienen haben keinen Widerstand.

a) Berechnen Sie die Kraft auf den Stab als Funktion des Stromes I durch den Stab.

Der Strom fließt von Plus nach negativ , das Magnetfeld zeigt nach oben. Nach der Rechten Handregel wirkt die Lorentz-Kraft nach rechts, also von den Kontaktstellen weg.

$F_L = q(v \times B) = q \cdot v \cdot B$ da B senkrecht auf v steht . Mit

$$v = \frac{I}{\rho \cdot A} \qquad \text{und} \qquad \rho = \frac{q}{l \cdot A} \quad \text{folgt}$$

$$F_L = q\frac{I \cdot l \cdot A}{q \cdot A} B = I \cdot l \cdot B$$

b) Bestimmen Sie unter Berücksichtigung der Induktion die Geschwindigkeit $v_s(t)$ des Stabs. Zeigen Sie, dass eine konstante Endgeschwindigkeit v_e für $t \rightarrow \infty$ erreicht wird. Welcher Strom I_e fließt dann?
Hinweis: Gehen Sie von der Bewegungsgleichung $F = m\dot{v}$ aus.

$$F_L = \frac{U}{R} \cdot l \cdot B = \frac{U_0 - U_{ind}}{R} \cdot l \cdot B = m \cdot \dot{v}$$

$$U_{ind} = -\dot{\Phi} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B} d\vec{f}$$

Wegen der Geometrie ist B und F unabhängig voneinander, das Integral vereinfach sich dann zu :

$$U_{ind} = -\frac{d}{dt}(BF) = -Bl\frac{dx}{dt} = -Blv$$

einsetzen in die Lorentzkraft:

$$F_L = \frac{l \cdot B}{R}(U_0 - B \cdot l \cdot v) = m \cdot \dot{v}$$
$$\dot{v} + \frac{l \cdot B}{m \cdot R} B \cdot l \cdot v - \frac{l \cdot B}{m \cdot R} U_0 = 0$$

Dies ist eine DGL 1.Ordnung mit konstanten. Mit der AWP v(0)=0 und Trennung der Veränderlichen folgt:

$$v(t) = \frac{U_0}{lB}(1 - \exp(\frac{B^2 l^2}{m \cdot R} t))$$

Für t $\rightarrow \infty$ folgt

$$v_e = \frac{U_0}{lB}$$
$$I_e = \frac{U_e}{R} = \frac{1}{R}(U_0 - B \cdot l \cdot v_e) = \frac{1}{R}(U_0 - B \cdot l \cdot \frac{U_0}{l \cdot B}) = 0$$

Da es keine Reibung gibt , kann für v= const. Keine Kraft wirken.

<u>Augabe 2. Feldspule und Induktion (2+2+2+2)</u>

In einer zylindrische Feldspule, mit Länge l und der Windungszahl N_1 die von einem Strom I_1 durchflossen wird, befindet sich eine Induktionsspule. Die Induktionsspule hat die Windungszahl N_2 und einer Windungsfläche A_2. In beiden Spulen befindet sich Luft.

a) Wie groß ist der magnetisches Fluss in der Induktionsspule , wenn die Spule ruht und der Strom I_1 konstant ist.

Die Feldspule erzeugt ein homogenes und konstantes Feld . Dieses steht senkrecht auf der Fläche der Induktionsspule.

$$\Phi_2 = \int \vec{B} d\vec{f} = B_1 A_2 = \mu_0 N_1 I_0 \frac{A_2}{l_1} = 6{,}28 \cdot 10^{-7} Wb$$

b) Berechnen Sie die Gegeninduktivität M der Anordnung.

$$U_{2,indu} = -M\left(\frac{dI_0}{dt}\right)$$

Der Gleichung ist zu entnehmen, dass die Spannung aufgrund einer Stromänderung erfolgt. Die Änderung des Fluss der Feldspule erzeugt in jeder der N_2 Wicklungen der Induktionsspule die Spannung

$$U_0 = -\frac{d\Phi_2}{dt}$$

Für die Gesamtspannung gilt dann:

$$U_{2,indu} = -N_2 \frac{d\Phi_2}{dt} = -\mu_0 N_1 N_2 \frac{A_2}{l_1} \frac{dI_1}{dt}$$

$$M = \mu_0 N_1 N_2 \frac{A_2}{l_1} = 5{,}02 \mu H$$

c) Bestimmen Sie die Induktionsspannung $U_{2,indu}$ in Abhängigkeit der Zeit.
Wenn gilt: $I_1(t)=I_0 e^{-t/\tau}$

Hier setzen wir den Strom in das Ergebnis von b) ein:

$$U_{2,indu} = -M\left(\frac{d}{dt} I_0 \exp(-t/\tau)\right) = \frac{M}{\tau} I_0 \exp(-t/\tau)$$

$$U_{0,indu} = \frac{M}{\tau} I_0 = 3{,}06 mV$$

d) Sei $I_1 = I_0$ wieder konstant . Berechnen Sie die induzierte effektive Stromstärke $I_{2,eff}$, wenn die Induktionsspule um die Symmetrie Achse S mit der Drehfrequenz f rotiert. Der Widerstand der Induktionsspule sei R_2

$$B_n = B_1 \cos(\omega \cdot t) \text{ mit } \omega = 2\pi \cdot f$$

$$\Phi_2 = B_n A_2 = \mu_0 N_1 I_0 \frac{A_2}{l_1} \cos(\omega \cdot t)$$

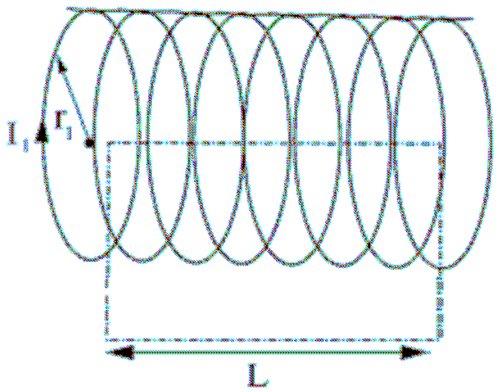
$$U_{2,indu} = -N_2 \frac{d\Phi_2}{dt} = \omega \cdot M \cdot I_0 \sin(\omega \cdot t)$$

Es liegt also eine Wechselspannung vor.
Die Effektivwert der Spannung und des Stroms sind somit

$$U_{indu,eff} = \frac{\omega \cdot M \cdot I_0}{\sqrt{2}}$$

$$U_{indu,eff} = \frac{\omega \cdot M \cdot I_0}{\sqrt{2} \cdot R_2} = 22{,}3 mA$$

Aufgabe 3. Spule(2)



Integration über den gezeigten geschlossen Weg mit den Ampereschen Gesetzes.
Die Teile des Pfades außerhalb der Spule trägt nicht bei, da B = 0.
Die beiden Seitenstrecken sind betragsmäßig gleich, haben aber Unterschiedliche Vorzeichen wegen der Integrationsrichtung. Der einzige Beitrag stammt von dem Teil der parallel zum Magnetfeld ist:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \cdot L = \mu_0 \sum_C I = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 n \cdot I$$

Wobei N die Wicklungen sind die vom Pfad eingeschlossen sind.

Aufgabe 4. Koaxial Kabel (3)

Bestimmen die Induktion pro Länge l eines Koaxial Kabels dessen innere Leiter den Radius r_1 und der äußere den Radius r_2 hat. Nehmen Sie dazu an, dass die Leiter dünne Hohlzylinder seinen und mit Luft gefüllt. Die Leiter tragen gleiche gegengesetzte Ströme.

Wir bestimmen den magnetischen Fluss Φ_B.

Für das Magnetfeld des inneren Leiters gilt:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot r}$$

Der Fluss durch eine Fläche der Länge l und der Breite dr.

$$d\Phi_B = B(l \cdot dr) = \frac{\mu_0 I}{2\pi \cdot r} l \cdot dr$$

Der Gesamte Fluss ist dann:

$$\Phi_B = \int d\Phi_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} l \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} l \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Da die Ströme in den Leiter entgegngesetzt gleich sind, haben wir nur eine Schleife.

Die Selbstinduktion ist dann

$$L = \frac{\Phi_B}{I} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Für die Induktion pro Länge folgt dann:

$$\frac{L}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Aufgabe 5. LR- Schaltung (1+1+1+1+1)

Ein Widerstand R, 30 Ω, und eine Spule L, 220 mH , seine in Reihe geschaltet. Zum Zeitpunkt t=0 wird eine 12V Batterie an die Schaltung angeschlossen.
Man berechne:

a) den Strom zum Zeitpunkt t=0

Der Strom ist I = 0. Da die Induktion der Spule dem Strom entgegenwirkt.

b) die Zeitkonstante τ

$\tau = L/R = 7{,}3$ ms

c) den maximalen Strom

Der maximale Strom fließt nach $t \rightarrow \infty$. $I_{max} = U/R = 0{,}4$ A

d) die Zeit bis der Strom auf die Hälfte des Maximums angestiegen ist.

Es gilt $I = I_{max}(1-e^{-t/\tau})$:

$\frac{1}{2} = (1-e^{-t/\tau}) \rightarrow t = \tau \ln 2 = 5{,}0$ ms

e) Wie groß ist die Energieänderung ist im Feld im Fall d)

$$W = \frac{1}{2} L \cdot I_{1/2}^2 \rightarrow \left(\frac{dW}{dt}\right) = L I_{1/2} \cdot \left(\frac{dI_{1/2}}{dt}\right)$$

Es gilt : $L\frac{dI}{dt} + RI = U$ (DGL)

Daraus folgt:

$$\left(\frac{dW}{dt}\right) = I_{1/2} \cdot \left(L\frac{dI_{1/2}}{dt}\right) = I_{1/2}(U - IR) = 1{,}2W$$