Übungen zur Kursvorlesung Physik II (Elektrodynamik)
Sommersemester 2008

Übungsblatt Nr. 8

Aufgabe 29 Spannungsteiler

a) Da der Widerstand $R_V \to \infty$, wird hier kein Strom mehr durchfließen, denn $I = \frac{U}{R_V} \to 0$.

Der Gesamtstrom geht also durch R_1, R_2 die durch eine Reihenschaltung aneinander geschlossen sind. Daraus folgt für den Gesamtwiderstand R_G :

$$R_G = R_1 + R_2$$

und für den Gesamtstrom:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_G} = \frac{U_0}{R_1 + R_2}$$

Also fällt am Widerstand R_1 folgende Spannung ab:

$$U_1 = R_1 \cdot I_0 = \frac{R_1 U_0}{R_1 + R_2} = 8{,}91\ V$$

Damit ist die Spannung am Verbraucher:

$$U_V = U_0 - U_1 = 1{,}09\ V$$

b)
$$U_V = U_0 - U_1 = U_0 - R_1 \cdot (I_2 + I_V) = R_2 \cdot I_2$$
$$I_2 \cdot (R_1 + R_2) = U_0 - R_1 \cdot I_V$$
$$I_2 = \frac{U_0 - R_1 I_V}{R_1 + R_2}$$
$$U_V = R_2 \cdot I_2 = \frac{U_0 R_2 - R_1 I_V R_2}{R_1 + R_2}$$
$$R_i = \frac{-dU_v}{dI_V} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1}{1/R_1 + 1/R_2} = 9{,}8\ \Omega$$

c) Wenn nun $R_V = 100\ \Omega$, so haben wir eine Reihenschaltung des Widerstands R_1 und des Parallelwiderstandes R_{par} der beiden Widerstände R_2 und R_V . Damit folgt für den Gesamtwiderstand des Systems:

$$R_G = \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_V}\right)^{-1} + R_1 = \frac{R_V R_2}{R_2 + R_V} + R_1 = 99{,}9099\ \Omega$$

Damit folgt für den Gesamtstrom des Systems:

$$I_0 = \frac{U_0}{R_G} = 0{,}10009\,A$$

Und damit für den Spannungsabfall an R_1 :

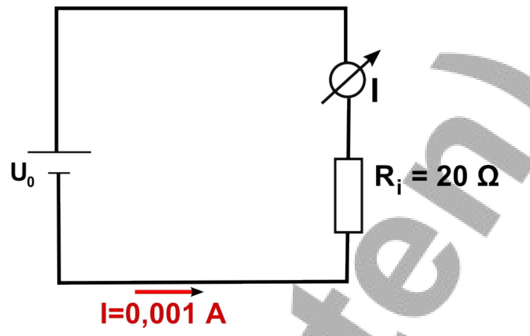
$$U_1 = R_1 \cdot I_0 = 9{,}008\,V$$

Damit ist die Spannung am Verbraucher:

$$U_V = U_0 - U_1 = 0{,}992\,V$$

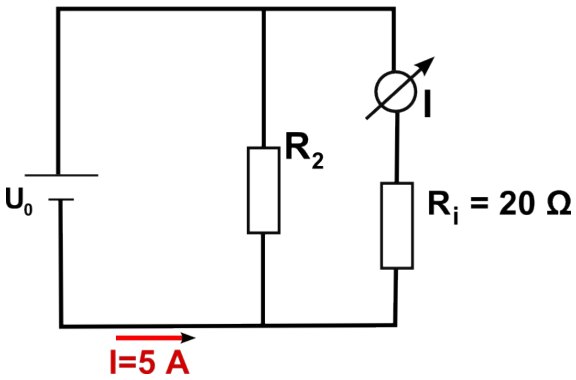
A 30: Drehspulinstrument

a) Wir haben nun zunächst folgendes Netzwerk:



Die Spannung ist somit:

$$U_0 = R_i \cdot I = 0{,}02\,V$$



Jetzt soll bei der gleichen Spannung U_0 eine Stromstärke von $5\,A$ gemessen werden können. Dazu müssen wir einfach einen zweiter Widerstand R_2 zum Innenwiderstand R_i des Strommessers parallel schalten, sodass wir einen Gesamtwiderstand von:

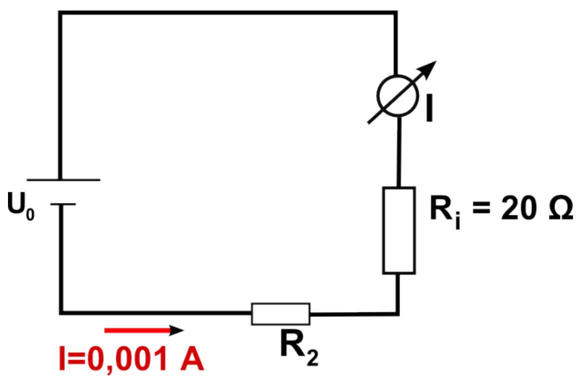
$$R_{Ges} = \frac{U_0}{I} = \frac{0{,}02\,V}{5}A = 0{,}004\,\Omega$$

bekommen. Damit folgt:

$$\frac{1}{R_{Ges}} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} \qquad \rightarrow \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_{Ges}} - \frac{1}{R_i} \qquad \rightarrow R_2 = \frac{R_i R_{Ges}}{R_i - R_{Ges}} = 0{,}0040008\,\Omega$$

b) Nun bleibt unsere Stromstärke gleich ($I = 1\,mA$), wir sollen aber Spannungen von $200\,V$ messen können. Somit bauen wir vor den Strommesser einen großen Widerstand in Reihe, sodass dort eine große Spannung abfällt. Für den Gesamtwiderstand $R_{Ges} = R_i + R_2$ muss gelten:

$$R_{Ges} = \frac{U}{I} = \frac{20\,V}{1\,mA} = 200.000\,\Omega$$



Damit folgt für R_2 :

$$R_2 = R_{Ges} - R_i = 199.980\,\Omega$$

A 31: Elektrolytische Leitung

Wir wissen, dass $K\,Cl$ folgendermaßen dissoziiert:

$$K\,Cl \rightarrow K^{+} + Cl^{-}$$

Damit folgt für die Ladungen:

$$q(K^{+}) = q^{+} = +e$$

$$q(Cl^{-}) = q^{-} = -e$$

Wir wissen zudem, dass die Stoke'sche Reibung gilt. Es stellt sich also die Endgeschwindigkeit (Driftgeschwindigkeit) v_D dann ein, wenn die beschleunigende Kraft F_{el} gleich der Stoke'schen Reibung F_R :

$$F_{el} = q \cdot E = 6\pi\eta a v_D = F_R$$

$$\rightarrow \quad v_D(a) = \frac{q\,E}{6\pi\eta a}$$

Nun leiten wir uns eine Beziehung zwischen der Stromdichte j und v_D her. Für die Stromstärke gilt:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

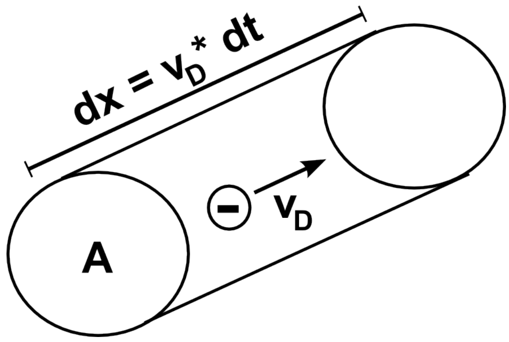
Wenn wir nun die nebenstehende Skizze betrachten, bekommen wir folgende Relationen:

$$dq = n \cdot q\, dV = n \cdot q\, A\, dx \qquad n: \text{Teilchen pro Volumen}$$

$$= n \cdot q\, A\, v_D\, dt$$

Einsetzen in:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{n \cdot q\, A\, v_D\, dt}{dt} = n \cdot q\, A\, v_D$$



Daraus folgt für die Stromdichte j :

$$j = \frac{I}{A} = n\,q\,v_D$$

$n:$ Teilchen pro Volumen

Die Gesamtstromdichte berechnet sich aus der Summe des Kationenstroms und Anionenstroms:

$$j_G = j^{+} + j^{-}$$

$$j_G = n \cdot q^{+} \cdot v_D(a^{+}) + n \cdot q^{-} \cdot v_D(a^{-})$$

$$j_G = n \cdot (+e) \cdot \frac{(+e)E}{6\pi\eta a^{+}} + n \cdot (-e) \cdot \frac{(-e)E}{6\pi\eta a^{-}} = \frac{n e^2}{6\pi\eta}\left(\frac{1}{a^{+}} + \frac{1}{a^{-}}\right) \cdot E = \frac{n e^2}{6\pi\eta a^{-}}\left(\frac{a^{-}}{a^{+}} + 1\right) \cdot E$$

Nun wissen wir, dass:

$$E=\frac{j}{\sigma}$$

$$\rightarrow\ \sigma=\frac{j}{E}=\frac{ne^2}{6\pi\eta a^-}\left(\frac{a^-}{a^+}+1\right)=\frac{ne^2}{6\pi\eta a^-}(1{,}36+1)=2{,}36\cdot\frac{ne^2}{6\pi\eta a^-}$$

$$\rightarrow\ a^-=2{,}36\cdot\frac{ne^2}{6\pi\eta\sigma}$$

Nun brauchen wir noch die Teilchenzahl pro Volumen. Diese bekommen wir durch:

$$n=10^{-4}\frac{Mol}{cm^3}=10^{-4}\frac{Mol\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\frac{1}{Mol}}{10^{-6}m^3}=6{,}02\cdot 10^{25}\frac{1}{m^3}$$

Nun können wir die Atomradien berechnen:

$$\rightarrow\ a^-=2{,}36\cdot\frac{ne^2}{6\pi\eta\sigma}=1{,}8375\cdot 10^{-10}m$$

$$\rightarrow\ a^+=\frac{a^-}{1{,}36}=1{,}35\cdot 10^{-10}m$$

b) Damit folgt für die Geschwindigkeiten der Ionen gilt mit $E=500\frac{V}{m}$:

$$v^+=\frac{e\cdot E}{6\pi\eta a^+}=3{,}144\cdot 10^{-5}\frac{m}{s}$$

$$|v^-|=\frac{e\cdot E}{6\pi\eta a^-}=2{,}31\cdot 10^{-5}\frac{m}{s}$$

A 32: Batterie-Entladung / Galvanisches Element

Die abgegebene Ladung beträgt:

$$Q_G = 1{,}5\,A\,h = 1{,}5\,\frac{C}{s}\cdot(3600\,s) = 5400\,C$$

Pro gelösten $Zn-$Atom werden $2e^-$ abgegeben, denn:

$$Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^-$$

Damit folgt für die Zahl der gelösten $Zn-$Atome :

$$Q_G = n\cdot q \;\rightarrow\; n = \frac{Q_G}{q} = \frac{5400\,C}{2e} = 1{,}6875\cdot 10^{22}\,Atome = 0{,}028\,mol$$

Für die Masse der gelösten $Zn-$Atome folgt somit:

$$m = n\cdot m_{mol} = 1{,}833\,g$$

Und damit folgt für das Volumen der gelösten $Zn-$Atome :

$$V_{gel} = \frac{m}{\rho_{Zn}} = \frac{0{,}001833\,kg}{7133\,\frac{kg}{m^3}} = 2{,}57\cdot 10^{-6}\,m^3 = 257\,mm^3$$

Nun brauchen wir zunächst das Anfangsvolumen des Zylinders:

$$V_0 = \pi r_0^2 l = 3801\,mm^3 \qquad \text{mit } r_0 = \frac{d}{2} = 5{,}5\,mm$$

Nun nimmt der Radius ab, da die Umwandlung der Atome in Ionen nur an der Manteloberfläche stattfindet:

$$V' = \pi r'^2 l = V_0 - V_{gel} = 3544\,mm^3$$

$$\rightarrow\; r' = \sqrt{\frac{3544\,mm^3}{\pi l}} = 5{,}31\,mm$$

Damit hat der Radius abgenommen um:

$$\Delta r = r_0 - r' = 0{,}19\,mm$$

(Anm.: Falls das Elektrolyt im Inneren des Zinkzylinders sein sollte, müsste der Radius sein:

$$\rightarrow\; r' = \sqrt{\frac{V_0 + V_{gel}}{\pi l}} = 5{,}68\,mm$$

Damit hätte er in diesem Fall um $\Delta r = 0{,}18\,mm$ zugenommen.)