Übungen zur Kursvorlesung Physik II (Elektrodynamik)
Sommersemester 2008

Übungsblatt Nr. 9

Aufgabe 36: Hall-Effekt – Teil 2

a) Wir betrachten nun den Strom I:

$$I=\frac{dq}{dt}=\frac{n\,q\,dV}{dt}=\frac{n\,q\,A\,ds}{dt}=\frac{n\,q\,A\,v_D}{dt}=n\,q\,A\,v_D=n\,e\,A\,v_D$$

$$\rightarrow\ \frac{1}{n\,e}=\frac{A\,v_D}{I}=\frac{d^2\,v_D}{I}=A_H \qquad \textbf{(I)}$$

Wir könne aus der Hallspannung nun die Driftgeschwindigkeit gewinnen:

$$F_L=q\,v_D B=\frac{q\,U_H}{d}=q\,E=F_{el}$$

$$\rightarrow\ v_D=\frac{U_H}{d\,B}$$

Einsetzen in (I) führt uns zu:

$$A_H=\frac{1}{n\,e}=\frac{d^2\,v_D}{I}=\frac{U_H\,d}{I\,B}=9{,}524\cdot 10^{-3}\frac{m^3}{C}$$

b) Daraus folgt für n :

$$n=\frac{I\,B}{U_H\,d\,e}=6{,}55\cdot 10^{20}\frac{1}{m^3}$$

c) Das allgemeine Gasgesetz besagt:

$$P=\frac{T\,n[mol]\,R}{V}$$

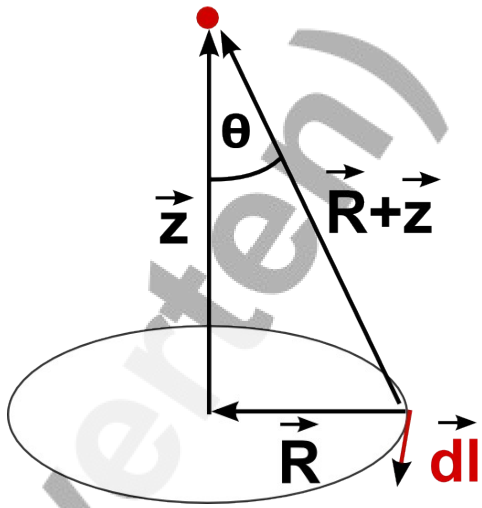
Wir müssen nun $n[m^{-3}]$ in $n[mol]$ ausdrücken. Daraus folgt:

$$n[mol]=\frac{n[m^{-3}]\cdot V}{N_A}$$

$$\rightarrow\ P=\frac{T\,n[mol]\,R}{V}=\frac{T\,n[m^{-3}]R}{N_A}=2{,}98\,Pa$$

A 37:Ampere oder Biot-Savart

a) Wir nutzen für diese Aufgabe Biot-Savart:



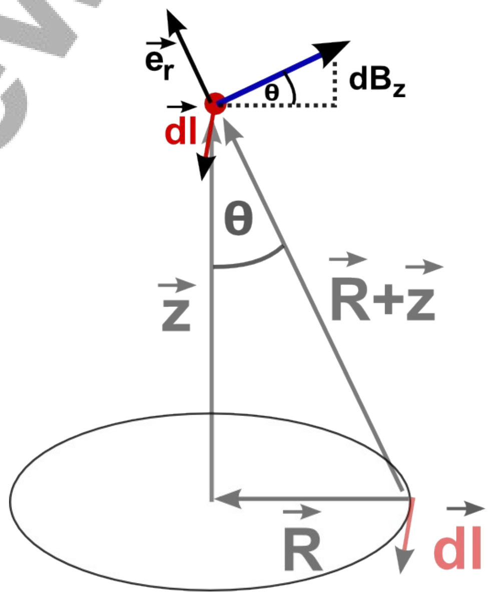
$$\vec{B}=\int_P \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{\vec{dl}\ x\ \vec{r}}{r^3}$$

Wir betrachten im folgenden nun zunächst ein kleines Linienelement:

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{\vec{dl}\ x\ (\vec{R}+\vec{z})}{r^3} \qquad \text{mit } r=|\vec{R}+\vec{z}|$$

$$d\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{\vec{dl}\ x\ (\vec{R}+\vec{z})}{|\vec{R}+\vec{z}|^3}=\frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{\vec{dl}\ x\ \vec{e}_r}{|\vec{R}+\vec{z}|^2}$$

wobei $\vec{e}_r=\frac{\vec{R}+\vec{z}}{|\vec{R}+\vec{z}|}\perp\vec{dl}$,da $\vec{R}\perp\vec{dl}$ und $\vec{z}\perp dl$.



$$\rightarrow\ dB=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{|\vec{R}+\vec{z}|^2}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{R^2+z^2}$$

Bei der Summation heben sich alle Komponenten des Magnetfeldes außer der in der z-Achse auf. Damit folgt für diese Kraftkomponente:

$$dB_z=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{R^2+z^2}\cdot\sin\theta$$

Nun können wir $\sin\theta$ ausdrücken durch:

$$\sin\theta=\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

$$\rightarrow\ dB_z=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{dl}{R^2+z^2}\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}^3}\ dl$$

Summieren über alle Linienelemente bringt uns zu:

$$B=B_z=\int_P dB_z=\frac{\int_P \mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}^3}\ dl=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}^3}\int_P dl$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}^3}2\pi R=\frac{\mu_0 I}{2}\frac{R^2}{\sqrt{R^2+z^2}^3}$$

Wir berechnen diese Aufgabe mit dem Ampere-Gesetz, da hier praktischerweise einfach ein Kreisintegral um den Strom I durchführen können:

Für $r < r_1$:

$$\oint \vec{B}\,\vec{dl} = I \cdot \mu_0$$

$$B\,2\pi r = I \cdot \mu_0 \qquad \rightarrow \text{ kein Strom umflossen} \qquad \rightarrow B = 0$$

Für $r_1 < r < r_1 + d$:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \cdot I(r)$$

Nun benötigen wir den Strom $I(r)$. Der Gesamtstrom durch die gesamte Fläche betrage $I = I_0$. Somit ist der eingeschlossene Teilstrom:

$$I(r) = \frac{I_0}{A_{Ges}} \cdot A = \frac{I_0}{\pi\left[(r_1+d)^2 - r_1^2\right]} \cdot \pi\left[r^2 - r_1^2\right] = \frac{I_0}{2d\,r_1 + d^2} \cdot (r^2 - r_1^2)$$

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \cdot I(r) = \frac{\mu_0}{2\pi r}\,\frac{I_0}{2d\,r_1 + d^2}\,(r^2 - r_1^2) = \frac{I_0 \mu_0}{2\pi(2d\,r_1 + d^2)} \cdot \left(r - \frac{r_1^2}{r}\right)$$

$$= K_1 \cdot \left(r - \frac{r_1^2}{r}\right)$$

Für $r_1 + d < r < r_2$:

Der umschlossene Strom ist nun wieder einfach $I = I_0$:

$$\rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi r} \cdot I(r) = \frac{I_0 \mu_0}{2\pi}\,\frac{1}{r}$$

Für $r_2 < r < r_2 + d$:

$$I(r) = I_0 - \frac{I_0}{A_{Ges}} \cdot A = I_0 - \frac{I_0}{\pi\left[(r_2+d)^2 - r_2^2\right]} \cdot \pi\left[r^2 - r_2^2\right] = I_0 - \frac{I_0}{2d\,r_2 + d^2} \cdot (r^2 - r_2^2)$$

$$= I_0 \cdot \left(1 - \frac{r^2 - r_2^2}{2d\,r_2 + d^2}\right) = I_0 \cdot \left(\frac{r_2^2 + 2d\,r_2 + d^2 - r^2}{2d\,r_2 + d^2}\right) = I_0 \cdot \left(\frac{(r_2+d)^2}{2d\,r_2 + d^2} - \frac{r^2}{2d\,r_2 + d^2}\right)$$

$$= \frac{I_0}{2d\,r_2 + d^2} \cdot \left[(r_2+d)^2 - r^2\right]$$

Daraus folgt für $B(r)$:

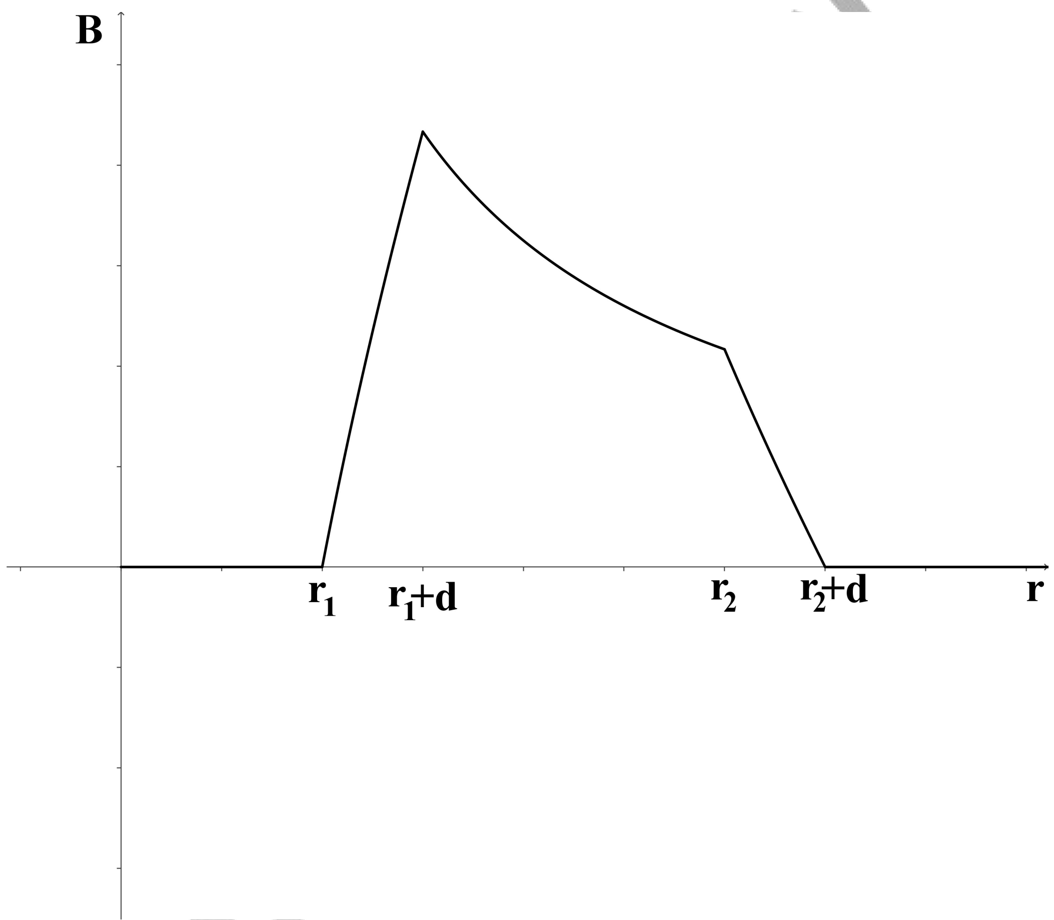
$$\rightarrow B=\frac{\mu_0}{2\pi r}\cdot I(r)=\frac{\mu_0}{2\pi r}\cdot\frac{I_0}{2dr_2+d^2}\cdot\left[(r_2+d)^2-r^2\right]=\frac{\mu_0 I_0}{2\pi(2dr_2+d^2)}\left(\frac{(r_2+d)^2}{r}-r\right)$$

$$=K_2\cdot\left(\frac{(r_2+d)^2}{r}-r\right)$$

$r_2+d<r<\infty$:

Der umschlossene Strom ist hier $I=I_0-I_0=0$, daher wirkt hier kein $B-$Feld .

Skizze:



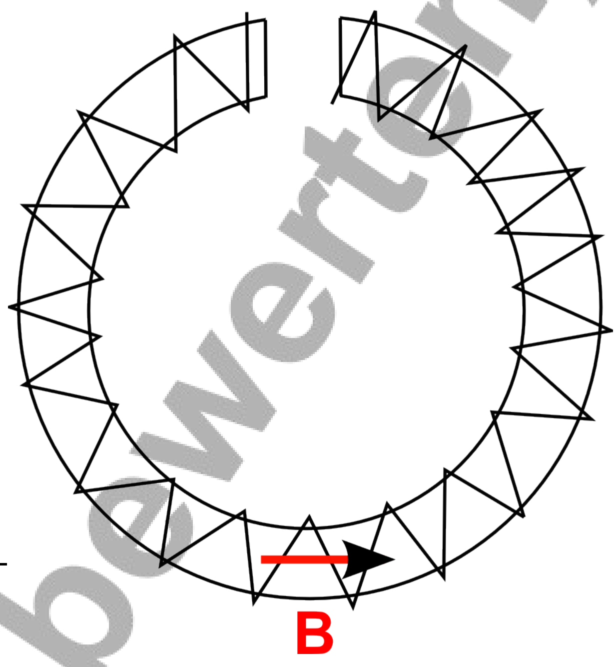
A 40: Ringmagnet mit Eisenkern

a) Für die magnetische Flußdichte $\vec{B}$ gilt das Ampersche Gesetz. Das Magnetfeld $\vec{B}$ ist in sehr guter Näherung senkrecht auf dem stromdurchflossenen Draht, sodass $\vec{B}\cdot\vec{dl}\approx B\,dl$. Somit folgt:

$$\int_P \vec{B}\,\vec{dl}=\int_P B\,dl=\mu_0\mu_r\cdot N\cdot I$$

$$B\cdot 2\pi R=\mu_0\mu_r\cdot N\cdot I$$

$$B=\frac{\mu_0\mu_r\cdot N\cdot I}{2\pi R}=4\,T$$



Damit folgt für die magnetische Feldstärke H :

$$\vec{H}=\frac{\vec{B}}{\mu}$$

$$H=\frac{B}{\mu}=\frac{B}{\mu_0\mu_r}=1{,}59\cdot 10^3\,\frac{A}{m}$$

Für die Magnetisierung M nutze ich den Zusammenhang zwischen M, B, H :

$$\vec{B}=\vec{B}_0+\mu_0\cdot\vec{M}=\frac{\mu_0\cdot N\cdot I}{2\pi R}\,\vec{e}_B+\mu_0\cdot\vec{M}$$

wobei $\vec{B}\|\vec{H}\ \rightarrow\ \vec{B}\|\vec{M}$:

$$\rightarrow\ M=\frac{B-\frac{B}{\mu_r}}{\mu_0}=3{,}18\cdot 10^6\,\frac{A}{m}$$

b) $\mu_r=1$:

$$B=\frac{\mu_0\mu_r\cdot N\cdot I}{2\pi R}=0{,}002\,T$$

$$H=\frac{B}{\mu}=\frac{B}{\mu_0\mu_r}=\frac{B}{\mu_0}=1{,}59\cdot 10^3\,\frac{A}{m}$$

Wir nutzen nun wieder das Ampersche Gesetz:

$$\int_P \frac{B}{\mu}\,dl=\int_P H\,dl=N\cdot I$$

$$H_{Metall}\cdot(2\pi R-d)+H_{Luft}\cdot(d)=N\cdot I$$

In guter Näherung gilt, dass die elektrische Flußdichte B_{Metall} im Spalt gleich der elektrischen Flußdichte B_{Luft} im Spalt ist. Somit gilt:

$$H_{Metall} = \frac{B_{Metall}}{\mu_0 \mu_r} \mathrel{\hat{=}} \frac{B_{Luft}}{\mu_0 \mu_r} = \frac{H_{Luft}}{\mu_r}$$

Daraus folgt:

$$H_{Metall} \cdot (2\pi R - d) + H_{Luft} \cdot (d) = N \cdot I$$

$$\frac{H_{Luft}}{\mu_r} \cdot (2\pi R - d) + H_{luft} \cdot d = N \cdot I$$

$$H_{Luft} = \frac{N \cdot I}{\frac{2\pi R - d}{\mu_r} + d} = 1{,}88 \cdot 10^5 \frac{A}{m}$$

$$H_{Metall} = \frac{H_{Luft}}{\mu_r} = 94 \frac{A}{m}$$

$$B_{Metall} = B_{Luft} = H_{Metall} \cdot \mu_0 \cdot \mu_r = 0{,}2366\, T$$

d) Mit Biot-Savart können wir das Magnetfeld im Inneren berechnen:

$$\vec{B} = \int_P \frac{\mu_0}{4\pi} I \cdot \frac{\vec{dl}\ x\ \vec{r}}{r^3} \qquad \vec{dl} \perp \vec{r}$$

$$B = \int_P \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot dl}{R^2} = \frac{\mu_0 I\, 2\pi R}{4\pi R^2} = \frac{\mu_0 I}{2R} = 31\, mT$$